

# КИБЕРНЕТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

CYBERNETICS AND COMPUTER ENGINEERING

Выпуск 186

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ  
 Основан в 1965 г.  
 Периодичность: 4 раза в год

КИЕВ 2016

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>25 ЛЕТ НЕЗАВИСИМОЙ УКРАИНЕ .....</b>	<b>4</b>
<b>Информатика и информационные технологии</b>	
<i>Анисимов А.В.</i> Система криптографического преобразования чисел линейными рекуррентными формами .....	5
<b>Интеллектуальное управление и системы</b>	
<i>Чикрий А.А.</i> Многозначные отображения и их селекторы в игровых задачах динамики .....	15
<i>Губарев В.Ф.</i> Проблема редукции порядка модели линейной стационарной системы большой размерности .....	30
<i>Melnikov S.V., Volkov A.E., Komar N.N., Voloshenyuk D.A.</i> Network-Centric Control Technology of Data Transfer by Network Communications ( <i>Мельников С.В., Волков А.Е., Комар Н.Н., Волошенко Д.А.</i> Сетцентрическая технология контроля передачи данных по сети).....	46
<b>Медицинская и биологическая кибернетика</b>	
<i>Файнзильберг Л.С.</i> Интеллектуальные возможности и перспективы развития фазографии — информационной технологии обработки сигналов сложной формы .....	56
<i>Вовк М.И.</i> Новые возможности восстановления двигательных и речевых функций .....	78
<b>Авторы номера .....</b>	<b>94</b>
<b>Системный указатель статей, опубликованных в 2016 году .....</b>	<b>95</b>

# КИБЕРНЕТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

CYBERNETICS AND COMPUTER ENGINEERING

---

Issue 186

SCIENTIFIC JOURNAL  
Founded in 1965  
Periodicity: 4 issues per year

KIEV 2016

## TABLE OF CONTENTS

<b>INDEPENDENCE OF UKRAINE — 25 YEARS .....</b>	<b>4</b>
<b>Informatics and Information Technologies</b>	
<i>Anisimov A.V.</i> System of Cryptographic Transformations of Numbers by Means of Linear Recurrent Forms .....	5
<b>Intelligent Control and Systems</b>	
<i>Chikrii A.A.</i> Set-Valued Mappings and its Selections in Game Dynamic Problems .....	15
<i>Gubarev V.F.</i> Problem of Model Order Reduction for Linear Large-Scale Time-Invariant System .....	30
<i>Melnikov S.V., Volkov A.E., Komar N.N., Voloshenyuk D.A.</i> Network-Centric Control Technology of Data Transfer by Network Communications .....	46
<b>Medical and Biological Cybernetics</b>	
<i>Fainzilberg L.S.</i> Intellectual Capabilities and Perspectives Fasesography Development — Information Technology of Complex Form Signal Processing .....	56
<i>Vovk M.I.</i> New Opportunities for Movement and Speech Rehabilitation .....	78
<b>Our authors .....</b>	<b>94</b>
<b>System Index of articles published in 2016 .....</b>	<b>95</b>

# КІБЕРНЕТИКА ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА

CYBERNETICS AND COMPUTER ENGINEERING

Випуск 186

НАУКОВИЙ ЖУРНАЛ  
Заснований у 1965 р.  
Періодичність: 4 рази на рік

КІЇВ 2016

## ЗМІСТ

<b>25 РОКІВ НЕЗАЛЕЖНОЇ УКРАЇНИ .....</b>	<b>4</b>
<b>Інформатика та інформаційні технології</b>	
<i>Анісімов А.В.</i> Система криптографічного перетворення чисел лінійними рекурентними формами .....	5
<b>Інтелектуальне керування та системи</b>	
<i>Чикрій А.О.</i> Многозначні відображення та їх селектори в ігрових задачах динаміки .	15
<i>Губарев В.Ф.</i> Проблема редукції порядку моделі лінійної стаціонарної системи великої розмірності .....	30
<i>Мельников С.В., Волков О.Є., Комар М.М., Волошенко Д.О.</i> Мережецентрична технологія контролю передачі даних у мережі .....	46
<b>Медична та біологічна кібернетика</b>	
<i>Файнзільберг Л.С.</i> Інтелектуальні можливості та перспективи розвитку фазаграфії — інформаційної технології обробки сигналів складної форми .....	56
<i>Вовк М.І.</i> Нові можливості відновлення рухових та мовленнєвих функцій .....	78
<b>Інформація про авторів .....</b>	<b>94</b>
<b>Системний показник статей, опублікованих у 2016 році .....</b>	<b>95</b>

## **25 ЛЕТ НЕЗАВИСИМОЙ УКРАИНЕ**

24 августа 2016 года исполнилось 25 лет со дня Независимости Украины.

Борис Евгеньевич Патон в своем приветственном слове к украинским ученым отметил, что любой юбилей — это не просто очередная календарная дата, это, в первую очередь, подведение итогов и определение приоритетов на будущее.

25 лет — период становления новой независимой Украины, ее государственности, общества, а также науки как одной из фундаментальных составляющих развития страны.

Преодолев многочисленные трудности, наука независимой Украины развивается, завоевывая признание и авторитет в стране и за рубежом. Достижения фундаментальных и прикладных исследований, новые интеллектуальные технологии и системы дают значимый экономический и социальный вклад в становление и укрепление нашего государства.

Редакционная коллегия журнала «Кибернетика и вычислительная техника» сердечно поздравляет украинское научное сообщество с юбилеем независимой Украины и желает крепкого здоровья, вдохновения и дальнейших творческих успехов.

Редколлегия журнала

## **INDEPENDENCE OF UKRAINE - 25 YEARS**

August 24, 2016 marks the 25th anniversary of Ukraine's Independence Day.

Boris Paton with his welcoming address to the Ukrainian scientists in connection with this anniversary has noted that any anniversary - this is not just another calendar date, is primarily a summing up and determining the priorities for the future.

25-years — was a period of formation of a new independent Ukraine, its statehood, society and science, as a fundamental component of state development.

After overcoming many difficulties, the science of independent Ukraine is developing, achieving recognition and prestige in the country and abroad. The achievements of fundamental and applied research, new intelligent technologies and systems offer significant economic and social contribution to the establishment and strengthening of our state.

The editorial board of the journal "Science and Computer Engineering» congratulates Ukrainian scientific community on the anniversary of the independent Ukraine and wished good health, inspiration and creative success.

The Editorial Board

# Информатика и информационные технологии

УДК 519.72

## СИСТЕМА КРИПТОГРАФИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧИСЕЛ ЛИНЕЙНЫМИ РЕКУРРЕНТНЫМИ ФОРМАМИ.

**А.В. Анисимов**

*Киевский национальный университет имени Тараса Шевченка*

Рассматривается двухступенчатая система кодирования чисел, основанная на представлении чисел в виде  $aP_n + bQ_n$ , где  $P_n$  и  $Q_n$  линейные рекуррентные последовательности. Последовательности  $P_n$  и  $Q_n$  определяются разложением в цепные дроби квадратичных иррациональностей вида  $\frac{a + \sqrt{b}}{c}$ . В системах симметричной криптографии числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  являются ключами.

**Ключевые слова:** линейные формы, цепные дроби, недетерминированная криптография

Розглядається двоступенева система кодування чисел, заснована на представленні чисел у вигляді  $aP_n + bQ_n$ , де  $P_n$  та  $Q_n$  лінійні рекурентні послідовності. Послідовності  $P_n$  і  $Q_n$  визначаються розкладанням в ланцюгові дроби квадратичних ірраціональностей виду  $\frac{a + \sqrt{b}}{c}$ . У системах симетричної криптографії числа  $a$ ,  $b$  і  $c$  є таємними ключами.

**Ключові слова:** лінійні форми, ланцюгові дроби, недетермінована криптографія

## ВВЕДЕНИЕ

Рассматривается двухступенчатая система симметрического криптографического числового преобразования, основанная на представлении чисел в виде линейных комбинаций соседних пар линейных рекуррентных последовательностей. На первом этапе исходное число  $x$  недетерминировано раскладывается в сумму,  $x = aP_n + bQ_n$  где  $P_n$  и  $Q_n$  соответственно числитель и знаменатель подходящей цепной дроби квадратичной иррациональности вида  $\frac{a + \sqrt{b}}{c}$ . Выбор  $n$  не детерминирован.

На втором этапе тройка чисел  $(a, b, n)$  взаимно — однозначно кодируется при помощи линейной рекуррентной последовательности  $P$  :  $P_{m+1} = a_{m+1}P_m + P_{m-1}$ , которая также определяется другой квадратичной иррациональностью. Числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  являются симметричными ключами системы шифрования. Доказывается абсолютная стойкость системы

в случае пассивных атак (наблюдение только потока шифротекстов без доступа к машине шифрования). Дополнительно возможно первоначальное недетерминированное изменение числа  $x$  при помощи внесения случайных параметров типа ОАЕР [1].

## 1. ЛИНЕЙНЫЕ ФОРМЫ ЧИСЛОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Все числа, рассматриваемые в данном разделе, принадлежат натуральному ряду. В дальнейшем это предполагается по умолчанию.

Пусть  $U = u_1, u_2, \dots$  и  $V = v_1, v_2, \dots$  — две заданные бесконечные последовательности положительных натуральных чисел. Предполагаем, что последовательность  $U$  неограниченна сверху. Это означает, что для любого числа  $c$  существует такой номер  $n$ , что для всех  $m, m > n$  выполняется неравенство  $u_m > c$ .

Выражение  $au_n + bv_n$ ,  $u_n \in U, v_n \in V$  называем линейной  $(U, V)$  формой.

Представление натурального числа  $x$  в виде:

$$x = au_n + bv_n, \quad (1)$$

где  $a > 0$ , называем линейным  $(U, V)$  представлением. Число  $n$  называем рангом представления (1).

Представление (1) определяется тройкой чисел  $(a, b, n)$ .

Если для всех  $n$  члены последовательности  $u_n$  и  $v_n$  взаимно просты, то последовательности  $U$  и  $V$  называем ортогональными. В этом случае используем обозначение  $U \perp V$ .

В случае  $U \perp V$  для любого числа  $x$  и любого ранга  $n$  существует линейное представление (1) такое, что  $0 < a \leq v_n$  (Приложение, Лемма 5.1).

При фиксированном ранге  $n$  представление (1) называем лево-каноническим, если  $a > 0$  и коэффициент  $a$  — минимальный.

Очевидно, что если  $U \perp V$  то, лево-каноническое представление (1) фиксированного ранга единственное.

В качестве примера рассмотрим линейные формы Фибоначчи.

В этом случае последовательность  $U$  задается последовательностью чисел Фибоначчи:

$$F_0 = 0, F_1 = F_2 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, n \geq 3.$$

Последовательность  $V$  получается сдвигом  $U$  на один шаг влево  $u_n = F_n, v_n = F_{n+1}$ . Рассматриваем представления чисел вида  $x = aF_n + bF_{n+1}$ .

Примеры разложения чисел в максимальные линейные формы Фибоначчи:

$$31 = 3F_5 + 2F_6, 123 = 2F_9 + F_{10}, 197 = 23F_6 + F_7 = 10F_6 + 9F_7.$$

Заметим, что для числа 197 существует два представления максимального ранга. Для числа 197 представление с наименьшим первым коэффициентом  $197 = 10F_6 + 9F_7$  лево-каноническое.

Если  $a > 0$ ,  $b \geq 0$ , то представление (1) называем положительно-определенным.

Положительно-определенное представление (1) максимального ранга называем максимальным.

Если  $a > 0$ ,  $b < 0$ , то представление (1) называем отрицательно-определенным.

Отметим следующие свойства отрицательно-определенного линейного представления (1). Предполагаем, что  $U \perp V$ .

1. Для любого положительного числа  $x$  и любого ранга  $n$  существует отрицательно-определенное представление (1).

2. Для произвольного числа  $x$  и произвольного фиксированного ранга  $n$  количество отрицательно-определенных представлений (1) бесконечно.

Выбирая многообразие последовательностей  $U$  и  $V$ , получаем многообразие форм линейного представления чисел. Для разных прикладных задач возможен выбор специальных соответствующих последовательностей  $U$  и  $V$  [2–6].

## 2. ЛИНЕЙНЫЕ РЕКУРРЕНТНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И ЛИНЕЙНЫЕ ФОРМЫ.

Пусть  $A = a_3, a_4, \dots$  — последовательность положительных натуральных чисел. Последовательность  $A$  определяет линейную рекуррентную последовательность  $P$  следующего вида:

$$P: P_1 = P_2 = 1, P_n = a_n P_{n-1} + P_{n-2}, n > 2. \quad (2)$$

Рассматриваем представление натуральных чисел в виде положительно-определенных линейных форм следующего вида:

$$x = aP_n + bP_{n+1}, \quad (3)$$

где  $a > 0$ ,  $b \geq 0$ .

Последовательность  $P$  называем базисом представления. Для представления (3) выполняются следующие свойства:

1. Для всех индексов  $n$  числа  $P_n$  и  $P_{n+1}$  взаимно просты.

2. Для любого положительного натурального числа  $x$  существует максимальное лево-каноническое представление (3). В таком представлении выполняются неравенства  $0 < a < P_{n+1}$ .

3. Если для числа  $x$  существует положительно-определенное представление (3) ранга  $n$ ,  $n > 2$ , то тогда для  $x$  существует положительно-определенные представления меньших рангов  $n - k$ ,  $0 < k \leq n - 2$ .

4. Если  $n$  ранг максимального представления (3), то выполняется неравенство  $x < P_{n+1}P_{n+2}$ .

Менее очевидны следующие два свойства максимальных линейных форм, которые сформулируем в виде теорем.

*Теорема 1.* Положительно-определенное представление (3) максимальное лево-каноническое тогда и только тогда, когда выполняются условия:

$$\frac{b}{a_{n+2}} < a < P_{n+1}. \quad (4)$$

*Следствие 1.* Предположим, для натуральных чисел  $a$  и  $b$ ,  $a > 0$  выполняется неравенство  $a + b < P_{n+1}$ . Тогда для любого номера  $m$ ,  $m \geq n$ , линейная форма:

$$y = (a + b)P_m + bP_{m+1} \quad (5)$$

максимальная лево-каноническая.

*Доказательство.* Выполняются неравенства:

$$\frac{b}{a_{m+2}} < a + b < P_{n+1} < P_{m+1}.$$

Следовательно, согласно теореме 1, линейная форма (5) — максимальная лево-каноническая.

Отметим, что декомпозиция числа  $x$  в максимальное лево-каноническое представление (3) требует выполнения  $O(\log x)$  арифметических операций.

### 3. КОДИРОВАНИЕ ПАР НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ОДНИМ ЧИСЛОМ

Хорошо известна Канторовская нумерация пар натуральных чисел. Пара  $(a, b)$  взаимно-однозначно кодируется числом:

$$(a, b) \leftrightarrow \frac{(a + b)(a + b + 1)}{2} + b.$$

Для целей настоящей работы мы предлагаем альтернативную кодировку. Предлагаемая кодировка не является взаимно-однозначным соответствием. Для каждой пары  $(a, b)$  множество кодовых номеров бесконечно. Пара  $(a, b)$  однозначно восстанавливается по любому ее кодовому номеру  $m$  за  $O(\log m)$  арифметических операций.

Пусть задана рекуррентная последовательность (2). Пары  $(a, b)$ ,  $a > b$ ,  $b \geq 0$  сопоставляем число  $c$ :

$$(a, b) \rightarrow c = (a + b)P_n + bP_{n+1}, \quad (6)$$

где  $n$  — любой номер такой, что выполняется неравенство  $(a + b) < P_{n+1}$ .

Согласно следствию 1, представление (6) задает максимальную лево-каноническую форму. Поэтому пара  $(a, b)$  восстанавливается очевидным способом путем декомпозиции числа  $c$  в максимальную лево-каноническую форму и восстанавливаем числа  $a$  при помощи вычитания второго коэффициента из первого коэффициента соответствующей линейной формы.



Получаем, пара  $(a, b)$  однозначно кодируется бесконечным количеством чисел вида  $(a + b)P_m + bP_{m+1}$ ,  $m \geq n$ ,  $a + b < P_{n+1}$ .

Если выбирать для кода пары  $(a, b)$  только наименьшее  $n$  такое, что  $P_n \leq a + b < P_{n+1}$ , то такое кодирование будет инъекцией в множество натуральных чисел.

Через  $l(x)$  обозначим битовую длину числа  $x$ .

Отметим, что (6) определяет неравенства:

$$P_n^2 < c < 2P_{n+1}^2.$$

Это означает, что битовая длина  $l(c)$  всегда минимум в два раза превышает битовую длину числа  $l(\max(a, b))$ .

Если возникает необходимость кодировать одним числом пары  $(a, b)$ , где допустимо равенство  $a = 0$ , то (6) необходимо заменить на соответствие  $(a, b) \rightarrow c = (a + b + 1)P_n + bP_{n+1}$ ,  $a + b + 1 < P_{n+1}$ .

Обозначим через  $C_A(a, b)$  результат кодирования пары  $(a, b)$  при помощи базисной рекуррентной последовательности  $P$  (2), определяемой последовательностью  $A$ .  $C_A(a, b)$  — одно из кодовых чисел вида  $(a + b)P_m + bP_{m+1}$ ,  $a + b < P_{m+1}$ .

Выбор параметра  $m$  недетерминирован.

Отметим, что для пар натуральных чисел кодирование линейными формами задает бесконечное множество кодирующих функций, определяемых выбором последовательности  $P$ .

Кодирование кортежей натуральных чисел можно свести к последовательному кодированию пар чисел. При таком кодировании происходит экспоненциальный рост длины кода, т.к. кодирование по формуле (6) при выборе минимального номера  $m$  удваивает длину кода по сравнению с длиной числа  $\max(a, b)$ . Для целей сокращения длины кода кортежей типа  $(m_1, m_2, \dots, m_k)$ ,  $m > 0, i = 1 \dots k$  можно воспользоваться следующим приемом.

Предположим, все числа записываются в выбранной стандартной системе счисления по основанию  $M$ . Для удобства можно считать, что выбрана двоичная система записи чисел.

Пусть  $S$  — строка в алфавите из  $M$  цифр,  $a$  — число. Запись  $a \parallel S$  обозначает число, получаемое из  $a$  путем дописывания к  $a$  справа строки  $S$ .

Предположим задано число  $c$ :

$$c = (c_m c_{m-1} \dots c_0)_M, 0 \leq c_i < M, i = 0, \dots, m-1. \quad 0 < c_m < M.$$

$$\text{Положим } \tilde{c} = 0c_{m-1} \dots c_0.$$

Тройке чисел  $(a, b, c)$ ,  $a > 0, b \geq 0, c > 0$ ,  $y = AP_n + BP_{n+1}$  сопоставляем число, где  $A = (a \parallel \tilde{c}) + (b \parallel c)$ ,  $B = b \parallel c$ ,  $A < P_{n+1}$ .

Разложив  $y$  в максимальную линейную форму в базисе  $P$ , мы определим числа  $a_1 = a \parallel \tilde{c}$  и  $b_1 = b \parallel c$ . Просматривая цифровую запись  $a_1$  и  $b_1$  справа налево, определим первое несовпадение соответствующих цифр. В  $b_1$  это

будет позиция, занимаемая цифрой  $c_m$ , а в  $a_1$  соответствующую позицию занимает 0.

Таким образом однозначно восстанавливается число  $c$ . Затем, очевидным образом находим  $a$  и  $b$ .

В общем случае для кода кортежа  $(m_1, m_2, \dots, m_k)$ ,  $m_1 > 0, m_2 \geq 0, m_i > 0, i = 3 \dots k$ , к числу  $a_1$  дописываем справа  $\tilde{m}_3 \parallel \tilde{m}_4 \parallel \dots \parallel \tilde{m}_k$ , а к числу  $m_2$  дописываем справа  $a_3 \parallel a_4 \parallel \dots \parallel a_k$ .

Получаем числа  $A = a_1 \parallel \tilde{a}_3 \parallel \dots \parallel \tilde{a}_k$  и  $B = a_2 \parallel \tilde{a}_3 \parallel \dots \parallel \tilde{a}_k$ .

Кортеж  $(a_1, a_2, \dots, a_k)$  кодируется числом:

$$y = (A + B)P_n + BP_{n+1}, \quad (7)$$

где  $A + B < P_{n+1}$ .

Очевидно, аналогично выше рассмотренному случаю кодирования троек чисел по цифровой записи  $A$  и  $B$ , однозначно восстанавливаются числа  $a_1, a_2, \dots, a_k$ .

Получаем, что при кодировании кортежей максимальными линейными формами по формуле (7) в случае ограниченности чисел  $a_i$  из (2) длина кода для кортежа  $(m_1, m_2, \dots, m_k)$  будет порядка  $2(l(m_1) + l(m_2) \dots + l(m_k))$ .

#### 4. НЕДЕТЕРМИНИРОВАННАЯ КРИПТОГРАФИЯ

Предлагаем следующую схему кодирования положительных натуральных чисел.

Пусть  $A = a_0, a_1, \dots$  бесконечная последовательность целых положительных чисел.

Последовательность  $A$  задает иррациональное число  $\alpha$ , представленное бесконечной цепной дробью  $\alpha = [a_0; a_1, \dots]$ .

Рассматриваем множество подходящих дробей  $\alpha_n = [a_0; a_1, \dots, a_n] = \frac{P_n}{Q_n}$ ,

где  $P_n$  числитель, а  $Q_n$  — знаменатель подходящей дроби  $n$ -го порядка.

Положим  $U = Q_0, Q_1, \dots$  и  $V = P_0, P_1, \dots$ . Очевидно  $U \perp V$ . Рассматриваем линейные представления чисел (1) в таком базисе  $(U, V)$ .

Кодирование числа  $x$  происходит в два этапа. Сначала число  $x$  кодируется соответствующей тройкой  $(a, b, n)$ , где  $a$  и  $b$  коэффициенты отрицательно-определенной линейной формы  $x = aQ_n - bP_n$  ранга  $n$ ,  $a > 0, b < 0$ . На втором этапе тройка  $(a, b, n)$  кодируется по формуле (7) задающей код троек чисел.

**Кодирующий алгоритм**  $E_{A,B}(x)$ .

*Вход:* натуральное число  $x$ , последовательности натуральных положительных чисел:

$$A = a_0, a_1, \dots; \quad B = b_3, b_4, \dots;$$

Результат:  $y = \text{код}(x)$ .

**Начало**

*Этап 1*

1. Недетерминировано случайным (псевдослучайным) образом выбрать ранг  $n$ .

2. Число  $x$  недетерминированным образом разложить в отрицательно-определенную линейную форму ранга  $n$ ,  $x = aQ_n - bP_n$ .

3.  $z \leftarrow (a, b, n)$ .

*Этап 2*

4. Сформировать линейную рекуррентную последовательность  $\mathcal{B}$ .

$$\mathcal{B}: \quad B_1 = B_2 = 1, B_{i+1} = b_{i+1}B_i + B_{i-1}, i > 2.$$

5. По  $z = (a, b, n)$  вычислить:

$$y = C_B(a \parallel \tilde{n} + b \parallel n, b \parallel n) = ((a \parallel \tilde{n}) + (b \parallel n))B_m + (b \parallel n)B_{m+1},$$

где  $(a \parallel \tilde{n}) + (b \parallel n) < B_{m+1}$ .

*Результат:*  $\leftarrow y$ .

**Конец.**

Недетерминированность шага 2 заключается в случайном выборе числа  $k$ ,  $a = a_0 + kP_{n+1}$ ,  $b = b_0 + kP_n$ , где  $x = a_0Q_n - b_0P_n$  — лево-каноническое отрицательно-определенное представление числа  $x$ . Недетерминированность шага 5 заключается в недетерминированном выборе ранга  $m$ .

Обозначим через  $C_{A,B}(x)$  заключительный результат вышеописанного кодирования числа  $x$ ,  $y = C_{A,B}(x)$ .

**Декодирующий алгоритм  $D_{A,B}(y)$**

**Начало**

*Вход:*  $y = C_{A,B}(x)$ ; последовательности  $A, B$ .

*Результат* =  $x$ :  $E_{A,B}(x) = y$ .

Декодирование происходит детерминировано в обратном порядке.

1. В базисе  $\mathcal{B}$  разложить число  $y$  в максимальную лево-каноническую линейную форму  $y = AB_m + BB_{m+1}$ ;

2. Вычислить  $b \parallel n = B$ ,  $a \parallel \tilde{n} = A - B$ ;

3. По  $b \parallel n$  и  $a \parallel \tilde{n}$  вычислить  $n$ ,  $b$  и  $a$ ;

4. Вычислить исходное значение  $x = aQ_n - bP_n$ .

5. *Результат*  $\leftarrow x$ .

**Конец.  $D_{A,B}(y)$**

Последовательности  $A$  и  $B$  считаем секретными симметричными ключами.

Вышеописанную схему кодирования обозначим  $LRC(A, B)$  ( $LRC$  — Linear Recurrence Coding).

Отметим, что на каждом шаге алгоритма кодирования недетерминированный выбор соответствующих параметров может быть

реализован случайным образом путем использования параметров любых доступных хаотичных процессов.

Предлагаемая схема кодирования обладает определенной доказуемой криптостойкостью. А именно, наблюдение любого количества выходных значений кодера без знания ключевых параметров не дает никакой информации о входных значениях. Более точно, справедлива следующая теорема.

*Теорема 3.* Пусть в системе  $LRC(A, B)$  задана последовательность кодовых чисел  $y_1 = C_{A,B}(x_1), \dots, y_k = C_{A,B}(x_k)$ .

Существует бесконечная последовательность  $A'$  такая, что  $y_1 = C_{A',B}(x'_1), \dots, y_k = C_{A',B}(x'_n)$ , где  $x'_1, \dots, x'_n$  некоторые числа, отличные от  $x_1, \dots, x_n$ . Множество таких последовательностей  $A'$  бесконечно (континуум).

*Доказательство.* Пусть  $\alpha' = [a'_0; a'_1, \dots]$  любое иррациональное число, которое монотонно меньше  $\alpha$ ,  $\frac{P'_n}{Q'_n} = \beta_n = [a'_0; a'_1, \dots, a'_n]$  подходящая к  $\alpha$  рациональная дробь  $n$ -го порядка  $P'_n$  — числитель дроби,  $Q'_n$  — знаменатель.

Числа  $x'_i = a_i Q'_{n_i} - b_i P'_{n_i}$ ,  $i = 1, \dots, k$  положительны и их кодирование тройками  $(a_i, b_i, n_i)$  в базисе  $\alpha'$  совпадает с соответствующими тройками чисел  $x_i$  в базисе  $\alpha$ .

Пусть  $A' : a'_0, a'_1, \dots$  последовательность, определяемая дробью  $\alpha'$ .

Таким образом, в системе кодирования  $LRC(A', B)$  положительные числа  $x'_i = a_i Q'_{n_i} - b_i P'_{n_i}$  получают такие же значения кодов, что и исходные числа  $x_i$  в системе  $LRC(A, B)$ . Это означает, что, не имея никакой информации о ключевой последовательности  $A$ , невозможно получить никакой информации об исходном наборе  $x_1, \dots, x_k$ .

Теорема доказана.

Для ускорения процесса вычислений для выбора ключевой последовательности  $A$  можно использовать только значения  $a_i \in \{1, 2\}$ . Даже в этом упрощенном варианте выполняются условия теоремы 3 при условии, что  $\alpha = [a_0; a_1, \dots]$  отлично от числа  $\frac{1+\sqrt{3}}{2} = [1, 2, 1, 2, \dots]$ .

В системе симметричного кодирования  $LRC(A, B)$  последовательности  $A$  и  $B$  являются секретными ключами. Их удобно задавать разложением в цепные дроби квадратичных иррациональностей вида  $\frac{a+\sqrt{b}}{c}$ . Таким образом фактическими ключами являются числа  $(a, b, c)$ .

Для усиления криптографической стойкости при помощи линейных форм возможно внесение в исходное сообщение дополнительных случайных параметров. Возможны такие варианты.

Пусть  $n$  исходное числовое сообщение. Выбираем случайное число  $r, l(r) \leq l(m)$ . Кодлируем  $m$  числом  $y = (m+r)P_n + rP_{n+1}$ , где  $m+r < P_{n+1}$ . Другие возможные комбинации максимальных линейных форм также могут быть использованы.

Например:  $(m \oplus r)P_n + rP_{n+1}$ ,  $(m || r)P_n + rP_{n+1}$ ,  $(m \oplus H(r))P_n + rP_{n+1}$

где  $H(r)$  хеш функция.

1. Bellare M., Rogaway P.: Optimal Asymmetric Encryption In: De Santis, A. (ed) Advances of Cryptology: Proceedings of EURO-CRYPT '94, LNCS, 1995. vol. 950. pp. 92–111.
2. Анисимов А. В. Кодирование данных линейными формами числовых последовательностей. *Кибернетика и системный анализ*. 2003. № 1. С. 3–15.
3. Анисимов А. В. Представление чисел в смешанном базисе (2,3). *Кибернетика и системный анализ*. 2009. № 4. С. 3–18.
4. Анисимов А. В. Представление чисел в двухбазисных системах. *Кибернетика и системный анализ*. 2013. №4. С. 1–14.
5. Anisimov A. V. Prefix Encoding by Means of the (2,3) — Representation of Numbers. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2013. vol. 59. №4. pp. 2359–2374
6. Анисимов А. В., Завадский И. А. Помехоустойчивое префиксное кодирование с помощью нижнего (2,3) - представления чисел. *Кибернетика и системный анализ*. 2014. №2. С. 1–15.

UDC 519.72

## SYSTEM OF CRYPTOGRAPHIC TRANSFORMATIONS OF NUMBERS BY MEANS OF LINEAR RECURRENT FORMS

A.V. Anisimov

*Taras Shevchenko National University of Kiev, Ukraine*

**Introduction.** Two-level system of encoding integers by linear forms  $aP_n + bQ_n$ , where  $P_n$  and  $Q_n$  are linear recurrent sequences. These sequences are defined by factoring quadratic irrationalities into continued fractions. Firstly, a number  $x$  is represented as a form  $x = aA_n + bB_n$ , where  $A_n / B_n$  is a convergent to some fixed quadratic irrationality. At the second stage the triple  $(a, b, n)$  is encoded by a maximal linear form of another linear recurrent sequence  $(a, b, n) \rightarrow cP_n + dP_{n+1}$ . The sequences  $A_n, B_n, P_n$  are considered as hidden symmetric keys given by coefficients of corresponding quadratic irrationalities. Properties of such encodings are established.

**The purpose of the article** is to develop and study a nondeterministic system of cryptographic integer encoding by means of linear recurrent sequences.

**Methods.** We used methods of continued fractions, properties of linear forms, and bijective encoding of natural numbers.

**Results.** We proved as a theorem that such a system of encoding is absolutely resistant to passive crypto-attacks. With some further additions it is also resistant to stronger types of attacks.

**Conclusion.** The proposed system of integer encoding is easy to construct, and it has some proven properties that allows using it as a primitive basic procedure for light weighted cryptography.

**Keywords:** Linear forms, continued fractions, nondeterministic cryptography.

1. Bellare M., Rogaway P.: Optimal Asymmetric Encryption In: De Santis, A. (ed) *Advances of Cryptology: Proceedings of EURO-CRYPT '94*, LNCS, 1995. vol. 950, pp. 92–111.
2. Anisimov A. V. *Data Coding by Linear Forms of Numerical Sequences*. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2003. N 1. P. 3–15.
3. Anisimov A. V. Integer representation in the mixed base (2,3). *Cybernetics and Systems Analysis*. 2009. № 4. P. 3–18.
4. Anisimov A. V. Two-base numeration systems. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2013. №4. P. 1–14.
5. Anisimov A. V. Prefix Encoding by Means of the (2,3)-Representation of Numbers. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2013. vol. 59. № 4. P. 2359–2374
6. Anisimov A. V. Zavadskyi I. A. Robust Prefix Encoding Using Lower (2,3) Number Representation. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2014. № 2. P.1–15.

Получено 3.10.16

# Интеллектуальное управление и системы

УДК 517.977

## МНОГОЗНАЧНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ И ИХ СЕЛЕКТОРЫ В ИГРОВЫХ ЗАДАЧАХ ДИНАМИКИ

А.А. Чикрий

*Институт кибернетики имени В.М.Глушкова НАН Украины (г. Киев)*

Рассмотрены игровые задачи о сближении траекторий нестационарной квазилинейной системы с переменным цилиндрическим терминальным множеством. Исследуется ситуация, когда не имеет места классическое условие Понтрягина. С помощью введения верхних и нижних разрешающих функций как селекторов специальных многозначных отображений получены достаточные условия разрешимости задач, которые отличаются от уже известных.

**Ключевые слова:** конфликтно — управляемый процесс, многозначное отображение, условие Понтрягина, интеграл Ауманна, разрешающая функция.

Розглянуто ігрові задачі про зближення траєкторій нестационарної квазілінійної системи зі змінною циліндричною термінальною множиною. Досліджується ситуація, коли не виконана умова Понтрягіна. За допомогою введення верхніх та нижніх розв'язуючих функцій як селекторів спеціальних многозначних відображень отримані достатні умови розв'язності задач, які відрізняються від уже відомих.

**Ключові слова:** конфліктно — керований процес, многозначне відображення, умова Понтрягіна, інтеграл Ауманна, розв'язуюча функція.

### ВВЕДЕНИЕ

Данная работа посвящена изучению нестационарных игровых задач динамики на основе первого прямого метода Понтрягина [1] и метода разрешающих функций [3, 4]. Рассматривается случай, когда условие Понтрягина не имеет места. В этой ситуации вместо селектора Понтрягина, которого не существует, рассматривается некоторая функция сдвига, а с ее помощью вводятся специальные многозначные отображения. Они порождают верхние и нижние разрешающие функции двух типов, через которые формируются достаточные условия завершения игры за некоторое гарантированное время. Дается сравнение уже упомянутых методов.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ, ДОПУСТИМЫЕ СТРАТЕГИИ

Динамика конфликтно-управляемого процесса в конечномерном евклидовом пространстве  $R^n$  задается системой квазилинейных дифференциальных уравнений:

$$\dot{z} = A(t)z + \varphi(t, u, v), z(t_0) = z_0, t \geq t_0 \geq 0. \quad (1)$$

Здесь  $A(t)$  — матричная функция порядка  $n$ , элементы которой являются измеримыми функциями, они, к тому же суммируемы на любом конечном интервале  $[t_0, T]$ ,  $t_0 < T < +\infty$ . Управляющие параметры игроков  $u$  и  $v$  в каждый момент времени выбираются из областей управления  $U(t)$  и  $V(t)$  соответственно, которые являются измеримыми компактнозначными отображениями с образами в  $R^n$  при  $t \in [t_0, +\infty)$ . Вектор-функция  $\varphi(t, u, v)$  - блок управления удовлетворяет условиям Каратеодори: она измерима по  $t$  и непрерывна по совокупности  $(u, v)$  на соответствующих областях определения. Кроме того, будем предполагать, что

$$\|\varphi(t, u, v)\| \leq c(t) \text{ при } u \in U(t), v \in V(t), t \in [t_0, +\infty), \quad (2)$$

где  $c(t)$  некоторая локально суммируемая функция.

Вместе с нестационарной динамической системой (1) задано цилиндрическое терминальное множество:

$$M^*(t) = M_0 + M(t), t \in [t_0, +\infty), \quad (3)$$

где  $M_0$  — линейное подпространство из  $R^n$ , а  $M(t)$  — измеримое компактнозначное отображение, образы которого принадлежат ортогональному дополнению  $L$  к  $M_0$  в  $R^n$ .

Определим информированность обоих игроков в процессе игры. Второй игрок в качестве допустимого управления выбирает произвольные измеримые селекторы многозначного отображения  $V(t)$ . Поскольку это отображение измеримо и замкнутозначно, то в силу теоремы об измеримом выборе [5] такие селекторы существуют, их совокупность обозначим через  $\Omega_E$ . Если первый игрок в момент  $t, t \geq t_0$ , имеет информацию о начальном состоянии процесса  $(t_0, z_0)$  и предыстории управления второго игрока

$$v_t(\cdot) = \{v(s) : v(s) \in V(s), s \in [t_0, t]\},$$

т.е.  $u(t) = u(t_0, z_0, t, v_t(\cdot))$ , то будем говорить, что его управление предписано квазистратегией [2]. При этом допустимое управление  $u(t)$  обязано быть измеримым селектором отображения  $U(t)$ .

В случае, когда первый игрок принимает решение в момент  $t$  лишь на основе информации о начальном состоянии  $(t_0, z_0)$  и мгновенном значении



управления второго игрока, т.е.  $u(t) = u(t_0, z_0, t, v(t))$ , то говорят о контруправлении по Н.Н. Красовскому [2], которое предписывается стробоскопической стратегией О. Хайека [6]. Конечно же и в этом случае  $u(t)$  должно быть измеримым селектором отображения  $U(t)$ . Цель первого игрока — вывести траекторию процесса (1) на терминальное множество (3), второй игрок этому препятствует.

**Цель работы** — при сделанных предположениях необходимо найти достаточные условия завершения игры (1) – (3) в пользу первого игрока за некоторое гарантированное время, указав управление первого игрока, которое обеспечивает ему этот результат.

## ПЕРВЫЙ ПРЯМОЙ МЕТОД ПОНТРЯГИНА

Обозначим через  $\pi$  ортопроектор, который действует из  $R^n$  в  $L$ , и введем многозначное отображение:

$$(t, U(t), v) = \{ (t, u, v) : u \in U(t), v \in V(t), t \geq t_0 \}.$$

В силу предположений о параметрах конфликтно-управляемого процесса (1) – (3) и теоремы о прямом образе [5] это отображение измеримо по  $t$  и непрерывно по  $v$  в метрике Хаусдорфа.

Положим

$$W(t, \tau, v) = \pi \Phi(t, \tau) (\tau, U(\tau), v),$$

$$W(t, \tau) = \bigcap_{v \in V(\tau)} W(t, \tau, v), \quad t \geq \tau \geq t_0,$$

где  $\Phi(t, \tau)$  — переходная матрица однородной системы (1) — матрица Коши или матрицант. Если выполнено условие Лаппо-Данилевского [7], то матрицант может быть выражен подобно стационарному случаю как экспонента в степени интеграла от матрицы системы (1).

Многозначное отображение  $W(t, \tau, v)$  является измеримым по  $\tau$  и непрерывным по  $v$ , а отображение  $W(t, \tau)$  измеримо по  $\tau$  и замкнутозначно [4]. Измеримость по  $\tau$   $W(t, \tau)$  следует из свойств пересечения счетного числа измеримых отображений, а также теоремы Кастена о существовании у измеримого отображения счетного всюду плотного аппроксимирующего семейства измеримых селекторов [5].

**У с л о в и е П о н т р я г и н а.** Многозначное отображение  $W(t, \tau)$  имеет непустые образы при  $t_0 \leq \tau < t < +\infty$ .

В силу условия Понтрягина и свойств многозначного отображения  $W(t, \tau)$  в нем существует хотя бы один измеримый по  $\tau$  селектор — селектор Понтрягина, что позволяет ввести интеграл Ауманна [5] от  $W(t, \tau)$ .

Положим

$$P(t_0, z_0) = \{ t \geq t_0 : \pi \Phi(t, t_0) z_0 \in M(t) - \int_{t_0}^t W(t, \tau) d\tau \} \quad (4)$$

и введем функцию:

$$p(t_0, z_0) = \inf \{ t : t \in P(t_0, z_0) \},$$

определяющую наименьшее гарантированное время схемы первого прямого метода Понтрягина [1].

**Теорема 1.** Пусть для игровой задачи (1) – (3) выполнено условие Понтрягина,  $P(t_0, z_0) \neq \emptyset$  и  $P \in P(t_0, z_0)$ .

Тогда траектория процесса (1) может быть приведена на множество (3) в момент  $P$  с помощью некоторого контруправления.

**Доказательство.** Из предположений теоремы и включения в соотношении (4) имеем

$$\pi \Phi(P, t_0) z_0 \in M(P) - \int_{t_0}^P W(P, \tau) d\tau.$$

Это означает, что существует такая точка  $m \in M(P)$  и по определению интеграла Ауманна — такой измеримый селектор Понтрягина  $\gamma(P, \tau)$ ,  $\tau \in [t_0, P]$ , что

$$\pi \Phi(P, t_0) z_0 = m - \int_{t_0}^P \gamma(P, \tau) d\tau. \quad (5)$$

Рассмотрим многозначное отображение:

$$U_0(\tau, v) = \{ u \in U(\tau) : \pi \Phi(P, t_0) (\tau, u, v) - \gamma(P, \tau) = 0 \}, \quad (6)$$

$$v \in V(\tau), \tau \in [t_0, P].$$

При произвольном допустимом управлении  $v(\tau), \tau \in [t_0, P]$  в силу теоремы Филиппова — Кастена [5] в нем существует измеримый селектор  $u_0(\tau) = u_0(\tau, v(\tau)), \tau \in [t_0, P]$ . Его и выберем в качестве управления первого игрока.

Тогда из формулы Коши для представления проекции решения уравнения (1)

$$\pi z(P) = \pi \Phi(P, t_0) z_0 + \int_{t_0}^P \pi \Phi(P, \tau) (\tau, u_0(\tau), v(\tau)) d(\tau)$$

с учетом соотношения (5) и равенства в (6) получим:

$$\pi z(P) = m \in M(P),$$

что и завершает доказательство.

**З а м е ч а н и е 1.** Отметим отдельно, что селектор Понтрягина  $\gamma(P, \tau)$  определяется в схеме доказательства и связан соотношением (5).

## **ВЕРХНИЕ И НИЖНИЕ РАЗРЕШАЮЩИЕ ФУНКЦИИ ДВУХ ТИПОВ**

Далее условие Понтрягина не предполагается выполненным и, следовательно, селектор Понтрягина не существует. Его роль будет выполнять некоторая специальная функция. Обозначим как:

$$\Delta(t_0) = \{(t, \tau) : t_0 \leq \tau \leq t < +\infty\}.$$

Пусть  $\gamma(t, \tau), \gamma : \Delta(t_0) \rightarrow L$ , почти везде ограниченная измеримая по  $t$  функция, суммируемая по  $\tau, \tau \in [t_0, t]$ , для каждого  $t, t \geq t_0$ . Назовем ее функцией сдвига и зафиксируем в дальнейшем. Обозначим как:

$$\xi(t) = \xi(t, t_0, z_0, \gamma(t, \cdot)) = \pi\Phi(t, t_0)z_0 + \int_{t_0}^t \gamma(t, \tau) d\tau$$

и рассмотрим многозначное отображение:

$$B(t, \tau, v) = \{\alpha \geq 0 : [\pi\Phi(t, \tau) (\tau, U(\tau)v) - \gamma(t, \tau)] \cap \alpha[M(t) - \xi(t)] \neq 0\}, \quad (7)$$

$$v \in V(\tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0)$$

Поскольку условие Понтрягина не имеет места, то сдвинутое многозначное отображение  $W(t, \tau, v) - \gamma(t, \tau)$  в выражении (7) при некоторых значениях переменных не содержит нуля. Если бы это было не так, то функция сдвига  $\gamma(t, \tau)$  была бы селектором Понтрягина, а само условие Понтрягина было бы выполненным.

Сказанное выше означает, что для некоторых элементов  $v \in V(\tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0), 0 \notin B(t, \tau, v)$ , в то время как в традиционной схеме метода разрешающих функций [3, 4] с условием Понтрягина автоматически  $0 \in B(t, \tau, v)$  для всех  $(t, \tau, v), v \in V(\tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0)$ .

Взамен условия Понтрягина потребуем более слабое предположение.

**У с л о в и е 1.** Многозначное отображение  $B(t, \tau, v)$  имеет непустые образы при  $v \in V(\tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0)$ .

При этом условии многозначное отображение  $B(t, \tau, v)$  порождает верхнюю и нижнюю скалярные разрешающие функции первого типа:

$$\alpha^*(t, \tau, v) = \sup\{\alpha : \alpha \in B(t, \tau, v)\},$$

$$\alpha_*(t, \tau, v) = \inf\{\alpha : \alpha \in B(t, \tau, v)\},$$

зависящие от мгновенного значения управления второго игрока  $v, v \in V(\tau)$ .

Так как образы отображения  $B(t, \tau, v)$  являются числовыми множествами положительной полуоси  $R_+$ , то верхняя разрешающая функция  $\alpha^*(t, \tau, v)$

является опорной функцией этого отображения в направлении +1. Учитывая свойства конфликтно-управляемого процесса (1) – (3), условие 1, теоремы о характеристизации и обратном образе [5], можно показать [4], что замкнутозначное отображение  $B(t, \tau, \nu)$  при фиксированном  $t \in R_+$  является измеримым по  $\tau$  при произвольном допустимом селекторе  $\nu(\tau), \tau \in [t_0, t]$ , а верхняя и нижняя разрешающая функции суперпозиционно измеримы по совокупности  $(\tau, \nu)$  в силу теоремы об опорной функции [5], а, значит, функция  $\alpha^*(t, \tau, \nu(\tau))$  измерима по  $\tau, \tau \in [t_0, t]$ , и интегрируема по Лебегу при любой измеримой функции  $\nu(\cdot) \in \Omega_E$ .

Поставим в соответствие верхней разрешающей функции множество:

$$T(t_0, z_0, \gamma(\cdot; \cdot)) = \{t \geq t_0 : \inf_{\nu(\cdot) \in \Omega_E} \int_{t_0}^t \alpha^*(t, \tau, \nu(\tau)) d\tau \geq 1\} \quad (8)$$

и его наименьший элемент:

$$t(t_0, z_0, \gamma(\cdot; \cdot)) = \inf\{t : t \in T(t_0, z_0, \gamma(\cdot; \cdot))\},$$

здесь

$\gamma(\cdot; \cdot)$  — зафиксированная ранее функция сдвига.

Если для некоторого  $t, t > t_0, \alpha^*(t, \tau, \nu) \equiv +\infty$  для  $\nu \in V(\tau), \tau \in [t_0, t]$ , то значение интеграла в соотношении (8) положим равным  $+\infty$ , соответствующее неравенство выполнено автоматически и  $t \in T(t_0, z_0, \gamma(\cdot; \cdot))$ .

В случае, когда неравенство в (8) не имеет места при всех  $t > t_0$ , положим  $T(t_0, z_0, \gamma(\cdot; \cdot)) = 0$  соответственно,  $t(t_0, z_0, \gamma(\cdot; \cdot)) = +\infty$ .

Введем многозначное отображение:

$$B(t, \tau) = \bigcap_{\nu \in V(\tau)} B(t, \tau, \nu), (t, \tau) \in \Delta(t_0).$$

По аналогии с предыдущей ситуацией для  $W(t, \tau)$  оно измеримо по  $\tau, \tau \in [t_0, t]$ .

Обозначив, следуя [8]

$$\text{dom}B = \{(t, \tau) \in \Delta(t_0) : B(t, \tau) \neq 0\},$$

сделаем более жесткое по сравнению с условием 1 предположение.

У с л о в и е 2.  $\text{dom}B = \Delta(t_0)$ .

Многозначное отображение  $B(t, \tau)$  порождает верхнюю и нижнюю разрешающую функции второго типа:

$$\alpha^*(t, \tau) = \sup\{\alpha : \alpha \in B(t, \tau)\},$$

$$\alpha_*(t, \tau) = \inf\{\alpha : \alpha \in B(t, \tau)\},$$

но уже не зависящие от мгновенного значения управления второго игрока.

По теореме об опорной функции [5] она измерима по  $\tau, \tau \in [t_0, t]$ .

Установим связь между разрешающими функциями обоих типов.

**Лемма 1.** Пусть для конфликтно-управляемого процесса (1) – (3) с фиксированной функцией сдвига  $\gamma(t, \tau)$  отображение  $B(t, \tau, \nu)$  компактнозначно и выполнено условие 2.

Тогда имеет место неравенство:

$$\inf_{\nu \in V(\tau)} \alpha^*(t, \tau, \nu) \geq \alpha^*(t, \tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0). \quad (9)$$

Если, к тому же, отображение  $B(t, \tau, \nu), \nu \in V(\tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0)$ , выпуклозначно, то в (9) имеет место равенство.

**Д о к а з а т е л ь с т в о.** По построению рассматриваемые функции имеют вид:

$$\begin{aligned} \inf_{\nu \in V(\tau)} \alpha^*(t, \tau, \nu) &= \inf_{\nu \in V(\tau)} \sup \{ \alpha : \alpha \in B(t, \tau, \nu) \}, \\ \alpha^*(t, \tau) &= \sup \{ \alpha : \alpha \in \bigcap_{\nu \in V(\tau)} B(t, \tau, \nu) \}, t_0 \leq \tau \leq t < +\infty. \end{aligned}$$

Обозначим  $\alpha^* = \alpha^*(t, \tau)$ . Поскольку отображение  $B(t, \tau, \nu)$ , компактнозначно, то и  $B(t, \tau)$ , является компактнозначным. К тому же  $\alpha^* \in (t, \tau, \nu)$ , при любом  $\nu \in V(\tau)$ . Отсюда следует, что

$$\alpha^* \leq \sup \{ \alpha : \alpha \in B(t, \tau, \nu) \}, \nu \in V(\tau),$$

Следовательно,

$$\alpha^* \leq \inf_{\nu \in V(\tau)} \sup \{ \alpha : \alpha \in B(t, \tau, \nu) \} = \inf_{\nu \in V(\tau)} \alpha^*(t, \tau, \nu).$$

Из предположений о выпуклозначности и компактнозначности отображения  $B(t, \tau, \nu)$  вытекает, что

$$B(t, \tau, \nu) = [\alpha_*(t, \tau, \nu), \alpha^*(t, \tau, \nu)], \nu \in V(\tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0)$$

а непустота образов отображения  $B(t, \tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0)$ , при этом означает, что

$$B(t, \tau) = [\alpha_*(t, \tau), \alpha^*(t, \tau)],$$

причем

$$\alpha_*(t, \tau) = \sup_{\nu \in V(\tau)} \alpha_*(t, \tau, \nu) \leq \inf_{\nu \in V(\tau)} \alpha^*(t, \tau, \nu) = \alpha^*(t, \tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0).$$

Введем в рассмотрение числовые функции:

$$\alpha^*(t) = \int_{t_0}^t \alpha^*(t, \tau) d\tau,$$

$$\alpha_*(t) = \int_{t_0}^t \alpha_*(t, \tau) d\tau.$$

Верхняя разрешающая функция второго типа порождает множество:

$$\Theta(t_0, z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) = \{t \geq t_0 : \alpha^*(t) \geq 1\},$$

Его наименьший элемент:

$$\delta(t_0, z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) = \inf\{t : t \in \Theta(t_0, z_0, \gamma(\cdot, \cdot))\}.$$

**З а м е ч а н и е 2.** Чтобы сравнивать предложенные схемы, отметим, что из условия Понтрягина следует условие 2, а из него вытекает условие 1.

### УСЛОВИЯ ЗАВЕРШЕНИЯ ИГРЫ

Справедливо следующее утверждение.

**Теорема 2.** Пусть для игровой задачи (1) – (3) существует такая функция сдвига  $\gamma(t, \tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0)$ , что выполнено условие 2, а отображение  $M(t)$  является выпуклозначным. Кроме того,

$$T \in T(t_0, z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) \neq \emptyset$$

Тогда при  $\alpha_*(T) < 1$  траектория процесса (1) может быть приведена на терминальное множество (3) в момент  $T$  с использованием некоторой квазистратегии, а если к тому же  $\alpha_*(T) \geq 1$ , то — в классе контруправлений при любых допустимых управлениях второго игрока.

**Д о к а з а т е л ь с т в о.** Пусть  $\nu(\tau)$  — произвольный измеримый селектор отображения  $V(\tau), \tau \in [t_0, T]$ . Предположим, что  $\alpha^*(T, \tau, \nu) \neq +\infty$  для  $\nu \in V(\tau), \tau \in [t_0, T]$ .

Рассмотрим контрольную функцию:

$$h(t) = 1 - \int_{t_0}^t \alpha^*(T, \tau, \nu) d\tau - \int_t^T \alpha_*(T, \tau) d\tau, t \in [t_0, T].$$

Функция  $\alpha^*(T, \tau, \nu(\tau))$ , как отмечалось ранее, измерима по  $\tau, \tau \in [t_0, T]$ , этим же свойством обладает и нижняя разрешающая функция второго типа  $\alpha_*(T, \tau)$ . Таким образом, функция  $h(t)$  является абсолютно непрерывной на интервале  $[t_0, T]$ . Так как

$$h(t_0) = 1 - \int_{t_0}^T \alpha_*(T, \tau) d\tau = 1 - \alpha_*(T) > 0,$$

а по определению момента  $T$

$$h(T) = 1 - \int_{t_0}^T \alpha^*(T, \tau, v(\tau)) d\tau \leq 0,$$

то по известной теореме анализа существует такой момент времени  $t_*, t_* \in [t_0, T]$ , что  $h(t_*) = 0$ . Отметим при этом, что момент переключения  $t_*$  зависит от предыстории управления второго игрока  $v_{t_*}(\cdot)$ . Промежутки времени  $[t_0, t_*)$  и  $[t_*, T]$  будем называть “активным” и “пассивным” соответственно. Опишем способ управления первым игроком на каждом из них. Для этого рассмотрим компактнозначные отображения:

$$U_1(\tau, v) = \{u \in U(t) : \pi\Phi(T, \tau) (\tau, u, v) - \gamma(T, \tau) \in \alpha^*(T, t, v)[M(T) - \xi(T)]\}, v \in V(\tau), \tau \in [0, t_*],$$
(10)

$$U_2(\tau, v) = \{u \in U(\tau) : \pi\Phi(T, \tau) (\tau, u, v) - \gamma(T, \tau) \in \alpha_*(T, \tau)[M(T) - \xi(T)]\}, v \in V(\tau), \tau \in [t_*, T].$$

Из условия 2 и выражений для многозначных отображений  $B(T, \tau, v)$  и  $B(T, \tau)$  при допустимых селекторах  $v(\tau)$  являются измеримыми [4] для  $\tau \in [t_0, T]$ , а, согласно теореме Филиппова — Кастена в каждом из них существует хотя бы по одному селектору  $u_1(\tau, v)$  и  $u_2(\tau, v)$ , которые являются суперпозиционно измеримыми функциями.

Обозначим  $u_1(\tau) = u_1(\tau, v(\tau)), u_2(\tau) = u_2(\tau, v(\tau))$ , где  $v(\tau)$  — произвольный измеримый селектор отображения  $V(\tau), \tau \in [t_0, T]$ .

Положим управление первого на “активном” промежутке равным  $u_1(\tau)$ , а на “пассивном” —  $u_2(\tau)$ . Таким образом, несмотря на то, что на каждом из промежутков первый игрок не использует предысторию управления второго, а лишь его мгновенное управление, для определения момента переключения  $t_*$  предыстория все же необходима.

Из формулы Коши для представления решения системы (1) получим:

$$\begin{aligned} \pi z(T) = \pi\Phi(T, t_0)z_0 + \int_{t_0}^{t_*} \pi\Phi(T, \tau) (\tau, u_1(\tau), v(\tau)) d\tau + \\ + \int_{t_*}^T \pi\Phi(T, \tau) (\tau, u_2(\tau), v(\tau)) d\tau. \end{aligned}$$
(11)

Прибавив и вычтя в правой части (11) выражение  $\int_{t_0}^T \gamma(T, \tau) d\tau$  и учитывая включения в (10), получим:

$$\begin{aligned} \pi z(T) &= \pi \Phi(T, t_0) z_0 + \int \alpha^*(T, \tau, v(\tau)) [M(T) - \xi(T)] d\tau + \\ &+ \int_{t_*}^T \alpha_*(T, \tau) [M(T) - \xi(T)] d\tau + \int_{t_0}^T \gamma(T, \tau) d\tau = \\ &= \xi(T) \left( 1 - \int_{t_0}^{t_*} \alpha^*(T, \tau, v(\tau)) d\tau - \int_{t_*}^T \alpha_*(T, \tau) d\tau \right) + \\ &+ \int_{t_0}^{t_*} \alpha^*(T, \tau, v(\tau)) M(T) d\tau + \int_{t_*}^T \alpha_*(T, \tau) M(T) d\tau = \\ &= \left[ \int_{t_0}^{t_*} \alpha^*(T, \tau, v(\tau)) d\tau + \int_{t_*}^T \alpha_*(T, \tau) d\tau \right] M(T) = M(T). \end{aligned}$$

При этом учтено равенство  $h(t_*) = 0$ , а соотношения при интегрировании многозначных отображений с множеством  $M(T)$  могут быть подтверждены применением аппарата опорных функций [8]. Случай  $\alpha^*(T, \tau, v) = +\infty$  для некоторых  $v \in V(\tau), \tau \in [t_0, T]$ , как следует из выражения (4), возможен лишь при условиях

$$0 \in M(T) - \xi(T), 0 \in \pi \Phi(T, \tau) (\tau, U(\tau), v) - \gamma(T, t),$$

для этих переменных, а в этом случае для них, очевидно,

$$B(T, \tau, v) = [0, +\infty), B(T, \tau) = [0, +\infty).$$

Это дает возможность выбирать в качестве разрешающей функции в тех точках  $\tau \in [t_0, T]$ , где  $\alpha^*(T, \tau, v(\tau)) = +\infty$ , произвольную конечную суперпозиционно измеримую функцию, принимающую значения на полубесконечном интервале с одним лишь условием, чтобы итоговая разрешающая функция обеспечивала равенство  $h(t_*) = 0$  для некоторого момента переключения  $t_*, t_* \in [t_0, t]$ . Тем самым построение управления сведено к предыдущему случаю.

Если же  $\alpha^*(T, \tau, v) = +\infty$  для всех  $v \in V(\tau), \tau \in [t_0, T]$ , то этот случай соответствует первому методу Понтрягина [1]. Действительно, включение

$$0 \in \pi \Phi(T, \tau) (\tau, U(\tau), v) - \gamma(T, \tau) \forall v \in V(\tau), \tau \in [t_0, T],$$



обеспечивает выполнение условия Понтрягина на  $[t_0, T]$ , а функция сдвига  $\gamma(T, \tau)$  является селектором Понтрягина. Из другого включения  $0 \in M(T) - \xi(T)$  вытекает соотношение:

$$\pi\Phi(T, t_0)z_0 \in M(T) - \int_{t_0}^T W(T, \tau)d\tau,$$

из которого в силу теоремы 1 следует возможность закончить игру (1) – (3) в момент  $T$  в классе стробоскопических стратегий.

Отдельно рассмотрим лишь случай  $\alpha_*(T) < 1$ , а  $\alpha^*(T) < 1$ . Введем контрольную функцию:

$$h_1(t) = 1 - \int_{t_0}^t \alpha^*(T, \tau)d\tau.$$

Естественно рассмотрим лишь случай  $\alpha_*(T, \tau) \neq +\infty, \tau \in [t_0, T]$ . Тогда

$$h_1(t_0) = 1 - \alpha_*(T) > 0, h_1(T) = 1 - \alpha^*(T) \leq 0,$$

и в силу непрерывности функции  $h_1(t)$  существует такой момент  $t_*^1, t_*^1 \in [t_0, T]$ , что  $h_1(t_*^1) = 0$ . Заметим, что момент  $t_*^1$  уже не зависит от  $\nu(\cdot)$ . На обоих участках  $[t_0, t_*^1]$  и  $[t_*^1, T]$  рассмотрим многозначные отображения (10), причем в выражении для  $U_1^1(\tau, \nu)$  вместо  $\alpha^*(T, \tau, \nu)$  фигурирует функция  $\alpha^*(T, \tau)$ . Используя свойство компактнозначности отображений  $U_1^1(\tau, \nu), U_2(\tau, \nu)$  при допустимых селекторах  $\nu(\tau), \tau \in [t_0, T]$ , выберем в них измеримые селекторы на основании теоремы Филиппова-Кастена, которые и определяют допустимые управления на обоих участках. Заключительные рассуждения аналогичны выводам в предыдущей ситуации.

**З а м е ч а н и е 3.** Из утверждения леммы вытекает включение:

$$\Theta(t_0, z_0, \gamma(\cdot; \cdot)) \subset T(t_0, z_0, \gamma(\cdot; \cdot))$$

При этом вторая часть теоремы 2, соответствующая случаю  $\alpha_*(T) < 1, \alpha^*(T) \geq 1$ , по существу, используя лишь разрешающие функции второго типа и характеризует те начальные состояния, из которых игра может быть закончена в классе контруправлений в момент  $T$ , причем

$$T \in \Theta(t_0, z_0, \gamma(\cdot; \cdot)).$$

Приведем еще один тип достаточных условий завершения игры в классе контруправлений, основанный на выпуклозначности отображения  $B(t, \tau, \nu), \nu \in V(\tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0)$ .

Введем в рассмотрение функции:

$$\alpha(t) = \int_{t_0}^t \inf_{v \in V(\tau)} \alpha^*(t, \tau, v) d\tau,$$

$$\alpha(t, \tau) = 1 / \alpha(t) \bullet \inf_{v \in V(t)} \alpha^*(t, \tau, v).$$

При этом предполагается выполненным следующее требование.

**У с л о в и е 3.** Для выбранной функции сдвига  $\gamma(t, \tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0)$ , функция  $\inf_{v \in V(\tau)} \alpha^*(t, \tau, v)$  измерима по  $\tau, \tau \in [t_0, t]$  и

$$\inf_{v(\cdot) \in \Omega_E} \int_{t_0}^t \alpha^*(t, \tau, v(\tau)) d\tau = \int_{t_0}^t \inf_{v \in V(\tau)} \alpha^*(t, \tau, v) d\tau, t > t_0.$$

**Теорема 3.** Пусть для конфликтно-управляемого процесса (1) – (3) с некоторой функцией сдвига  $\gamma(t, \tau), t, \tau \in \Delta(t_0)$ , выполнены условия 2 и 3, отображения  $B(t, \tau, v)$  и  $M(t, v \in V(\tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0))$  выпуклозначны, для  $T \in T(t_0, z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) \neq \emptyset$  имеет место неравенство

$$\alpha(T, \tau) \geq \sup_{v \in V(\tau)} \alpha_*(T, \tau, v), \tau \in [t_0, T]. \quad (12)$$

Тогда траектория процесса (1) может быть приведена на терминальное множество в момент  $T$  с помощью подходящего контруправления.

**Д о к а з а т е л ь с т в о.** Достаточно рассмотреть случай  $\alpha^*(T, \tau, v) < +\infty, v \in V(\tau), \tau \in [t_0, T]$ . Поскольку в силу неравенства в (8)  $\alpha(T) \geq 1$ , то

$$\alpha(T, \tau) = 1 / \alpha(T) \bullet \inf_{v \in V(t)} \alpha^*(T, \tau, v) \leq \inf_{v \in V(t)} \alpha^*(T, \tau, v), \tau \in [t_0, T].$$

Учитывая неравенство (12), можно сделать вывод, что  $\alpha(T, \tau) \in B(t, \tau, v)$  для  $v \in V(\tau), \tau \in [t_0, T]$ , а, значит,  $\alpha(T, \tau) \in B(T, \tau), \tau \in [t_0, T]$ .

Рассмотрим многозначное отображение:

$$U(\tau, v) = \{u \in U(\tau) : \pi\Phi(T, t) (\tau, u, v) - \gamma(T, t) \in \alpha(T, \tau)[M(T) - \xi(T)]\}, v \in V(\tau), \tau \in [t_0, T]. \quad (13)$$

Отображение  $U(\tau, v)$  компактнозначно и, поэтому при  $v(\cdot) \in \Omega_E$  согласно теореме Филиппова–Кастена в нем существует измеримый селектор  $u(\tau) = u(\tau, v(\tau)), \tau \in [t_0, T]$ . Положим управление первого игрока равным  $u(\tau), \tau \in [t_0, T]$ . Из формулы Коши с учетом включения в (13) получим

$$\pi z(T) \in \xi(T) \left[ 1 - \int_{t_0}^T \alpha(T, \tau) d\tau \right] + \int_{t_0}^T \alpha(T, \tau) M(T) d\tau.$$

Так как  $M(T)$  выпуклый компакт, а  $\alpha(T, \tau), \tau \in [t_0, T]$ , — неотрицательная функция, причем  $\int_{t_0}^T \alpha(T, \tau) d\tau = 1$ , то  $\int_{t_0}^T \alpha(T, \tau) M(T) d\tau = M$ , а, следовательно,  $\pi z(T) \in M(T)$ .

## СРАВНЕНИЕ ГАРАНТИРОВАННЫХ ВРЕМЕН

Установим некоторые связи между уже упомянутыми методами.

**Утверждение 1.** Пусть задан конфликтно – управляемый процесс (1) — (3). Тогда для выполнения условия Понтрягина необходимо и достаточно, чтобы существовала такая функция сдвига  $\gamma(t, \tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0)$ , что

$$0 \in B(t, \tau, v) \forall v \in V(\tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0). \quad (14)$$

**Д о к а з а т е л ь с т в о.** Пусть  $W(t, \tau) \neq 0, (t, \tau) \in \Delta(t_0)$ . Тогда в силу замкнутозначности и измеримости по  $\tau$  отображения  $W(t, \tau)$  в нем существует измеримый по тселектор  $\gamma(t, \tau)$ . Отсюда следует, что

$$0 \in W(t, \tau) - \gamma(t, \tau) \forall (t, \tau) \in \Delta(t_0)$$

или

$$0 \in W(t, \tau, v) - \gamma(t, \tau) \forall v \in V(\tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0).$$

Тем самым нулевое значение  $\alpha$  в выражении (7) обеспечивает непустоту пересечения, а, значит, справедливо включение (14).

Рассуждая в обратном порядке, придем к нужному выводу.

Таким образом, в условиях утверждения 1 функция сдвига  $\gamma(t, \tau)$  является селектором Понтрягина. При этом  $0 \in B(t, \tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0)$ , а соответствующие нижние разрешающие функции:

$$\alpha_*(t, \tau, v) = \alpha_*(t, \tau) = 0 \quad \forall v \in V(\tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0).$$

**Утверждение 2.** Пусть для некоторого  $t, t > t_0, W(t, \tau) \neq 0, \tau \in [t_0, t]$ . Тогда включение

$$\pi \Phi(t, t_0) z_0 \in M(t) - \int_{t_0}^t W(t, \tau) d\tau. \quad (15)$$

имеет место тогда и только тогда, когда существует такой измеримый по  $\tau$  селектор Понтрягина, что  $\xi(t, t_0, z_0, \gamma(t, \cdot)) \in M(t)$ .

**Доказательство.** Пусть выполнено включение (15). Тогда по определению интеграла Ауманна существует такой селектор Понтрягина, что

$$\pi\Phi(t, t_0)z_0 + \int_{t_0}^t \gamma(t, \tau) d\tau = \xi(t, t_0, z_0, \gamma(t, \cdot)) \in M(t). \quad (16)$$

Обратно, если для некоторого селектора Понтрягина имеет место включение (16), то перенеся интеграл от селектора в правую часть, тем более получим включение (15).

Таким образом, если для некоторого  $t, t \geq t_0$ , и некоторого селектора Понтрягина выполнено включение (16), то

$$B(t, \tau, v) = [0, +\infty) \forall v \in V(\tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0).$$

Тем самым

$$B(t, \tau) = [0, +\infty)(t, \tau) \in \Delta(t_0).$$

Следовательно, в этом случае верхние разрешающие функции обоих типов

$$\alpha^*(t, \tau, v) = \alpha^*(t, \tau) = +\infty, v \in V(\tau), (t, \tau) \in \Delta(t_0),$$

а соответствующие нижние разрешающие функции нулевые.

Из приведенных схем сближения вытекают неравенства для соответствующих гарантированных времен:

$$\inf_{\gamma(\cdot, \cdot)} t(t_0, z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) \leq \inf_{\gamma(\cdot, \cdot)} \delta(t_0, z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) \leq p(t_0, z_0).$$

Случаи равенства изучены в работе [4].

## Выводы

Для нестационарных квазилинейных конфликтно-управляемых процессов с цилиндрическим терминальным множеством получены достаточные условия сближения в классе стробоскопических и квазистратегий. Дается сравнение метода разрешающих функций с прямым методом Л.С.Понтрягина. При этом демонстрируется эффективность введенных в работе верхних и нижних разрешающих функций, позволяющих реализовать процесс сближения.

1. Понтрягин Л.С. Избранные научные труды. М.: Наука, 1988. Т.2. 576 с.
2. Красовский Н.Н. Игровые задачи о встрече движений. М.: Наука, 1970. —420 с.
3. Chikrii A.A. Conflict controlled processes. Boston; London; Dordrecht: Springer Science and Busines Media, 2013. 424 p.
4. Чикрий А.А. Об одном аналитическом методе в динамических играх сближения. Тр. МИРАН им. В.А.Стеклова, 2010. № 271. С.76–92.
5. Aubin J.-P., Frankowska H. Set — valued analysis. Boston; Basel; Berlin: Birkhauser, 1990. 461 p.
6. Hajek O. Pursuit games. New York: Academic Press, 1975. Т. 12. 266 p.

7. Лаппо-Данилевский И.А. Применение функций от матриц к теории систем обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: ГИТТЛ, 1957. 235 с.
8. Пшеничный Б.Н. Выпуклый анализ и экстремальные задачи. М.: Наука, 1980. 320 с.

UDC 517.977

## SET-VALUED MAPPINGS AND ITS SELECTIONS IN GAME DYNAMIC PROBLEMS

A.A. Chikrii

*Glushkov Institute of Cybernetics NAS of Ukraine, Kiev, Ukraine*

**Introduction.** Mathematical theory of control under conflict and uncertainty provides a wide range of fundamental methods to study controlled evolutionary processes of various nature.

These are, first of all, the classic methods of L.S. Pontryagin and N.N. Krasovskii.

This paper is closely related to the mentioned investigations. It is devoted to research of non-stationary game dynamic problems on the basis of the L.S. Pontryagin first direct method and the method of resolving functions.

**The purpose of the paper** is to derive sufficient conditions for the game termination for some guaranteed time in favor of the first player and to provide the control realizing this result.

**Results.** Here, in the development of the method of resolving functions general scheme, the upper and the lower resolving functions of two types are introduced in the form of selections of special set-valued mappings. This made it possible to deduce conditions for the game termination in the class of quasi- and stroboscopic strategies.

**Conclusions.** The in-depth analysis of properties of the set-valued mappings and their selections, around which measurable controls are chosen by virtue of the Filippov-Castaing theorem, is provided. A comparison of the guaranteed times of the above-mentioned methods is given.

**Keywords:** Conflict controlled processes, set — valued map, Pontryagin's condition, Aumann's integral, resolving function.

1. Pontryagin L.S. Selected scientific papers, M.: Nauka, 1988. 576p. (in Russian)
2. Krasovskii N.N. Game Problems on the Encounter of Motions, M.: Nauka, 1970. 420 p. (in Russian)
3. Chikrii A.A. Conflict controlled processes. Boston; London; Dordrecht: Springer Science and Business Media, 2013. 424 p.
4. Chikrii A.A. An analytic method in dynamic games, Trudy Mat. Inst. RAN im. V.A. Steklova, 2010. Vol.271. pp. 76–92. (in Russian)
5. Aubin J.-P., Frankowska H. Set — valued analysis. Boston; Basel; Berlin: Birkhauser, 1990. 461 p.
6. Hajek O. Pursuit games. New York: Academic Press, 1975. T. 12. 266 p.
7. Лаппо — Данилевский И.А. Application of the matrix functions to the theory of systems of ordinary differential equations. М.: SPHTTL, 1957. 235 p. (in Russian)
8. Пшеничный Б.Н. Convex analysis and extremal problems. М.: Наука, 1980. 320 p. (in Russian)

Получено 13.09.16

# ПРОБЛЕМА РЕДУКЦИИ ПОРЯДКА МОДЕЛИ ЛИНЕЙНОЙ СТАЦИОНАРНОЙ СИСТЕМЫ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ

**В.Ф. Губарев**

*Институт космических исследований НАН Украины и ГКА Украины (Киев)*

Рассмотрена и описана очень важная для приложений проблема редукции модели линейной стационарной системы большой размерности к более простой невысокого порядка. Предложен аппроксимационный подход к решению этой проблемы, который позволил свести проблему редукции к решению оптимизационной задачи. Разработаны и обоснованы несколько оригинальных способов ее решения.

**Ключевые слова:** редукция моделей, аппроксимация, оптимизация, соответствие моделей, модель в пространстве состояний.

Розглянуто та описано дуже важливу для застосувань проблему редукції моделі лінійної стаціонарної системи великої розмірності до більш простої невисокої розмірності. Запропоновано аппроксимативний підхід до вирішення цієї проблеми, який дозволив звести проблему редукції до розв'язання оптимізаційної задачі. Розроблено та обґрунтовано декілька оригінальних способів її вирішення.

**Ключові слова:** редукція моделей, аппроксимация, оптимізація, відповідність моделей, модель в просторі станів.

## ВВЕДЕНИЕ

В последнее время большой интерес специалистов по моделированию и управлению проявляется к возможности аппроксимации линейных стационарных систем с большим числом внутренних переменных, т.е. описываемых дифференциальными уравнениями большой размерности, с помощью более простых систем уравнений существенно меньшей размерности. Она получила название проблема редукции порядка модели для систем большой размерности. Ее решение позволяет на основе более простых уравнений эффективно решать задачи управления и прогнозирования по наблюдаемым выходным переменным. Методы малого параметра, которые развивались математиками, позволяли корректно находить приближенные решения сложных задач на основе более простых уравнений, что нашло широкое применение во многих прикладных задачах [1]. Малые параметры выделялись в явном виде, как правило, при переходе к безразмерной форме записи уравнений.

В методах редукции порядка модели, которые будут далее рассмотрены, малые параметры носят скрытый характер и определяются в результате сравнения поведения систем не по внутренним переменным, а по наблюдаемым на выходе при одном и том же произвольном входном воздействии. Близость выходов оценивается по одной из норм, которая задается конкретно решаемой задачей. При этом малые параметры определяются инвариантами наблюдаемой системы, т.е. собственными значениями и некоторыми другими характеристиками. Из общих соображений можно предположить, что им соответствуют плохо

наблюдаемые и управляемые моды или группа мод с близкими собственными значениями.

## ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Основная цель, которая ставилась при выполнении данной работы, состояла в том, чтобы предложить и развить подход альтернативный существующим, позволяющий создавать эффективные методы и конструктивные алгоритмы построения моделей не очень высокого порядка, которые дают отклик на выходе близкий к тому, что получается на том же выходе реальной системы очень большой размерности при произвольном допустимом входном воздействии. Практическая важность постановки такой проблемы очевидна, поскольку упрощенное описание сложной системы позволяет синтезировать более простые, но достаточно эффективные законы управления. В основу предлагаемого подхода положен вариационный принцип построения усеченных моделей, который широко используется при идентификации систем.

## ОПИСАНИЕ ПРОБЛЕМЫ

Исходной является математическая модель с описанием линейной стационарной системы в пространстве состояний в виде

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu, \quad y = Cx, \quad (1)$$

где  $x$  — вектор внутреннего состояния системы,  $u$  — вектор входного воздействия, а  $y$  — вектор наблюдаемых выходных переменных. Размерность недоступного для наблюдения вектора  $x$ , интерпретируемого как внутреннее состояние системы, достаточно большая также как и соответствующие размерности матриц  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . При этом вход  $u$  и выход  $y$  имеют существенно меньшую размерность.

Ставится задача: в пространстве состояний существенно меньшей размерности построить математическую модель:

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = \hat{A}\hat{x} + \hat{B}u, \quad \hat{y} = \hat{C}\hat{x}, \quad (2)$$

порядок которой гораздо меньше исходной (1), обладающую следующим свойством. Отклик системы (2) на произвольное допустимое входное воздействие мало отличался бы от выхода  $y$  системы (1). Обычно малость отклонения  $y - \hat{y}$  оценивается по некоторой норме, т.е. в виде неравенства:

$$\|y - \hat{y}\| \leq \varepsilon, \quad (3)$$

где  $\varepsilon$  — достаточно малая задаваемая величина.

Систему (2) называют редуцированной моделью системы большой размерности, т.е.  $\hat{x}$ ,  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$  имеют меньшую размерность по отношению к

исходному математическому описанию (1). Норма, входящая в (3), задается при постановке проблемы редукции.

## КРАТКИЙ ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ

Редукция порядка модели сложной системы при известном ее описании в виде системы уравнений (1) большой размерности может быть осуществлена различными методами, обзор которых можно найти, например, в [2, 3].

Большинство из них группируются вокруг двух подходов: 1) методы, основанные на подпространстве Крылова, выделяемом с помощью практического ранга матриц формируемых по правилу:

$$K_j(H, h) = [h, Hh, H^2h, \dots, H^{j-1}h],$$

где  $H$  — матрица, а  $h$  — вектор;

2) методы, основанные также на установлении практического ранга матриц с помощью SVD-преобразования и последующем переходе к подпространствам меньшей размерности без существенного изменения динамических свойств исходной системы. Это достигается за счет малых сингулярных чисел.

Подпространства Крылова, как правило, связываются с передаточными функциями (матрицами) систем (1), имеющими хорошо известный вид:

$$Q(s) = C(sI - A)^{-1}B.$$

Функции (матрицы)  $Q(s)$  представляются в виде моментных разложений в окрестности некоторой точки  $s_0$  или вблизи нуля. Соответствующие моменты в этих разложениях представляются затем в форме  $K_j(H, h)$ , по которым находят подпространства Крылова. Подробности описаны в [2, 3]. В случае систем с одним входом и одним выходом  $Q(s)$  есть передаточная функция. Оценку усеченных моделей можно делать по Боде диаграммам. В общем случае используются оценки ошибок аппроксимации по нормам  $\|Q_n(s) - Q(s)\|$  в соответствующих пространствах.

## ВАРИАЦИОННЫЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РЕДУКЦИИ

Задачу редукции сложной модели к более простой можно рассматривать как аппроксимационную, если сравнивать согласно (3) их поведение по выходным переменным. Сами модели при этом существенно отличаются друг от друга, а их выходы могут быть очень близкими, что и является основным аргументом, позволяющим не считать задачу редукции бессмысленной. Хотя с чисто математической точки зрения ей трудно придать необходимую для этого строгость. Основным мотивом является практическая потребность такой постановки проблемы в тех случаях, когда приходится иметь дело со сложными системами. Исходя из такой



интерпретации задачи редукции, можно сформулировать ее в вариационной постановке, т.е. свести к оптимизационной. Для этого необходимо от представления моделей в виде (1), (2) перейти к эквивалентному им описанию в форме вход-выходных соотношений. Такие соотношения были получены в работах [4, 5]. В [4] они записаны для более общего случая с кратными корнями, а в [5] представлены результаты, когда кратные корни отсутствуют.

Не ограничивая общности и сути предлагаемого метода, ограничимся для простоты случаем без кратных корней. Тогда эквивалентная (1), (2) модель в виде соотношения вход-выход при нулевых начальных условиях запишется как:

$$y_m(t) = \sum_{r=1}^R \sum_{p=1}^P \int_0^t [f_{mp}^{rc} \cdot \cos \beta_p(t-\theta) + f_{mp}^{rs} \cdot \sin \beta_p(t-\theta)] e^{-\alpha_p t} u_r(\theta) d\theta, \quad (4)$$

где

$$f_{mp}^{rc} = c_{mp}^c b_{rp}^c + c_{mp}^s b_{rp}^s, \quad f_{mp}^{rs} = c_{mp}^s b_{rp}^c - c_{mp}^c b_{rp}^s, \quad m = \overline{1, M} \quad (\alpha_p > 0, \beta_p > 0). \quad (5)$$

Здесь за начало процесса принято  $t=0$ , а переходу к (4), (5) предшествовало преобразование (1), (2) к жордановой реализации, при которой матрица  $A$  имеет блочно-диагональную форму;  $R$  — число входов, а  $M$  — выходов системы.

$$A = \text{diag}(J_1, J_2, \dots, J_P), \quad (6)$$

где  $J_p = \begin{pmatrix} -\alpha_p & \beta_p \\ -\beta_p & -\alpha_p \end{pmatrix}$ , а  $c_{mp}^c, c_{mp}^s, b_{rp}^c, b_{rp}^s$  — соответствующие этим

блокам элементы матриц  $C$  и  $B$ . Кроме того, в (4), (5) принята унифицированная форма записи, объединяющая действительные и комплексно-сопряженные собственные значения. Действительным соответствуют параметры  $\beta_p = 0, c_{mp}^s = b_{rp}^s = 0$  с вытекающим из этого удалением некоторых столбцов и строк у матриц  $A, B, C$  для жордановой реализации. Собственные значения и параметры  $f_{mp}^{rc}, f_{mp}^{rs}$  являются инвариантами управляемой и наблюдаемой системы, т.е. не зависящие от того какая реализация была у исходных систем (1) или (2).

Пусть размерность исходной системы определяется достаточно большим значением  $P$  в (4). Редукцию порядка модели данной системы будем проводить независимо для каждого входа и выхода, т.е. по скалярным уравнениям, связывающим отдельно выход  $y_m (m = \overline{1, M})$  со входом  $u_r (r = \overline{1, R})$ . При этом минимально управляемая и наблюдаемая модель, соответствующая этим входу и выходу, будет определяться числом ненулевых  $f_{mp}^{rc}, f_{mp}^{rs}$ , а для действительных собственных значений еще с учетом того, что  $\beta_p = 0$ . Если при этом ее размерность окажется малой, то в

принципе, редукцию можно не проводить. Понижать порядок следует для тех входов и выходов, для которых минимальная модель имеет достаточно большую размерность. В некоторых случаях при больших  $M$  и  $R$  может оказаться, что для всех входов и выходов получаем минимальные модели небольшой размерности. Это означает, что система распадается на множество слабо связанных подсистем небольшой размерности и нет необходимости ее редуцировать. На тех входах и выходах, для которых редукция желательна, осуществить ее можно с помощью нижеследующих действий. В момент времени  $t = 0$  подадим на вход исходной модели и искомой редуцированной входное воздействие в виде  $\delta$ -функции, т.е.  $u(\theta) = \delta(\theta)$ . Для простоты изложения подхода опустим индексы  $m$  и  $r$ , связанные с конкретным входом и выходом, и будем рассматривать односвязные системы, имея в виду одно из уравнений многосвязной системы (4).

После воздействия  $\delta$ -импульса в асимптотически устойчивой системе происходит процесс релаксации, определяемый формулой:

$$y(t) = \sum_{p=1}^P (f_p^c \cdot \cos \beta_p t + f_p^s \cdot \sin \beta_p t) \cdot e^{-\alpha_p t}, \quad (7)$$

в которой  $y(t)$  является ни чем иным как импульсной переходной функцией.

Выход или импульсная переходная функция для моментов времени  $t_k = \Delta k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots, N$ ) примет выражение:

$$y_k = y(\Delta k) = \sum_{p=1}^P (f_p^c \cdot \cos k\Delta\beta_p + f_p^s \cdot \sin k\Delta\beta_p) \cdot e^{-k\Delta\alpha_p}. \quad (8)$$

При выбранном  $\Delta$  из (8) получаем последовательность выходных данных  $\{y_k\}$ , которая будет использоваться для построения аппроксимирующей их модели более низкого порядка. Для этого зададимся классом моделей, в котором предполагаем ее искать. В качестве такового возьмем также случай, в котором отсутствуют кратные корни. Редуцированная модель в указанном классе будет давать отклик в тех же точках и при том же воздействии в виде  $\delta$ -функции согласно формуле:

$$\hat{y}_k = \sum_{q=1}^Q (f_q^c \cos k\Delta\beta_q + f_q^s \sin k\Delta\beta_q) e^{-k\alpha_q \Delta}, \quad Q \ll \sum_{p=1}^P n_p. \quad (9)$$

Параметры усеченной модели, включая  $Q$ , будем определять из решения следующей оптимизационной задачи:

$$\frac{1}{N} \left\| \sum_{k=0}^N (y_k - \hat{y}_k) \right\| \rightarrow \min. \quad (10)$$

При этом решается последовательность задач минимизации, в которых величина  $Q$  каждый раз увеличивается на единицу, начиная с  $Q = 1$ . В качестве решения задачи редукции берется то, которое при минимальном  $Q$

обеспечивает допустимую погрешность аппроксимации, определяемую условием:

$$\frac{1}{N} \left\| \sum_{k=0}^N (y_k - \hat{y}_k) \right\| \leq \varepsilon, \quad (11)$$

где  $\varepsilon$  — достаточно малая величина, а  $\|\cdot\|$  — заданная норма.

В общем случае необходимые условия оптимальности в такой задаче сводятся к нелинейным уравнениям. Более того, в ряде случаев может проявиться мультимодальность функции, экстремум которой ищется. Поэтому решение задачи (10), особенно при больших значениях  $Q$ , может вызвать определенные трудности. Однако принимая во внимание априорное знание распределения на комплексной плоскости собственных значений и инвариантов  $f_p^c$ ,  $f_p^s$ , а также некоторые особенности оптимизационной задачи, можно построить достаточно эффективные упрощенные алгоритмы ее решения.

Рассмотрим, в частности, задачу минимизации с квадратичной нормой  $\|\cdot\|_2$ . В этом случае (10) фактически есть нелинейный метод наименьших квадратов (МНК). Когда собственные значения нам известны, имеем обычный МНК и инварианты  $f_p^c$  и  $f_p^s$  определяются из решения стандартной линейной системы алгебраических уравнений классического МНК. Это обстоятельство можно использовать при решении нелинейным МНК для уменьшения числа варьируемых переменных, что особенно важно в итерационной процедуре нахождения размерности  $Q$ , обеспечивающего выполнение (11). При квадратичной норме в (10) условие (11) может быть записано для другой нормы, например  $\|\cdot\|_\infty$ , что допустимо, когда ищется приближенное решение с использованием итераций. А поскольку при этом определяется наименьшая размерность  $Q$ , итеративный процесс целесообразно начинать с  $Q=1$  и полученное для него решение проверить на выполнимость условия (11) в какой бы норме оно не было записано. Если оно не выполняется, то берем следующее значение  $Q=2$  и осуществляем те же действия, что и для  $Q=1$ . Невыполнение условия (11) для решения при  $Q=2$  означает продолжение итераций с повышением на единицу порядка искомой редуцированной модели. Процесс этот прекращается, когда при очередном повышении порядка выполнится неравенство (11), а соответствующая этой размерности полученная модель и будет решением задачи редукиции. Когда для каждого  $Q$  решение находится нелинейным МНК, целесообразно его модифицировать, встраивая в него процедуру вычисления оптимальных  $f_q^c$ ,  $f_q^s$  на каждой итерации собственных значений. Оптимальные значения собственных чисел следует находить в той области комплексной плоскости, в которой содержатся все собственные

значения исходной системы большой размерности.

При мультимодальности целевой функции целесообразно привлекать методы стохастической оптимизации, в частности, метод дифференциальной эволюции (МДЭ) с использованием генетических алгоритмов [6]. Достоинство этих методов прежде всего в том, что они позволяют находить глобальный экстремум и применять их в тех случаях, когда сталкиваемся с недифференцируемостью целевых функций, например, для критериев с нормой  $\|\cdot\|_1$ . В случаях квадратичного критерия процедуру изменения  $f_q^c$ ,  $f_q^s$  можно осуществлять не псевдослучайным образом, а вычислять их с помощью МНК, т.е. брать оптимальными в каждой варьируемой точке собственных значений. Это позволит вдвое уменьшить число искомых параметров на каждой итерации МДЭ.

### МЕТОД ВЫДЕЛЯЕМОГО ПОДПРОСТРАНСТВА

Эффективность описанного выше вариационного способа падает с увеличением  $Q$ , поскольку приходится решать оптимизационную задачу большой размерности. Поэтому при относительно больших  $Q$  предлагается иной метод ее решения. Из последовательности  $\{y_k\}$  исходной модели большой размерности формируем ганкелеву матрицу:

$$Y = \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \dots & y_K \\ y_1 & y_2 & \dots & y_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_K & y_{K+1} & \dots & y_{2K} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где  $K = \frac{N}{2}$ , если  $N$  — четное и  $K = \frac{N-1}{2}$  в противном случае. Размерность  $K$  и соответственно  $N$  следует выбирать такими, чтобы искомый порядок  $Q$  редуцированной модели удовлетворял условию  $Q < K$ .

Матрица  $Y$ , как уже говорилось, не зависит от того, какая реализация в пространстве состояний была у системы в момент подачи  $\delta$ -импульса: жорданова или какая-то иная, т.е. матрица  $Y$  инвариантна относительно неособого преобразования. Это означает, что свободное движение, которое генерировало последовательность  $\{y_k\}$ , должно удовлетворять не только (8), но и системе уравнений:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k, \\ y_k &= c^T x_k, \quad x(0) = x_0, \end{aligned} \quad (13)$$

где вектор-строка  $c^T$  и матрица  $A$  задают некоторую эквивалентную (8) реализацию исходной модели в пространстве состояний соответствующей размерности. Начальное состояние  $x_0$  выражается с помощью неособого

преобразования через вектор, компонентами которого являются инварианты  $f_p^c, f_p^s$ . На основе уравнений (13) можно получить следующее матричное уравнение:

$$Y = \Gamma \cdot X, \quad (14)$$

где  $Y$  — матрица (12), а матрица наблюдаемости  $\Gamma$  и матрица  $X$  имеют вид:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} c^T \\ c^T A \\ \vdots \\ c^T A^{K-1} \end{bmatrix}, \quad X = [x_0 \ x_1 \ \dots \ x_K]. \quad (15)$$

Далее производим SVD-разложение матрицы  $Y$ , которое записывается как:

$$Y = U \Sigma V^T, \quad (16)$$

где  $U$  и  $V$  — ортогональные матрицы, а  $\Sigma$  — матрица сингулярных чисел, расположенных на диагонали в невозрастающем порядке. Матрицы  $U, \Sigma, V$ , полученные при SVD-разложении, разобьем на блоки:

$$U = [U_r \ U_u], \quad \Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_r & 0 \\ 0 & \Sigma_u \end{bmatrix}, \quad V = [V_r \ V_u], \quad (17)$$

где  $U_r, \Sigma_r, V_r$  — матрицы, соответствующие редуцированной модели, а  $U_u, \Sigma_u, V_u$  — матрицы, которые определяют динамику, не попавшую в усеченную модель. Тогда матрица Ганкеля, составленная из выходов редуцированной модели, примет вид:

$$Y_r = U_r \Sigma_r V_r^T. \quad (18)$$

Теперь представим матрицу  $Y_r$  в виде произведения двух полноранговых матриц:

$$Y_r = Y_{r1} \cdot Y_{r2}, \quad (19)$$

где  $Y_{r1} = U_r, Y_{r2} = \Sigma_r V_r^T$ .

Матричное уравнение (14) для редуцированной модели примет вид:

$$Y_r = \Gamma_r \cdot X_r. \quad (20)$$

В соответствии с теорией реализаций [6] можно положить

$$\Gamma_r = Y_{r1} = U_r, \quad X_r = Y_{r2} = \Sigma_r V_r^T, \quad (21)$$

задавая таким образом некоторую реализацию системы в пространстве состояний.

Знание матрицы наблюдаемости для полученной в результате реализации позволяет найти для нее матрицу  $A$ . Как видно из выражения матрицы  $\Gamma_r$  в (15), она обладает свойством сдвиговой инвариантности, из которого непосредственно следует следующее матричное приближенное уравнение:

$$Y_{r12} \approx Y_{r11} \cdot A, \quad (1)$$

в котором матрица  $Y_{r12}$  получается из матрицы  $Y_{r11}$  вычеркиванием из нее первой строки, а матрица  $Y_{r11}$  — вычеркиванием последней строки. Предполагается, что размерность искомой редуцированной модели меньше размерности матрицы  $Y$ . Тогда имеем переопределенную систему уравнений относительно элементов матрицы  $A$ . Для ее решения можно использовать МНК или обобщенный МНК [7].

После нахождения матрицы  $A$  вычисляются ее собственные значения. Это позволяет построить матрицу наблюдаемости  $\Gamma'$  для жордановой реализации, в которой матрица  $A'$  будет иметь вид:

$$A' = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{Q_1}, J_1, J_2, \dots, J_{Q_2}],$$

где  $\lambda_q$  ( $q = \overline{1, Q_1}$ ) действительные собственные значения, а

$$J_q = \begin{bmatrix} -\alpha_q & \beta_q \\ -\beta_q & -\alpha_q \end{bmatrix} \quad (q = \overline{1, Q_2})$$

представляет диагональные блоки, соответствующие комплексным корням. Для этой реализации построим матрицу  $\Gamma'$  так, чтобы она соответствовала наблюдаемой канонической реализации, в которой вектор  $c'$  имеет компоненты:

$$c'_1 = c'_2 = \dots = c'_{Q_1} = 1, \quad c_1^c = c_2^c = \dots = c_{Q_2}^c = 1, \quad c_1^s = c_2^s = \dots = c_{Q_2}^s = 0.$$

Здесь  $c'_q$  ( $q = \overline{1, Q_1}$ ) — компоненты вектора  $c'$ , соответствующие действительным собственным значениям, а пары  $(c_q^c, c_q^s)^T = (1, 0)^T$  — комплексным, т.е. привязаны к блокам  $J_q$ . Таким образом, для этой реализации в системе уравнений (13) заданы матрица  $A'$  и вектор  $(c')^T$ , а начальное состояние  $x'_0$ , согласно (9), связано с вектором  $b'$  соотношениями:

$$\begin{aligned} x'_{01} &= f_1 = b'_1, \quad x'_{02} = f_2 = b'_2, \quad \dots, \quad x'_{0Q_1} = f_{Q_1} = b'_{Q_1}, \\ x'^c_{0Q_1+1} &= f_1^c = b'^c_{Q_1+1}, \quad x'^s_{0Q_1+1} = f_1^s = -b'^s_{Q_1+1}, \quad \dots, \\ x'^c_{0Q_1+Q_2} &= f_{Q_2}^c = b'^c_{Q_1+Q_2}, \quad x'^s_{0Q_1+Q_2} = f_{Q_2}^s = -b'^s_{Q_1+Q_2}. \end{aligned} \quad (23)$$

Следовательно, чтобы получить в окончательном виде редуцированную модель заданной размерности для жордановой канонической реализации

осталось найти компоненты вектора  $x'_0$ . Для этого найдем сначала из уравнения  $\Gamma = \Gamma' \cdot T$  матрицу перехода  $T$  от реализации определяемой (21) к канонической жордановой реализации, которая определяется формулой:

$$T = (\Gamma')^{-1} \cdot \Gamma,$$

где  $\Gamma'$  выражается через матрицу  $A'$  и вектор  $c'$ . Первый столбец матрицы  $Y_{r,2}$ , согласно (15), равен вектору  $x_0$  соответствующей реализации, в которой была получена матрица  $A$  из (22). Вектор  $x'_0$ , через который выражаются компоненты вектора  $b'$ , определяется равенством

$$x'_0 = Tx_0. \quad (24)$$

После нахождения из (23) и (24) вектора  $b'$  можно перейти от канонической жордановой реализации к той, которая необходима для дальнейшего применения.

Знание собственных значений редуцированной модели позволяет применить иную процедуру определения инвариантов, в основе которой лежит МНК. Будем рассматривать их нахождение как задачу аналитической конечномерной аппроксимации в виде разложения по заданному (известному) базису табличной функции  $\{y_k\}$ , определяющей выход исходной модели на интервале наблюдения  $[0, N]$ . Поскольку  $2Q < N$ , то имеем задачу, в которой требуется найти решение переопределенной и в общем несовместной системы линейных алгебраических уравнений следующего вида:

$$R_N f = y, \quad (25)$$

где матрица  $R_N$  имеет размерность  $N \times Q$  и состоит из элементов, определяемых значениями базисных собственных функций в точках  $k$  ( $0, 1, 2, \dots, N$ ), а  $f$  вектор, компонентами которого являются инварианты  $f_q^c$  и  $f_q^s$ . Правая часть задается значениями  $y_k$  в тех же точках  $k$ , соответствующих выходу исходной системы большей размерности. Решение (25) будет приближенным, которое может быть найдено с помощью МНК, минимизирующего невязку в евклидовой норме. Приближенное решение (25), получаемое МНК, записывается как:

$$f = (R_N^T \cdot R_N)^{-1} \cdot R_N^T y. \quad (26)$$

Здесь, в отличие от стандартных задач, в которых несовместность обусловлена приближенно заданной правой частью или самой матрицей  $R_N$ , правая часть задана точно. Поэтому речь идет о приближенном решении, минимизирующем невязку  $R_N f - y$ . В определенном смысле можно говорить о приближенно заданной в (25) матрице  $R_N$ , хотя, в принципе, не существует точного значения  $R_N$ , при котором система была бы совместной.

Приближенное решение такой несовместной системы может быть найдено также с помощью обобщенного МНК, который сводится к оптимизационной задаче:

$$\min_F v^T v, \quad (27)$$

где  $F = \{x, v : y = R_N f + Bv\}$ , а  $B$  — заданная матрица. В данном случае  $Bv$  — есть обобщенная невязка. Решается (27) с использованием ортогональных преобразований, в частности, QR-разложения матрицы  $R_N$ .

Одним из ключевых моментов обоих вышеописанных подходов является определение размерности  $Q$ . Поэтому более подробно опишем алгоритм его нахождения в итеративной форме. Исходным или начальным является выбор размерности матрицы  $A$ , когда осуществляется разбиение на блоки сингулярного разложения матрицы Ганкеля. Поскольку сингулярные числа расположены в убывающем (невозрастающем) порядке, то в блоке  $\Sigma_u$  оставляем все несущественные, т.е. достаточно малые значения  $\sigma_i$ . В ряде случаев это сделать легко, например, когда после некоторого значения сингулярного числа на диагонали наблюдается выраженный скачок на порядок и более следующего за ним  $\sigma_i$ , а до этого изменения были малозначительными. В других случаях приходится принимать волевые решения, сравнивая последовательно значения сингулярных чисел с первым значением. Усечение можно делать там, где последующие значения  $\sigma_i$  отличаются более, чем на порядок от первого. Тогда размерность блока  $\Sigma_r$ , состоящего из существенных сингулярных чисел, и будет определять начальное  $Q_0$ . После нахождения из (26) вектора  $f$  при известных собственных значениях формируем импульсную функцию редуцированной модели и последовательность  $\{\hat{y}_k\}$ . Проверяем для заданной нормы выполнение условия (11). Возможны три исхода. Выполняются равенство или строгое неравенство, неравенство не выполняется. В первом случае редуцированная модель размерности  $Q_0$  построена. В двух других случаях следует продолжить поиск решения, т.е. перейти к следующей итерации. При выполнении строгого неравенства размерность  $Q_0$  следует уменьшить на единицу, а при его невыполнении, наоборот, на единицу увеличиваем  $Q_0$ . Далее повторяются те же действия, которые проводились после выбора  $Q_0$ , а именно: находится матрица  $A_1$  и ее собственные значения, решается задача определения инвариантов  $f_q^c$ ,  $f_q^s$  и оценивается выполнимость неравенства (11). В зависимости от полученного результата итерации прекращаются или продолжаются. Они прекращаются в тех случаях, когда получилось равенство или произошла смена знака неравенства (11) по отношению к случаю с  $Q_0$ . При равенстве размерность редуцированной модели равна  $Q_1 = Q_0 \pm 1$  в зависимости от того, увеличивалось или



уменьшалось  $Q_0$ . При смене знака неравенства с «>» на «<» берется значение  $Q_1 = Q_0 + 1$ , а при смене знака с «<» на «>» остается значение  $Q_0$ . В остальных случаях размерность соответственно увеличивается или уменьшается на единицу и итерации продолжаются до тех пор, пока не получится равенство или удовлетворительная смена знака. Окончательное значение  $Q$  берется для последней итерации («>» поменялось на «<») или предыдущей («<» поменялось на «>»).

Одним из важнейших параметров метода является шаг дискретизации  $\Delta$ . Его следует выбирать согласовано со значениями  $\max \alpha_p$  и  $\max \beta_p$  ( $p = \overline{1, P}$ ). Будем иметь приемлемую аппроксимацию во всем динамическом диапазоне, если будут выполняться соотношения  $\Delta < \frac{\pi}{5\beta_{p \max}}$ ,  $\Delta < \frac{2}{5\alpha_{p \max}}$ .

**Замечание.** Если в описанном подходе оценка (11) делается по норме, отличной от  $\|\cdot\|_2$ , например, по норме  $\|\cdot\|_\infty$ , то несмотря на эквивалентность норм, можем получить редуцированную модель завышенного порядка. В принципе существует возможность с помощью обобщенного МНК, т.е. на основе (26), улучшить результат. Для этого, сравнивая поточечно графики импульсной переходной функции исходной и полученной МНК редуцированной моделей, можно в интерактивном режиме подобрать такую матрицу  $B$ , с помощью которой уменьшить погрешность аппроксимации по норме  $\|\cdot\|_\infty$  по сравнению с МНК.

## РЕДУКЦИЯ МНОГОСВЯЗНОЙ СИСТЕМЫ

Для многосвязной системы решать задачу редукции описанным подходом следует в два этапа. Пусть требуется ее решить в следующей постановке. Построить редуцированную модель минимально возможной размерности так, чтобы для каждой импульсной переходной функции, являющейся элементом импульсной переходной матрицы аппроксимирующей системы, выполнялось условие (11). Тогда на первом этапе независимо вышеописанным методом решается задача редукции для каждого элемента этой матрицы, т.е. для соответствующей ему передаточной функции. На втором этапе проводится сравнение найденных для них собственных значений. Если все они оказались существенно разными, то по найденным решениям достаточно просто восстанавливается редуцированная модель в пространстве состояний для жордановой реализации многосвязной системы. Процедура ее построения описана в статье [8]. Если же для некоторых элементов импульсной переходной матрицы имеются равные или близкие собственные значения, то целесообразно провести их коррекцию с учетом того как вблизи них располагаются собственные значения исходной системы и какие значения принимают соответствующие им инварианты. После этого повторно решить задачу определения инвариантов  $f_q^c$  и  $f_q^s$  для

соответствующих передаточных функций, для которых были скорректированы собственные значения. Проверка выполнимости (11) позволяет оценить, насколько удачно произведена коррекция и в случае необходимости провести повторную коррекцию.

## РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Продemonстрируем некоторые особенности изложенного подхода. Как соотносятся между собой собственные значения исходной и редуцированной модели показано на рис. 1 и рис. 2.

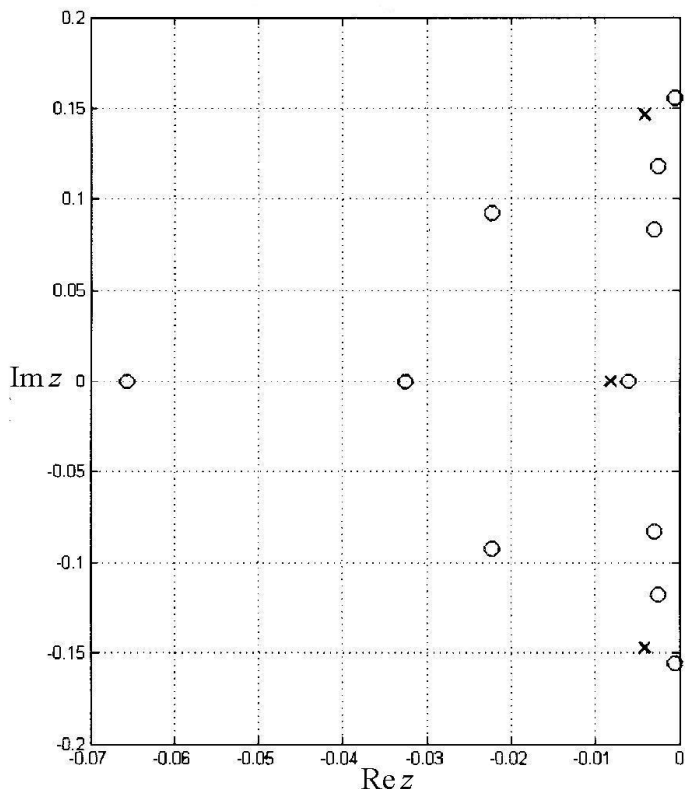


Рис. 1. Расположение на комплексной плоскости собственных значений исходной системы — « $\circ$ » и редуцированной модели — « $\times$ » для  $Q = 3$

Собственные числа исходной системы представлены в устойчивой области комплексной плоскости в виде кружочков, а редуцированной — в виде крестиков. Результаты, показанные на рис. 1, получены для исходной модели 11-го порядка при выбранной размерности редуцированной модели

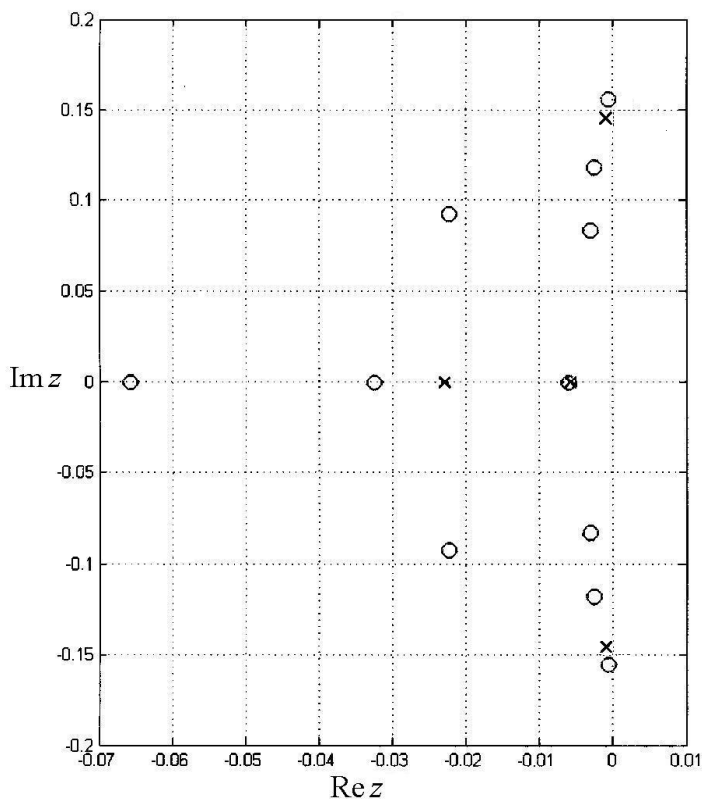


Рис. 2. Расположение на комплексной плоскости собственных значений исходной системы — «o» и редуцированной модели — «x» для  $Q = 4$

равной трем. А на рис. 2 для той же исходной модели показано как располагаются собственные значения усеченной модели четвертого порядка по отношению к реальной.

Из рисунков видно, что каждое собственное значение модели уменьшенного порядка аппроксимирует некоторый кластер корней исходной системы. Другими словами, при редукации порядка модели получаем некоторые усредненные оценки параметров исходной системы, и ни о каких несмещенных оценках при этом не может идти речь. Особенно это проявляется при больших размерностях исходной модели.

1. Мищенко Е.Ф., Розов Н.Х. Дифференциальные уравнения с малым параметром и релаксационные колебания. М.: Наука. 1975. 248 с.
2. Antoulas A.C., Sorenson D.C., Gugercin S.A. A survey of model reduction methods for large-scale systems. *Contemporary Mathematics*. 2001. Vol. 280. pp. 193–219.
3. Reis T., Stykel T. A survey on model reduction of coupled systems. *Model order Reduction. Theory, Research Aspects and Applications*. 2008.
4. Губарев В.Ф. Метод итеративной идентификации многомерных систем по неточным данным. Часть 1. теоретические основы. *Проблемы управления и информатики*. 2006. № 5. С. 16–31.

5. Губарев В.Ф., Мельничук С.В. Идентификация многомерных систем по параметрам установившегося режима. *Проблемы управления и информатики*. 2012. № 5. С. 26–42.
6. Rainer S., Price K. Differential evolution — a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*. 1997. N 11. pp. 341–359.
7. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. М.: Мир. 1999. 548 с.
8. Мельничук С.В. Метод структурно-параметрической идентификации многосвязных систем по частотным характеристикам. *КБТ*. 2015. № 181. С. 66–79.

UDC 519.71

## PROBLEM OF MODEL ORDER REDUCTION FOR LINEAR LARGE-SCALE TIME-INVARIANT SYSTEM

**Gubarev V.F.**

*Space Research Institute NAS Ukraine and SSA Ukraine (Kyiv)*

**Introduction.** Very significant for application model reduction problem of large-scale time-invariant system to more simple small order is considered and developed in the paper. Real and approximate models fitting is determined by norms which establish the difference between impulse response of these two models.

**The purpose of the article** is to propose a new approach of setting the model reduction problem and to develop methods based on variational principle of its solving.

**Methods.** It is proposed to set model reduction problem as optimization. For this initial state space model was transformed to equivalent description in form of input-output relation using analytical expression for impulse response. Such form allows to apply conception of fit between real system and its low-order approximation widely used in identification. Parameters of approximate model and its dimension are determined from optimization problem with different measure of fit writing as norm. Algorithms of numerical solving the optimization problems and needed for this data are considered in the paper. Besides the modified subspace method that permits to construct the observability matrix directly from output data using SVD factorization is proposed and described. Singular values of SVD-decomposition indicate as the best way to truncate full model.

**Results.** Some results dealing with mutual disposition of eigenvalues of real model and reduced one are demonstrated.

**Conclusion.** Developed methods may be used both for systems with scalar input and output and for multi-input and multi-output system as well. Results obtained by modelling show efficiency of all worked out methods.

**Keywords:** model reduction, approximation, optimization, model fit, state-space model.

1. Mischenko E.F. and Rozov N.H. Differential equations with small parameter and relaxation oscillations. M.: Nauka. 1975. 248 p. (in Russian).
2. Antoulas A.C., Sorenson D.C., Gugercin S.A. A survey of model reduction methods for large-scale systems. *Contemporary Mathematics*. 2001. Vol. 280. pp. 193–219.
3. Reis T., Stykel T. A survey on model reduction of coupled systems. *Model order Reduction. Theory, Research Aspects and Applications*. 2008.

© В.Ф. Губарев, 2016

4. Gubarev V.F. Method of iterative identification of multivariable systems over inexact data. Part 1. Theoretical aspects. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2006. № 5. pp. 16–31 (in Russian).
5. Gubarev V.F. and Melnichuk S.V. Identification of multivariable systems using steady-state parameters. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2012. № 5. pp. 26–42 (in Russian).
6. Rainer S., Price K. Differential evolution – a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*. 1997. № 11. pp. 341–359.
7. Golub G.H. and Van Loan Ch.F. *Matrix Computations*. Baltimore and London: John Hopkins University Press. 1999. 550 p.
8. Melnichuk S.V. Method of structural parametric multivariable systems identification using frequency characteristics. *Cybernetics and Computer Engineering*. 2015. № 181. p. 66–79 (in Russian).

Получено 15.09.16

# NETWORK-CENTRIC CONTROL TECHNOLOGY OF DATA TRANSFER BY NETWORK COMMUNICATIONS

S.V. Melnikov, A.E. Volkov, N.N. Komar, D.A. Voloshenyuk

*International Research and Training Center for Information Technologies and Systems, Kyiv, Ukraine*

Рассмотрен вопрос необходимости проведения компьютерного моделирования современных сетевых коммуникаций и использования новых моделей и интеллектуального управления в целях повышения безопасности и качества работы сети передачи данных и связи, особенно в сложных условиях.

**Ключевые слова:** сетцентрическая система, управляющие технологии, сеть, компьютерное моделирование, виртуальные модели.

## INTRODUCTION

Last year's around the world there is a rapid growth of wireless data networks used in the scale of individual enterprises (LANs), and as a binder component for corporate and government networks. A powerful incentive to this growth — the emergence of new standards regulating the operation of wireless networks [1].

The problem of increasing network performance is very relevant. In practice, the actual speed of data transmission / receiving is significantly lower than the bit rate supported by used network technology. Particularly this problem is acute in wireless networks. The actual wireless network bandwidth depends on the used technology, the number of subscribers in the network, length and quality of communication channels, electromagnetic interference, weather, network equipment, protocols and many other factors.

At the present time the development of motion control systems of dynamic objects is based on the using of navigation telecommunications networks, in which are widely used satellite navigation technology and communications, together with the network technologies of navigation information transmission. This combination of hardware and software makes it possible to ensure the optimum performance of navigation equipment and allows to implement the multivariable modeling techniques in navigational and communication networks using complex databases of characteristics of different types dynamic objects. Digital communication and information technologies are crucial for the implementation of network-centric control of air, sea and ground objects based on the joint use of the navigation information on the basis of common interfaces, standards and protocols.

## STATEMENT OF PROBLEM

Formulation of the research problem is the need to develop the technologies for control of communication process between all network objects and technology for management of data information transfer in models of remote control in distributed networks [2].

The main factor affecting the performance of computer networks is a network delay in the transmission of data packets. Previous studies have shown that the use of the existing scientific and technical solutions in the computer networks of distributed control of applied process does not provide required quality of control and management of data transmission at presence of packet delay in the network.

For example, at influence of electromagnetic interference the transmitted information is distorted. This fact is detected by analyzing the checksum of the network packet. If the packet has been distorted, he discarded by the receiver. As a result, the receiver does not send a confirmation of successful reception to the transmitter, and, consequently, the sender retransmits the packet. Thus, the longer the packet and the higher the probability of bit error, the smaller the performance of a computer network.

Scientific novelty of idea is the use of net-centric technology to develop advanced control systems for data information transfer. It should be noted that under net-centric technology we mean such structure of the remote control, which provides interconnection of network elements, the ability of interaction between them and the management of them in real time. This will ensure a functional and timing compatibility of all network elements [3].

**Purpose of the work** is to explore the fundamentals and principles of construction of new and perspective control systems for transfer of information and communication data in network using the net-centric technology. It will significantly expand the list of solved tasks of distributed control of high-speed cycles of application processes and improve the quality, reliability and security of network systems in general.

Purpose and objectives of the work is to get a basis for further research and practical development of technologies for monitoring and management of application processes in the network in real time scale based on net-centric technologies that will improve the quality, reliability and security of network systems and technologies.

## **NETWORK-CENTRIC CONTROL TECHNOLOGY OF DATA TRANSFER BY NETWORK COMMUNICATIONS**

In the early years of the appearance of communication between computers software for networking was created haphazardly, for each individual case. After the networks gained enough popularity, the majority of experts recognized the need for standardization of software and hardware of computer networks. It is obvious that standardization enables system vendors to develop hardware and software that will be able to operate even in the presence of different architectures.

It is necessary to draw a clear line between the work of software and hardware components of network. There is diverse equipment that operates in the network; its performance and reliability are dependent on this equipment. Other network characteristics, such as transparency and safety depend on a variety of software: network operating systems and network applications.

The network is the connection of different equipment, different software, and therefore the problem of compatibility of different technologies and equipment of various types of operating systems remains important.

Of course, there is a certain independence of operation of hardware and software, which together perform the work of a computer network. This independence laid in a common unified system of construction of the network components. Software tools "do not muse about" what happens on "lower layer" of the network, they simply send their requests over there and receive a response in the form understandable for themselves. In its turn the network hardware resources "do not muse about" what the software does with the result of their work, they receive a request, perform the necessary actions and provide an answer.

Without the generally accepted standards of construction of network equipment, progress in network development in such a huge variety of networking products, would be simply impossible.

Until recently, developers of network equipment concentrated their attention mainly on the problems of transferring information packets in computer networks, but now many leading companies (IBM, Intel, HP, EMC, Microsoft, Motorola, Symantec, Siemens, Boeing, Honeywell and many others) develop specialized software and hardware solutions for net-centric distributed control systems. The use of existing technical solutions (patents US6683889-Siemens, EP1661343-Motorola, US6363056-Ibm, WO0237773-Intel, EP1426870-Boeing, US2007111725-Honeywell and others) in computer networks of distributed control of high-speed cycles of application process does not provide required quality of control [4].

Analysis of recent research, literature and patent searches on this issue show a high relevance of submitted question and the need to resolve it. In particular, the 2013–2028 Global Air Navigation Plan of International Civil Aviation Organization envisages improvement of air navigation service due to control and management of the transfer of digital aeronautical information, which coincides with direction of our work [5].

The project is based on applied research in the field of high-speed cycles control systems for net-centric dynamic application processes with spatially-distributed interrelated functional components. Thus it provides functional and temporal combination of internal resources of net-centric distributed control systems with objects and technological processes on the basis of shared use of dynamics models working in an accelerated time scale into a single space-time net-centric complex.

An idea of net-centric and neural network technologies for monitoring the quality of data transmission with the wireless network is proposed. The main scientific and technical idea of design of monitoring systems and distributed control systems of a wide class of application processes, namely data transmission in the global expanse of information networks on the basis of network-centric technology consists in forming of commands of distributed control. This is achieved by simulation of dynamics of the application process in accelerated time scale in conjunction with the simulation of the process of formation of control



commands according to the current condition of the application process. This allows compensating the delays, errors and packet distortions in networks [6].

To conduct the necessary research of communication lines and use of network-centric applications and neural network technologies a method of route control and the quality of information data transfer via Wi-Fi-network was developed. A computer algorithm and software that determine the data route, the parameters of the network, delays and the losses of data packets were developed. Also, this software localizes the point with the highest transmission path delays and losses, and offers an alternative data transmission route with higher quality.

Realization of researches is based on the methods of mathematical analysis, combinatorial optimization, probability theory, simulation, automatic control theory, methods of nonlinear absolute invariance and software packages, such as, MatLab Simulink, C++ programming language, Adobe Flash and others.

There is an example of the practical results obtained by the analyzing of network quality on Figure 1. The graph shows the time-relation of data transmission and receiving speed with different number of users.

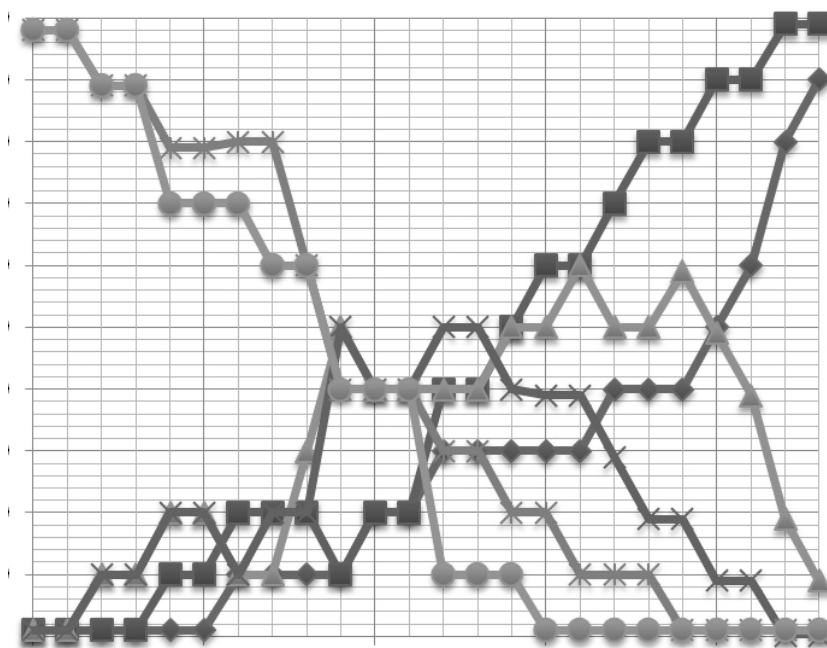


Fig. 1. Time-relation of data transmission and receiving speed with different number of users

To solve the problem of determining the quality of the data transfer process in order to further control and manage this process, a method which is based on software that works with any standardized computing environment was developed. This method detects and evaluates the operating parameters of the wired Internet network before, during and after transmission of the information data packets provides analytical (numerical values of time delay of packet transmission, the percentage of lost data, signal quality, transmission speed and receive speed) and graphic parameters to control information transmission routes (Fig. 2, Fig. 3 and Fig. 4).

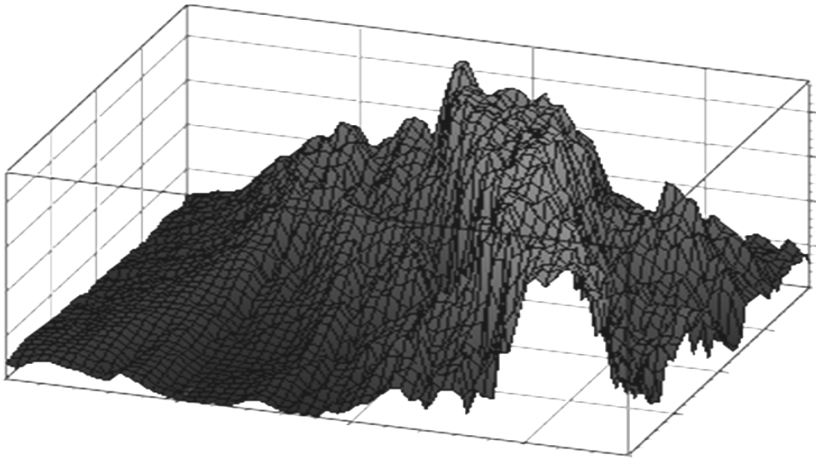


Fig. 2. The graph of signal-to-noise ratio while removing the transmitter from the source of interference

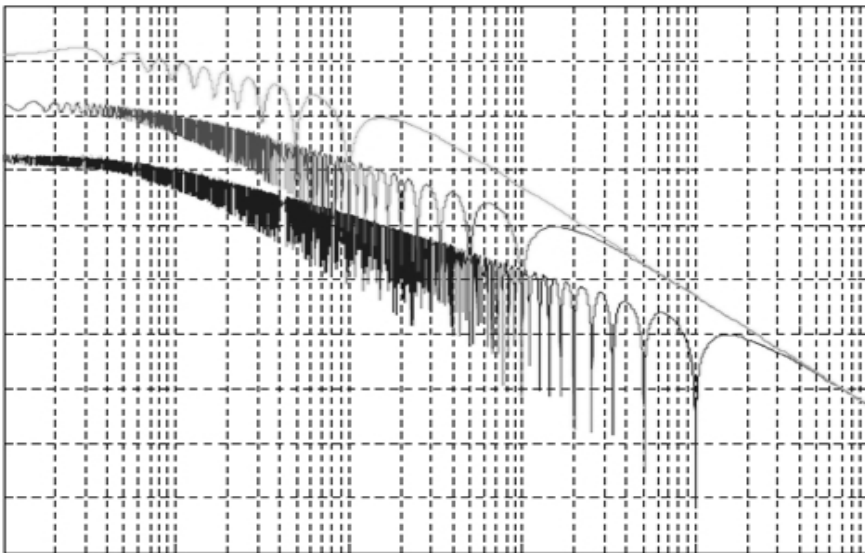


Fig. 3. Signal strength depending on the frequency and distance of data transmit

Executing of a method is provided by connection to any wired Internet network with arbitrary parameters. The collected data is stored in a computer environment for further processing and collection of statistical data. Based on these data the possibility of using different ways to compensate time delays and loss of data packets in the network was considering (Fig. 5), there is a practical possibility of using methods of compensation based on the data transmission systems with feedback what is implemented in the present method. A characteristic feature of this method is that the decision to re-transfer and use of compensation protocols is accepted in the final destination (by receiver).

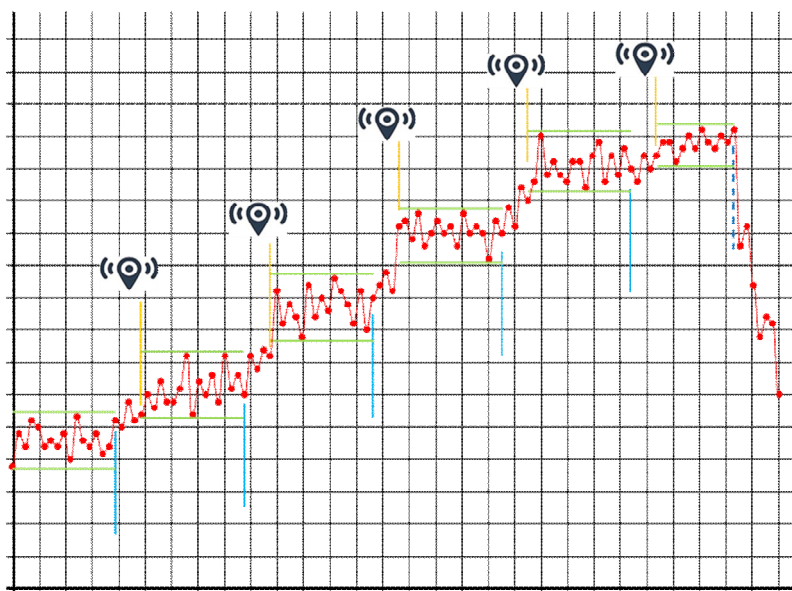


Fig. 4. The dependence of signal power on the number of parallel transmission sources

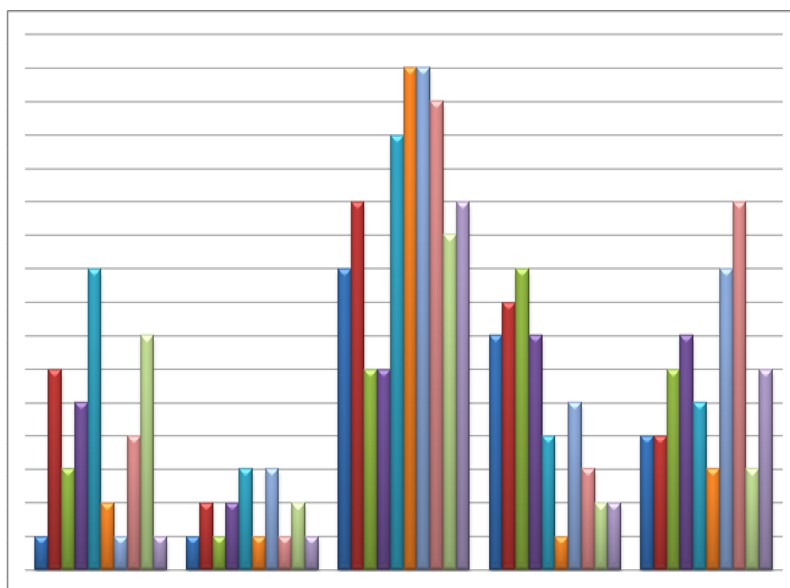


Fig. 5. The graph transmission numbers of fragments of one file (10 broken fragments) at 5 network transfers

Result of data transfer simulations with using network-centric system which is based on the method of control of the quality of information data transfer via a wired Internet connection showed that the results of the quality of network performance is almost in 3 times better than standard network connection. This confirms the appropriateness of using the given development in the terrestrial wired data transmission systems and the need to develop such technology for wireless connection.

Development of modern intelligent automated control systems of dynamic objects and processes in a distributed environment should be based on high-speed data transfer technologies. For the high mobility of these intelligent systems it is important to use wireless technology. This will allow to create a new adaptive network-centric principles of intelligent control. Weaknesses of the modern wireless data transmission technologies (e.g., Bluetooth, and Wi-Fi) are crucial for the construction of such intelligent control. High sensitivity to time delays, obstructions, interference and noise makes it difficult to create high quality intelligent systems. Thus, the development of new algorithms and methods for improving the quality of modern communication systems and communication is one of the priority directions in the field of intelligent control.

## CONCLUSIONS

It may be noted that the problem of the need to create a net-centric management and control system of transmission of information data in a remote control models of dynamic objects (in our case, aircraft) has a high priority and actuality, that is confirmed by the ICAO's 2013-2028 Global Air Navigation Plan.

The paper proposes the idea of using net-centric technologies that will provide a new opportunity to control dynamic objects in real time.

Considering and taking as a basis the problem of the quality of the wireless network and the need to improve the transition by using new principles and technologies of data transmission, the method of control and determine the quality of information data transfer via a wired Internet connection was developed. This method allows: to determine the data route via the Internet and the network settings, delays and loss of data packets (Fig. 4); to localize the point of transmission of the route with highest delays and losses; to provide an alternative data transmission route with better quality. This method was developed as a basis for net-centric management and control system of transmission of information data in the models of remote control of aircraft.

Experiments and simulations of the use of such a system are shown that:

- obtained delays, as well as the loss or corruption of data, significantly higher than aviation tolerances, which confirms the relevance of this work;
- the use of the developed method improves the quality of modeling process for linear regression models;
- it is possible to extrapolate and approximate output signals which have rather complicated forms;
- both linear and nonlinear dynamic models are taken into account;
- it opens the way for creation of new ways and methods for compensation and prevention of network errors, delays, distortions, interferences and packet loss of information data;
- development a method for determining the quality of information data transmission via a wireless connection, also as a creating programs for protection against unauthorized network access — are a perspective research objectives.
- for the effective functioning of control systems with distributed information and executive resources in heterogeneous navigation networks, in case

of the using of remote control system it is necessary to complex consideration of all the control processes elements and accounting of the following recommendations:

- the distribution of control information on the importance relative to the management objectives and acceptable delays in transmission;
- defining of specifications of protocols for data transfer for the various types of information;
- determination of the feasibility of using different channels and information transmission routes;
- ranking priorities of the importance of the data and its transmission sequence in information structures;
- the creation of structures that duplicate the data transfer process;
- determination of the structure of the distribution of parts of the system depending on the possible delay interval of control signal.

Furthermore additional features of control structures organization which take into account the developed methods of control of high-speed dynamic processes can be used.

1. Мизин И.А., Уринюк Л.С., Храмешин Г.К. Передача информации в сетях с коммутацией сообщений. М.: Связь, 1977. 328 с.
2. Павлова С.В., Богачук Ю. П., Мельников С. В. Моделирование технологии распределенного сетевого управления летательными аппаратами. *КВТ*. 2011. Вып. 163. С. 45–53.
3. Спосіб контролю маршруту та визначення якості процесу передачі інформаційних даних через дротову Інтернет-мережу: пат. 04108 Україна: МПК(2013) G06N 7/00. Заявл. 15.05.2014; опубл. 16.07.2014. — 9 с.
4. Харченко В.П. Креденцар С. М. Мережі та бази даних. НАУ. Киев, 2013. — 328 с.
5. Глобальный аэронавигационный план на 2013–2028 года. Пропускная способность и эффективность. Международная организация гражданской авиации ИКАО. Монреаль, Канада. 2013. Вып. 4. 128 с.
6. Паук С.М. Сети авиационной электросвязи. М.: Транспорт, 1986. 271 с.

UDK 681.518

## NETWORK-CENTRIC CONTROL TECHNOLOGY OF DATA TRANSFER BY NETWORK COMMUNICATIONS

S.V. Melnikov, A.E. Volkov, N.N. Komar, D.A. Voloshenyuk

*International Research and Training Center for Information Technologies and Systems, Kyiv, Ukraine*

**Introduction.** The problem of increasing network performance is very relevant. In practice, the actual speed of data transmission / receiving is significantly lower than the bit rate supported by used network technology. The actual wireless network bandwidth depends on the used technology, the number of subscribers in the network, length and quality of communication channels, electromagnetic interference, weather, network equipment, protocols and many other factors.

**The purpose.** The project is based on applied research in the field of high-speed cycles control systems for net-centric dynamic application processes with spatially-distributed interrelated functional components. Thus it provides functional and temporal combination of internal resources of net-centric distributed control systems with objects and technological processes on the basis of shared use of dynamics models working in an accelerated time scale into a single space-time net-centric complex.

**Results.** To solve the problem of determining the quality of the data transfer process in order to further control and manage this process, a method which is based on software that works with any standardized computing environment was developed. This method detects and evaluates the operating parameters of the wired Internet network before, during and after transmission of the information data packets provides analytical (numerical values of time delay of packet transmission, the percentage of lost data, signal quality, transmission speed and receive speed) and graphic parameters to control information transmission routes. This paper provides the results of computer simulation which are represent the network connection quality.

**Conclusion.** Development a method for determining the quality of information data transmission via a wireless connection, also as a creating programs for protection against unauthorized network access — are a perspective research objectives. Results of simulations confirm the appropriateness of using the given method of data transfer control in the terrestrial wired data transmission systems and the need to develop such technology for wireless connection.

**Keywords:** network-centric; control technology; communication; computer modeling; virtual model.

1. A.A. Mizin Transmission of information via circuit-switched communications networks. M.: Communications, 1977. 328 p.
2. S.V. Pavlova, Y.P. Bogachuk, S.V. Melnikov Simulation technology of distributed network of aircraft control. *Cybernetics and Computer Science*. 2011. Vol. 163. pp. 45–53.
3. Method of control of the route and determine the quality of the transfer of information data through a wired Internet network, Patent of Ukraine №04108, IPC (2013) G06N 7/00, stated 15/05/2014, Published 07/16/2014.
4. V.P. Kharchenko, S.M. Kredentsar Networks and databases. NAU. Kiev, 2013. 328 p.
5. 2013-2028 Global Air Navigation Plan. The capacity and effectiveness. International Civil Aviation Organization ICAO. Montreal, Canada, 2013. Vol. 4. 128 p.
6. S.M. Pauk Aeronautical Telecommunication Networks. M.: Transport, 1986. 271 p.

УДК 681.518

## **МЕРЕЖЕЦЕНТРИЧНА ТЕХНОЛОГІЯ КОНТРОЛЮ ПЕРЕДАЧІ ДАНИХ У МЕРЕЖІ**

**Мельников С.В., Волков О.Є., Комар М.М., Волошенюк Д.О.**

*Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій та систем НАН України та МОН України, Київ, Україна*

**Вступ.** Проблема підвищення продуктивності комп'ютерної мережі досить актуальна. На практиці реальна швидкість прийому / передачі даних виявляється істотно нижче, ніж бітова швидкість, підтримувана

використовуваною мережевою технологією. Особливо гостро ця проблема постає в бездротових мережах. Реальна пропускна здатність бездротової комп'ютерної мережі залежить від використовуваної технології, кількості абонентів в мережі, протяжності і якості каналів зв'язку, рівня електромагнітних завад, погоди, використовуваного мережевого обладнання, протоколів та багатьох інших факторів. Постановка досліджуваної проблеми полягає у необхідності розробки технологій контролю за процесом зв'язку між усіма об'єктами мережі та технології управління передачею даних в моделях віддаленого керування у розподілених мережах.

**Мета роботи** — дослідити фундаментальні основи та принципи побудови нових перспективних систем контролю передачі інформаційно-комунікаційних даних в мережі на основі застосування мережецентричних технологій, що дозволить істотно розширити перелік вирішуваних в реальному масштабі часу задач розподіленого керування швидкісними циклами прикладних процесів та підвищити якість, надійність та безпеку роботи мережевих систем взагалі.

**Одержані результати.** В основу проекту покладені прикладні дослідження в галузі керування системою швидкісних прецизійних циклів мережецентричних динамічних прикладних процесів з просторово-розподіленими взаємозв'язаними інформаційними і функціональними компонентами. При цьому забезпечується функціонально-часове поєднання внутрішніх ресурсів мережецентричних систем розподіленого керування з об'єктами та технологічними процесами на базі сумісного використання працюючих в прискореному масштабі часу моделей динаміки в єдиний просторово-часовий мережецентричний комплекс. Основна науково-технічна ідея побудови систем контролю та розподіленого управління широким класом прикладних процесів, а саме передачею даних, полягає у формуванні команд розподіленого управління шляхом моделювання в прискореному масштабі часу динаміки прикладного процесу спільно з моделюванням процесу формування команд управління.

**Висновки.** З огляду на і беручи за основу проблему якості роботи бездротової мережі і необхідність її поліпшення переходом на нові принципи і технології передачі даних, був розроблений спосіб контролю маршруту і визначення якості передачі інформаційних даних через дротовий Інтернет-зв'язок, що дозволяє: визначити маршрут передачі даних через Інтернет, параметри роботи мережі, затримки і втрати пакетів даних; локалізувати точку маршруту передачі з найбільшими затримками і втратами; надати альтернативний, більш якісний, маршрут передачі даних.

**Ключові слова:** мережецентрична система, безпека польотів, інваріантність, конфліктні ситуації, диференціальні ігри, вільний політ.

Получено 28.11.16

# Медицинская и биологическая кибернетика

УДК 681.3.06.14

## ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФАЗАГРАФИИ — ИНФОРМАЦИОННОЙ ТЕХНОЛОГИИ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

Л.С. Файнзильберг

*Международный научно-учебный центр информационных технологий и систем НАН Украины и МОН Украины (г. Киев)*

Сформулированы основные свойства интеллектуальных информационных технологий обработки сигналов сложной формы. Показано, что основные функции метода фазографии соответствуют этим свойствам. Приведены новые научно-практические результаты использования программно-технического комплекса ФАЗАГРАФ® в детской кардиологии. Намечены перспективные пути развития технологии для решения актуальных прикладных задач.

**Ключевые слова:** фазография, информационная технология, сигналы сложной формы, электрокардиограмма.

Сформульовано основні властивості інтелектуальних інформаційних технологій обробки сигналів складної форми. Показано, що основні функції методу фазографії відповідають цим властивостям. Наведено нові науково-практичні результати використання програмно-технічного комплексу ФАЗАГРАФ® в дитячій кардіології. Окреслено перспективні шляхи розвитку технології для вирішення актуальних прикладних задач.

**Ключові слова:** фазографія, інформаційна технологія, сигнали складної форми, електрокардіограма

### ВВЕДЕНИЕ

Одно из перспективных направлений применения современных информационных технологий (ИТ) — диагностика состояния технических и биологических объектов. Обычно такие технологии основаны на компьютерной обработке сигналов, порождаемых объектом в процессе своего функционирования, которые несут информацию о его текущем состоянии.

Если такая информация равномерно «распределена» на интервале наблюдения, то для ее извлечения могут быть привлечены классические методы, в частности, ортогональные разложения сигнала по системе базисных функций [1], когда коэффициенты функционального ряда выступают в качестве диагностических признаков состояния объекта.

Компьютерная обработка существенно усложняется если диагностическая информация *сосредоточена* на небольших фрагментах



области определения сигнала. Примерами таких сигналов являются электрокардиограммы (ЭКГ) [2], магнитокардиограммы [3], реограммы [4] и другие физиологические сигналы, характерные участки которых несут информацию о состоянии сердечно-сосудистой системы организма. К таким сигналам относятся также термические кривые, по информативным фрагментам которых определяют свойства многокомпонентных материалов методом термического анализа [5]. Список подобных примеров можно было бы продолжить.

Ортогональные разложения по системе базисных функций малоприспособлены для обработки сигналов с локально-сосредоточенными признаками, поскольку коэффициенты функционального ряда, построенного на *всей* области определения, почти нечувствительны к *локальным* изменениям формы сигнала. Но именно такие изменения имеют диагностическую ценность.

Поэтому для анализа и интерпретации сигналов с локально-сосредоточенными признаками привлекаются специальные ИТ, которые в той или иной мере обладают свойствами интеллекта. Одна из таких технологий разработана в Международном научно-учебном центре информационных технологий и систем НАН Украины и МОН Украины и реализована в отечественном программно-техническом комплексе ФАЗАГРАФ® [6], который выпускается серийно.

Отличительная особенность технологии состоит в обработке сигнала в фазовом пространстве [7]. С легкой руки профессора И.П. Катеринчука, который один из первых применил комплекс ФАЗАГРАФ® в своих исследованиях [8], метод получил название *фазаграфия* и такой термин теперь уже находит отражение в публикациях других исследователей [9].

**Цель статьи** — сформулировать основные свойства интеллектуальных ИТ обработки сигналов сложной формы, продемонстрировать возможность практической реализации этих свойств на примере фазаграфии и наметить перспективы дальнейшего развития этой технологии.

## ОСНОВЫ МЕТОДА ФАЗАГРАФИИ

Прежде чем переходить к дальнейшему изложению, оттолкнемся от изначального толкования термина «технология» [10] и введем такое определение.

**Фазаграфия** — это наукоемкая ИТ обработки сигналов разной физической природы, имеющих *сложную форму*, которая на основе цепочки интеллектуальных вычислительных процедур обеспечивает *переход* от наблюдаемого сигнала с *локально-сосредоточенными диагностическими признаками* (сырье технологии) к информации, ориентированной на конкретного пользователя (продукт технологии).

Отсюда следует, что главная *научная* задача метода фазаграфии направлена на выявление общих закономерностей указанных сигналов с целью определения и использования на практике наиболее эффективных вычислительных процедур, обеспечивающих такой переход [11].

В последнее время при решении прикладных задач все большее распространение получает новый класс ИТ — интеллектуальные ИТ, концепция построения которых была разработана в Украине еще в 90-х годах прошлого века [12]. В отличие от традиционных, интеллектуальные ИТ оперируют обобщенными понятиями — образами, которые дают более полную информацию о внешней среде, а анализ таких образов порождает целостную картину изучаемых явлений.

Для того, чтобы продемонстрировать интеллектуальные возможности фазаграфии, проанализируем размышления об естественном интеллекте, представленные в монографии [13].

На основе этого анализа и собственных представлений можно заключить, что интеллектуальная ИТ должна обладать, *по крайней мере*, такими свойствами:

- **адаптация** — способность *приспосабливаться* к изменяющимся ситуациям внешней среды;
- **обучаемость** — способность *улучшать* свои потребительские свойства по мере эксплуатации;
- **обобщение** — способность *распознавать* классы ситуаций внешней среды;
- **инвариантность** — *нечувствительность* к возмущениям внешней среды;
- **прогнозирование** — возможность восстанавливать общую картину и предсказывать *будущие* ситуации по наблюдению только частей (фрагментов) внешней среды;
- **понимание** — способность *осмысливать* действительность на основе сравнения текущих характеристик внешней среды с их прошлыми значениями;
- **гибкость** — *устойчивость* к возможным неудачам и способность коррекции принимаемых решений;
- **взаимозаменяемость** — использование *альтернативных* методов анализа внешней среды;
- **доступность** — способность предоставлять информацию в форме, *понятной* для восприятия *конкретным* пользователем с учетом его квалификации;

Разумеется, здесь идет речь об элементах так называемого «слабого» искусственного интеллекта, который, в отличие от «сильного», не претендует на такие фундаментальные понятия как самосознание и целеполагание [14].

Покажем, что фазаграфия обладает сформулированными выше свойствами, а значит может быть отнесена к интеллектуальной ИТ.

Следуя приведенному выше определению, главное назначение фазаграфии — извлечение диагностической информации из сигналов сложной формы. В основе технологии лежит обобщенная модель, предполагающая, что обрабатываемый сигнал  $y(t)$  представляет собой

результат искажения *ненаблюдаемого* полезного сигнала  $y_0(t)$  внешними аддитивными  $h(t)$  и внутренними неаддитивными  $\xi(t)$  возмущениями, т.е.

$$y(t) = \Phi[y_0(t), \xi(t)] + h(t), \quad (1)$$

где  $\Phi[\cdot]$  — некоторая в общем случае неизвестная функция.

В свою очередь полезный сигнал  $y_0(t)$  представляет собой последовательность фрагментов, заданных на интервалах  $\Delta t_i \ll T_0$ , где  $T_0$  — область определения  $y_0(t)$ , причем только некоторые из этих фрагментов несут диагностическую ценность.

Не умаляя общности, рассмотрим детали такой модели на примере ЭКГ. В этом случае полезный сигнал  $y_0(t)$  порождает электрическая активность сердца, внутреннее неаддитивное возмущение  $\xi(t)$  создает система органов дыхания и вегетативная нервная система, а внешнее аддитивное возмущение  $h(t)$  — сетевые электрические помехи, мышечный тремор тела пациента в местах наложения электродов и другие возмущения.

Согласно [2] полезный сигнал  $y_0(t)$  представляет собой последовательность зубцов и сегментов изоэлектрической линии, которые отображают прохождение волны возбуждения по отдельным участкам сердечной мышцы (рис. 1).

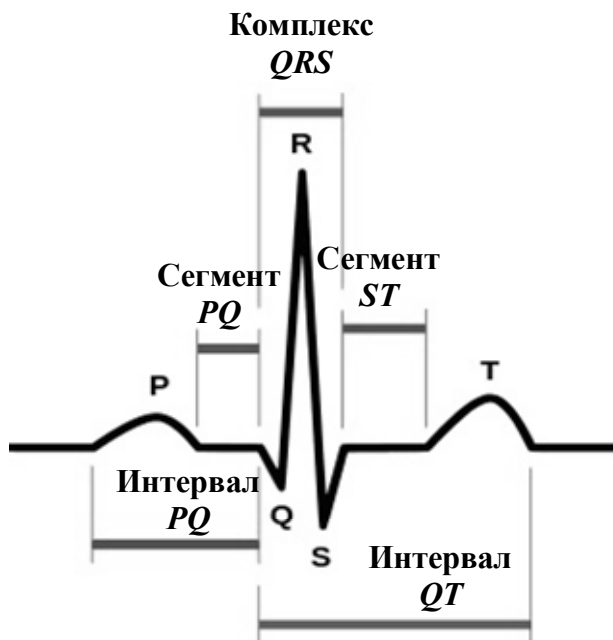


Рис. 1. Идеализированная форма цикла ЭКГ здорового человека

Зубец  $P$  образуется вследствие возбуждения предсердий. Сегмент  $PQ$  соответствует времени прохождения возбуждения по предсердно-желудочковому соединению. Комплекс  $QRS$  отражает сложный процесс

возбуждения (деполяризации) желудочков. Начальный зубец  $Q$  регистрируется во время возбуждения левой части межжелудочковой перегородки. Зубец  $R$  (чаще всего наиболее выраженный зубец ЭКГ) обусловлен возбуждением основной массы миокарда левого и правого желудочков. Зубец  $S$  в основном обусловлен возбуждением основания левого желудочка. Интервал  $ST$  называется конечной частью желудочкового комплекса и отражает реполяризацию желудочков. Он разделяется на сегмент  $ST$ , отражающий период угасания возбуждения желудочков, и зубец  $T$ , форма которого отражает процесс быстрой реполяризации желудочков.

Органические поражения и функциональные нарушения миокарда порождают характерные изменения формы указанных фрагментов ЭКГ. Например, основным электрокардиологическим признаком ишемии миокарда считается смещение сегмента  $ST$  вниз (депрессия) или вверх (элевация) относительно изоэлектрической линии. Поэтому главной целью ИТ обработки ЭКГ является распознавание и определение амплитудно-временных параметров указанных информативных фрагментов по сигналу, искаженному возмущениями.

Будем полагать, что математическая модель *ненаблюдаемого* полезного сигнала  $y_0(t)$  представляет собой сумму несимметричных гауссовых функций

$$y_0(t) = \sum_i A_i \exp\left[-\frac{(t - \mu_i)^2}{2[b_i(t)]^2}\right], \quad (2)$$

в которых параметры  $A_i$  и  $\mu_i$  определяют значения амплитуд и моментов времени, когда  $i$ -й фрагмент ( $i \in \{P, Q, R, S, ST, T\}$ ) принимает экстремальные значения, а функция  $b_i(t)$ , определяемая выражением

$$b_i(t) = \begin{cases} b_i^{(1)} & \forall t \leq \mu_i, \\ b_i^{(2)} & \forall t > \mu_i, \end{cases} \quad (3)$$

позволяет описать несимметричные фрагменты при  $b_i^{(1)} \neq b_i^{(2)}$ , в частности, несимметричный зубец  $T$  при  $b_T^{(1)} \neq b_T^{(2)}$ .

В этом случае адекватную модель порождения последовательности *искаженных* ЭКГ-циклов, которые наблюдаются в реальных условиях, можно представить [15] в виде

$$y_m(t) = \sum_{i \in \{P, Q, R, S, ST, T\}} \tilde{A}_{im} \exp\left[-\frac{(t - \tilde{\mu}_{im})^2}{2[\tilde{b}_{im}(t)]^2}\right] + h(t), \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (4)$$

где  $M$  — общее число циклов,

$$\tilde{A}_{im} = A_i(1 + \alpha_{im}), \quad (5)$$

$$\tilde{\mu}_{im} = \mu_i(1 + \delta_{im}), \quad (6)$$

$$\tilde{b}_{im}(t) = \begin{cases} b_i^{(1)}(1 + \varepsilon_{im}^{(1)}) & \forall t \leq \mu_{im}, \\ b_i^{(2)}(1 + \varepsilon_{im}^{(2)}) & \forall t > \mu_{im}, \end{cases} \quad (7)$$

а

$$\alpha_{im} \in [-\alpha_i^0, \alpha_i^0], \delta_{im} \in [\delta_i^0, -\delta_i^0], \varepsilon_{im}^{(1)} \in [-\varepsilon_i^0, \varepsilon_i^0], \varepsilon_{im}^{(2)} \in [-\varepsilon_i^0, \varepsilon_i^0] \quad (8)$$

— реализации независимых случайных величин, которые с нулевыми математическими ожиданиями распределены на интервалах, ограниченных числами  $\alpha_i^0, \delta_i^0, \varepsilon_i^0$ .

Незначительные модификации позволяют обобщить стохастическую модель (4)–(8) для описания ЭКГ с нетипичными циклами (экстрасистолами и артефактами), а также другими особенностями, которые встречаются в реальных ситуациях [15].

Фазаграфия предусматривает решение обратной задачи, вытекающей из обобщенной модели (1), и реализует двухэтапный метод восстановления полезного сигнала (рис. 2). На первом этапе подавляются внешние аддитивные помехи  $h(t)$ , а на втором этапе по отфильтрованному сигналу проводится оценка  $y_0(t)$ .

Наши исследования показали, что при построении ИТ обработки сигналов с локально-сосредоточенными признаками для эффективного решения даже первой, казалось бы сравнительно простой задачи фильтрации аддитивных помех, потребовалось усовершенствовать известные алгоритмы частотно-избирательной фильтрации [16] и сглаживания случайных шумов [17].

*Интеллектуальные* свойства этих новых алгоритмов обеспечивают дополнительные поисковые процедуры, которые направлены на *автоматическое* определение по самому обрабатываемому сигналу оптимальных параметров настройки фильтров. Тем самым обеспечивается **адаптация** ИТ к конкретному сигналу, что повышает качество его обработки, а сами фильтры обладают определенной **гибкостью** и **взаимозаменяемостью**.

Инновационные методы пришлось привлечь и для решения второй задачи — восстановление полезного сигнала  $y_0(t)$  по последовательности циклов, искаженных внутренними неаддитивными возмущениями  $\xi(t)$ . Для решения этой задачи традиционно применяют процедуру усреднения последовательности циклов во временной области [18].



Рис. 2. Основные этапы метода фазаграфии

Однако, как следует из (6), случайные искажения  $\delta_{im}$  приводят к несинхронности относительных моментов  $\tilde{\mu}_{im}$  появления однотипных фрагментов на усредняемых циклах. Поэтому тривиальный метод усреднения во временной области неизбежно приводит к известной проблеме — размыванию формы информативных фрагментов, и, как следствие, к ошибкам в вычислении значений диагностических признаков.

Фазаграфия основана на более эффективном методе [19] — усреднении циклов на фазовой плоскости с координатами  $y(t), \dot{y}(t)$ , где  $\dot{y}(t)$  — скорость изменения электрической активности сердца. Перед усреднением проводится автоматическое *распознавание* типичных и атипичных циклов с помощью оригинального метода анализа матрицы хаусдорфовых расстояний

$$R_H(Q_k, Q_m) = \max \left\{ \max_{q_k \in Q_k} \min_{q_m \in Q_m} \rho(q_k, q_m), \max_{q_m \in Q_m} \min_{q_k \in Q_k} \rho(q_k, q_m) \right\}, \quad (9)$$

между всеми парами фазовых траекторий  $Q_k$  и  $Q_m$  отдельных циклов ЭКГ, где  $\rho(q_k, q_m) = \|q_k - q_m\|$  — евклидово расстояние между точками (нормированными векторами)  $q_k = (y_k, \dot{y}_k) \in Q_k$  и  $q_m = (y_m, \dot{y}_m) \in Q_m$ , принадлежащими  $k$ -й и  $m$ -й траекториям на фазовой плоскости  $y(t), \dot{y}(t)$ .

Теоретические и экспериментальные исследования показали, что предложенный метод усреднения, предусматривающий автоматическое распознавание типичных и атипичных циклов (реализацию сформулированного выше свойства **обобщения**), существенно повышает точность вычисления локально-сосредоточенных диагностических признаков и открывает новые возможности для оценки *тонких* изменений сигнала, которые недоучитываются кардиологами при традиционной ЭКГ-диагностике.

Заметим, что отображение ЭКГ на фазовой плоскости  $y(t), \dot{y}(t)$  *принципиально* отличает фазаграфию от других известных подходов [20], предусматривающих отображение ЭКГ на плоскости с координатах  $y(t), y(t-\tau)$ , где  $\tau$  — задержка во времени. Именно такое отличие позволило расширить систему диагностических признаков, основанных на оценке скоростных характеристик процесса, в частности, *впервые* реализовать процедуру надежного определения показателя  $\beta_T$ , характеризующего симметрию фрагмента реполяризации усредненной фазовой траектории.

Поскольку дифференцирование зашумленных функций относится к числу некорректно поставленных математических задач, то для практической реализации метода фазаграфии привлекаются специальные вычислительные процедуры [11].

Клинические испытания подтвердили, что оценка дополнительного диагностического признака (показателя  $\beta_T$ ) повышает чувствительность и специфичность ЭКГ-диагностики даже в тех случаях, когда анализ ЭКГ в 12-ти традиционных отведениях оказывается неинформативным [6].

Заметим, что ЭКГ с нормальными и патологическими значениями  $\beta_T$  практически неразличимы во временной области, но при переходе на фазовую плоскость их распознавание становится возможным (рис. 3).

Фазаграфия использует оригинальный подход к реализации свойства **понимания** обрабатываемой ЭКГ: диагностические решения опираются *не только* на сравнения текущих значений показателей с популяционными нормами, но и с учетом *персонафицированной* нормы конкретного пациента [21]. С этой целью в технологии реализована функция постоянной коррекции (**обучения**) и сохранения в базе данных (БД) персональных норм всех зарегистрированных пользователей.

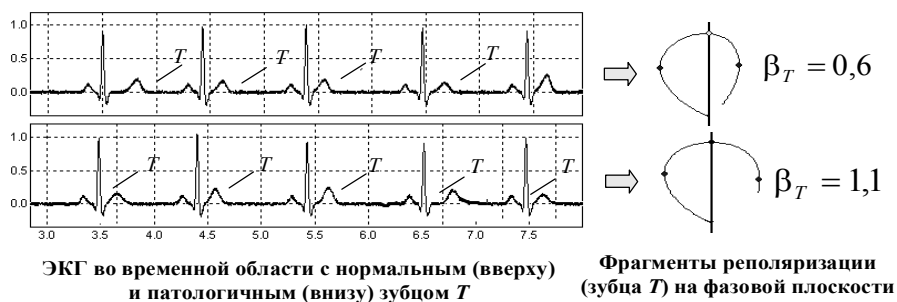


Рис. 3. Анализ показателя  $\beta_T$  во временной области и на фазовой плоскости

И, в итоге, в фазаграфии реализован **доступный** язык общения: результат интерпретации одной и той же ЭКГ по-разному предоставляется пользователям разной квалификации (рис. 4). Так врач-кардиолог получает подробную информацию с отображением обнаруженных отклонений (рис. 4, а), а пациенту, не имеющему специального медицинского образования, результат предоставляется в упрощенном виде на индикаторе (рис. 4, б), который понятными графическими образами и голосовыми сообщениями сигнализирует о текущем функциональном состоянии по отношению к его *персональной* норме.

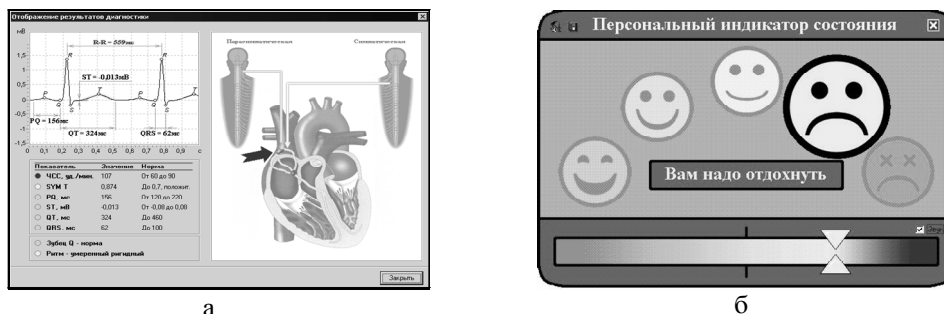


Рис. 4. Интеллектуальные интерфейсы ИТ:

а — врача-кардиолога, б — пациента, не имеющего медицинского образования

В фазаграфию включен также целый ряд других интеллектуальных процедур, которые подробно описаны в монографии [7]. Одна из таких процедур обеспечивает **прогнозирование** будущих состояний конкретного пациента на основе мониторинга и определения тенденций изменения его показателей.

Интересно, что именно эта процедура позволила автору статьи обнаружить *закономерные* изменения индекса напряжения (ИН) по Баевскому после резкой отмены курения (рис. 5): средние значения ИН, вычисленные за годовые периоды (по 300 измерений) до и после отмены курения, составили  $ИН = 273 \pm 180$  у.е. и  $ИН = 104 \pm 62$  у.е. соответственно, т.е. *уменьшились почти в три раза!*



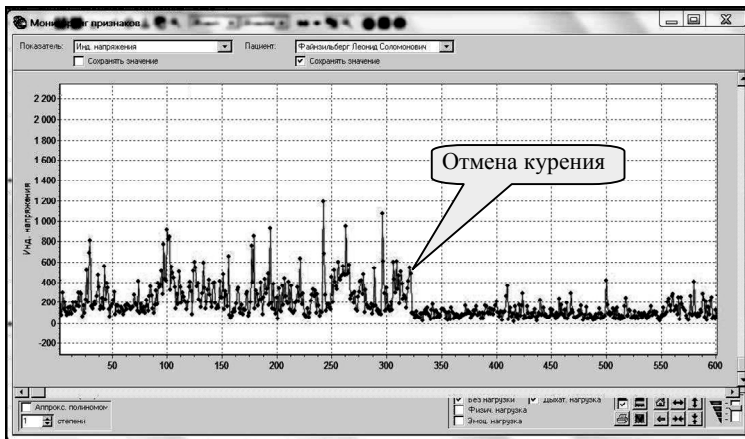


Рис. 5. Мониторинг индекса напряжения (ИН) до и после отмены курения

## РЕЗУЛЬТАТЫ ПРИМЕНЕНИЯ ФАЗАГРАФИИ В ДЕТСКОЙ КАРДИОЛОГИИ

Поскольку обобщенные результаты апробации метода фазаграфии, предшествовавшие организации серийного производства комплекса ФАЗАГРАФ<sup>®</sup>, подробно описаны в монографии [7], а опыт его использования независимыми исследователями представлен в статье [22], ограничимся здесь лишь краткой информацией о применении метода фазаграфии в новой области — *детской кардиологии*.

Актуальность таких исследований несомненна. В последнее время наблюдается рост сердечной патологии и даже внезапная сердечная смерть детей и подростков, которые ранее считались практически здоровыми. Одна из причин сердечно-сосудистой патологии — метаболические нарушения, которые приводят к избыточной массе тела ребенка.

Для изучения возможности применения фазаграфии при оценке поражения миокарда у детей с кардиометаболическим синдромом проводились клинические исследования в трех группах:

- 129 учащихся гимназии № 178 г. Киева (54 девочек и 75 мальчиков, средний возраст —  $11,51 \pm 2,85$  г.);
- 92 школьника гимназии № 59 г. Киева (44 девочек и 48 мальчиков, средний возраст —  $13,91 \pm 0,88$  г.);
- 16 подростков, которые находились на стационарном лечении в Городской клинической больнице № 6 г. Киева по поводу избыточной массы тела (ИМТ).

С помощью комплекса ФАЗАГРАФ<sup>®</sup> определялись частота сердечных сокращений (ЧСС), интервалы  $PQ$  и  $QT$ , ширина и глубина зубца  $Q$ , продолжительность комплекса  $QRS$ , смещение сегмента  $ST$ , амплитуда и симметрия зубца  $T$  (показатель  $\beta_T$ ), стандартные показатели variability сердечного ритма (BCP).

Обработка клинических данных показала [23]: у детей с избыточной массой тела патологические значения показателя  $\beta_T$  встречаются чаще

( $p < 0,05$ ), чем у их ровесников, что может использоваться при скрининговых обследованиях школьников в качестве дополнительного маркера кардиометаболического риска.

Вторая причина нарушений сердечно-сосудистой системы у детей — сахарный диабет, который характеризуется быстрым развитием осложнений, приводит к ранней инвалидизации и становится одной из причин смертности пациентов во взрослом возрасте. Для изучения возможностей фазографии в задаче ранней диагностики сердечно-сосудистых осложнений у детей с сахарным диабетом проводились клинические обследования на двух группах:

- 83 ребенка с сахарным диабетом 1 типа (средний возраст —  $11 \pm 3,6$  лет), которые находились на стационарном лечении в Городском эндокринологическом отделении Детской клинической больницы № 6 Шевченковского района г. Киева;

- 95 практически здоровых школьников гимназии № 59 г. Киева (45 девочек и 50 мальчиков, средний возраст —  $13,84 \pm 0,53$  лет). Условиями отбора детей в контрольную группу были: благополучный семейный анамнез, отсутствие острых и хронических заболеваний, а также каких-либо жалоб на момент проведения обследования.

На основании этих обследований установлены статистически достоверные ( $p < 0,05$ ) отличия ряда показателей ЭКГ и ВСР, в том числе среднеквадратические отклонения (СКО) показателя  $\beta_T$  и продолжительностей  $RR$ -интервалов (показателя  $SDNN$ ) на последовательности из 100 ЭКГ-циклов [24].

Предложено пороговое решающее правило, позволяющее при скрининговых обследованиях методом фазографии по совокупности показателей СКО  $\beta_T$  и  $SDNN$  выявлять группы риска детей и подростков с диабетической кардиопатией (ДКП), которые требуют дальнейших углубленных обследований (табл. 1).

**Таблица 1.**

*Схема принятия решений при скрининге диабетической кардиопатии*

Значения диагностических показателей		Решение
СКО $\beta_T$ , у.е	$SDNN$ , у.е	
$\leq 0,062$	$\geq 46,5$	Норма
$> 0,062$	$\geq 46,5$	Низкий риск ДКП
$\leq 0,062$	$< 46,5$	Низкий риск ДКП
$> 0,062$	$< 46,5$	Высокий риск ДКП

Метод фазографии позволил также подтвердить положительное влияние постоянных уроков плавания в бассейне при организации учебного процесса в начальной школе. Было обследовано 82 ученика трех начальных школ г.Киева, которые были разбиты на две группы:

- 38 детей (средний возраст  $8,16 \pm 0,2$  лет), которые посещали один обязательный урок плавания в неделю и два традиционных урока физического воспитания;

- 44 ребенка (средний возраст  $8,79 \pm 0,12$  лет), которые трижды в неделю посещали уроки физического воспитания, но не посещали бассейн (контрольная группа).

В обеих группах с помощью комплекса ФАЗАГРАФ<sup>®</sup> до и после уроков физического воспитания и плавания оценивали показатели ЭКГ и вариабельности сердечного ритма (ВСР) по 5-минутным записям ЭКГ.

Установлено [25], что школьники, которые регулярно посещают бассейн, находились в состоянии вегетативного равновесия и удовлетворительной адаптации к нагрузке: симпато-вагусный баланс LF/HF был в пределах 0,5–1,0 у.е., а значения показателя  $\beta_T$  не превышал порог 0,72. У школьников же контрольной группы, которые не посещали бассейн, статистически достоверно ( $p < 0,05$ ) преобладал тонус симпатического звена вегетативной нервной системы ( $LF/HF > 1,0$ ) с одновременным повышением показателя  $\beta_T$  ( $\beta_T > 0,72$ ).

Приведенные примеры еще раз подтверждают, что комплекс ФАЗАГРАФ<sup>®</sup> является удобным и надежным средством для выполнения скрининговых обследований и может быть успешно использован не только для взрослого населения, но и в детской кардиологии.

## ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФАЗАГРАФИИ

Принимая во внимание положительный опыт применения метода фазаграфии, наметим некоторые возможные пути развития этого метода для решения новых прикладных задач. Можно выделить два направления такого развития:

- в «глубину» — повышение достоверности диагностических решений в кардиологии за счет разработки и реализации новых функций ИТ;
- в «ширину» — реализация задач интеллектуальной обработки других сигналов с локально-сосредоточенными признаками.

Важную дополнительную информацию о состоянии сердечно-сосудистой системы можно получить, используя метод фазаграфии при анализе динамики изменения показателей ЭКГ и ВСР при различных внешних воздействиях (рис. 6).

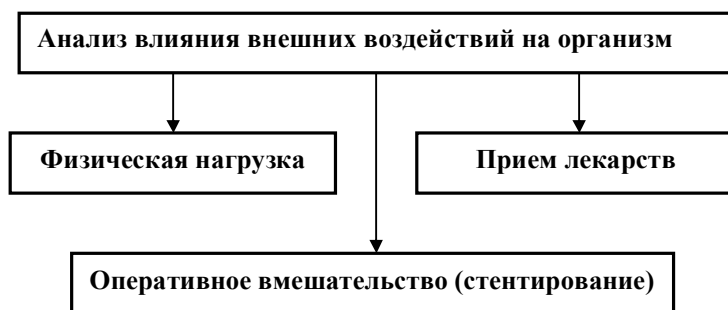


Рис. 6. Перспективные исследования фазаграфии в кардиологии

Такие исследования запланировано провести совместно с Научно-практическим центром профилактической и клинической медицины Государственного управления делами. Для повышения качества исследований предполагается включить в состав ИТ *дополнительные* программные модули, которые реализуют

- новый подход к анализу динамики изменения хаотичности временных рядов на основе различных энтропийных оценок;
- оригинальный метод формирования когнитивных графических образов, отражающих адекватную и неадекватную реакцию организма на внешнее воздействие.

Интересно, что основная идея метода фазографии — переход от временного сигнала к его отображению на фазовой плоскости оказывается полезной и для анализа динамики изменения хаотичности временных рядов. В самом деле, последовательность показателей, наблюдаемых в процессе исследования, можно «просканировать» скользящим окном шириной  $K_0$  точек и в каждом  $l$ -м окне ( $l=1, \dots, L$ ) вычислить относительное приращение шенноновской энтропии

$$H_l = \frac{-\sum_{j=1}^n p_{jl} \log p_{jl}}{H_1} \cdot 100\%, \quad (10)$$

где  $p_{jl}$  — частота попадания значений временного ряда, наблюдаемых в  $l$ -м окне, в  $j$ -й интервал значений ( $j=1, \dots, n$ ), определяемых заданным порогом  $\delta$ , а

$$H_1 = -\sum_{j=1}^n p_{j1} \log p_{j1} \quad (11)$$

— энтропия, вычисленная в первом (опорном) окне.

При оптимальной настройке ширины окна  $K_0$  и порога  $\delta$  нечувствительности к локальным изменениям сигнала процедура (10) обеспечивает формирование плавной последовательности  $H(l)$  из  $L$  точек, которую можно анализировать не только во временной области, но и на фазовой плоскости  $H(l), \dot{H}(l)$ , где  $\dot{H}(l)$  — оценка первой производной  $H(l)$  в  $l$ -ой точке (рис. 7).

Аналогичным образом могут быть построены и фазовые портреты аппроксимационной и перестановочной энтропий, индекса Херста и других оценок хаотичности временных рядов [26].

Предварительные исследования показали, что фазовые портреты энтропии имеют ряд характерных признаков, по которым можно различать

здоровых и больных пациентов, а также оценивать уровень тренированности испытуемого<sup>1</sup>.

Важный инструмент интеллектуальных ИТ — когнитивная компьютерная графика, которая позволяет либо сразу увидеть решение задачи, либо получить подсказку для его нахождения. Такие возможности когнитивной графики прежде всего обусловлены тем, что человеческий мозг (в отличие от компьютера) гораздо легче воспринимает и интерпретирует графический образ, чем породившие его числовые данные. Поэтому, если удачно представить данные исследований в виде когнитивного графического образа, то при анализе такого образа решение может быть принято без сложных вычислений.

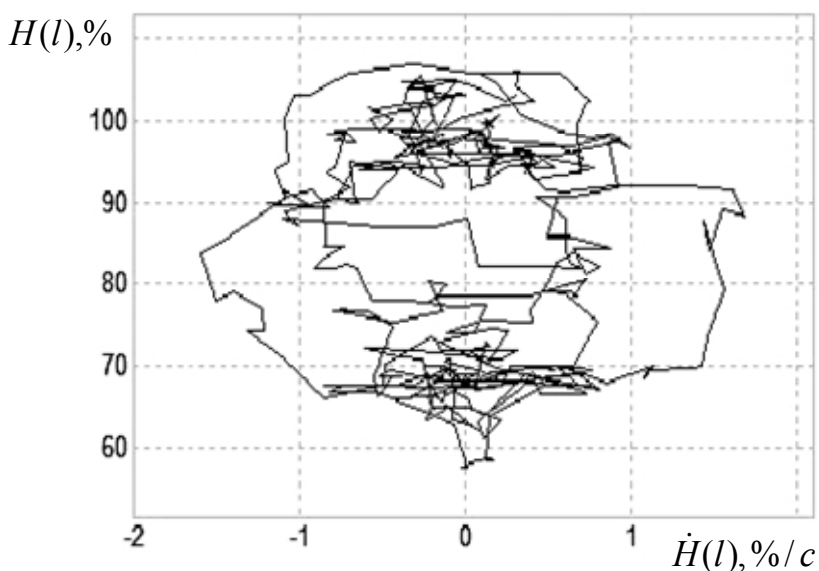


Рис. 7. Фазовый портрет последовательности энтропий  $H(l)$ ,  $l=1, \dots, L$

Принимая во внимание эту особенность когнитивных графических образов, разработан оригинальный метод оперативной оценки адекватности реакции организма на нагрузку, основанный на *качественном* анализе формы графических паттернов, которые отражают динамику показателей ЭКГ и ВСП в трех состояниях — покой, нагрузка и отдых.

На основании предварительных исследований, проведенных в группах практически здоровых лиц, определены формы эталонных паттернов показателей ЭКГ и ВСП здорового человека. В результате, решения о толерантности сердечно-сосудистой системы к нагрузке можно принимать на основе сопоставления текущих паттернов и эталонных [27].

Несложная процедура модификации данных обеспечивает совместимость форм эталонных паттернов для построения когнитивного графического образа, который *интегрально* несет информацию об

<sup>1</sup> Идею проведения таких исследований предложила Е.Н.Минина

адекватности реакции на нагрузку: достаточно определить число паттернов, имеющих выпуклость вверх (рис. 8).

Очевидно, что для повышения эффективности профилактической медицины необходимы надежные и доступные средства, которыми пациент может пользоваться при обычном способе жизни, *самостоятельно* оценивать свое функциональное состояние и *накапливать* данные для последующих консультаций с врачом. Поэтому актуальная задача — реализация метода фазаграфии на *мобильных* средствах (смартфон, планшет), которые способны не только надежно регистрировать ЭКГ в *любых* условиях, но и обеспечивать виртуальную связь пациента и врача через Интернет. Общая идея реализации такой перспективной технологии представлена в статье [28].

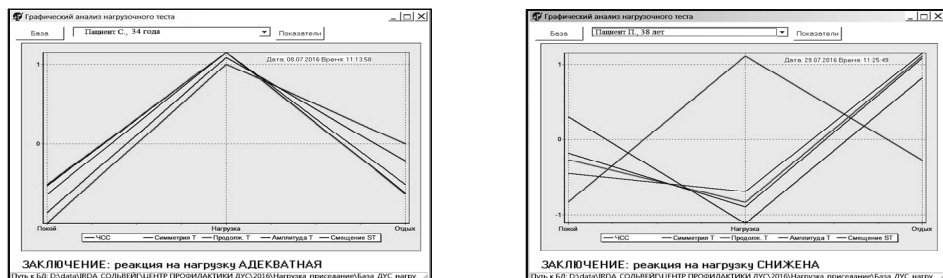


Рис. 8. Когнитивные графические образы при адекватной (слева) и неадекватной (справа) реакции на нагрузку

Очевидно также, что метод фазаграфии разумно привлечь для интеллектуальной обработки не только ЭКГ, но и других сигналов с локально-сосредоточенными признаками. Краткое описание некоторых примеров таких сигналов представлено в таблице 2.

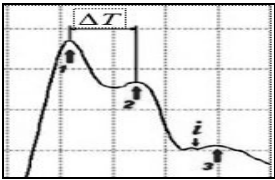
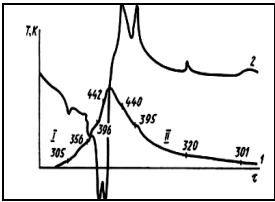
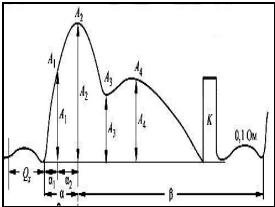
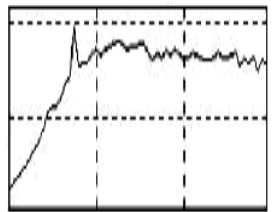
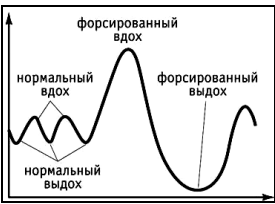
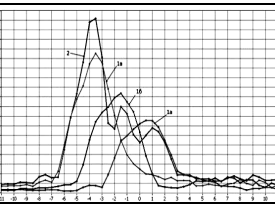
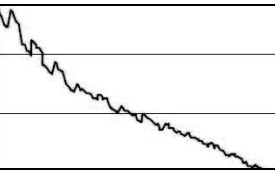
Применение фазаграфии при анализе и интерпретации этих и других подобных сигналов откроет путь к построению новых интеллектуальных ИТ для получения дополнительной информации не только в медицинской практике, но и в других областях.

Еще одно перспективное направление — применение фазаграфии для *биометрической идентификации личности* [29]. Наши многолетние наблюдения позволили установить, что

- фазовые портреты ЭКГ, подобно отпечаткам пальцев, имеют характерные особенности, присущие конкретным лицам, в том числе угол ориентации внешней петли, относительный размер внутренней петли и некоторые другие интегральные характеристики (рис. 9);
- эти особенности практически не изменяются на протяжении длительного периода (более 10-ти лет наблюдений), если, конечно, в этот период не произошли грубые органические поражения миокарда.

**Таблица 2.**

*Примеры сигналов с локально-сосредоточенными признаками*

Название	Вид сигнала	Информативные фрагменты	Информация
Пульсовая волна		Всплески отраженной волны	Диагностика атеросклероза и эластичности сосудов
Термическая кривая		Термические эффекты фазовых превращений	Определение свойств материала
Реограмма		Амплитуды систолической и диастолических волн	Исследование кровоснабжения различных органов
Кривая биофлуоресценции		Участки изменения интенсивности свечения	Дифференциальная диагностика злокачественных и воспалительных процессов
Спирограмма		Амплитудно-временные параметры дыхательной кривой	Диагностика легочных патологий
Эхо-сигнал дефектоскопа		Амплитудно-временные параметры локальных экстремумов	Обнаружение внутренних дефектов в изделиях
Сигнал электрического сопротивления кожи		Всплески, отражающие кожно-гальванические реакции	Оценка психофизиологического состояния человека

Как видно из рис. 9, у одних людей эти признаки существенно разнятся, у других — лишь незначительно. Разумеется, не исключены ситуации, когда фазовые портреты различных людей будут практически неразличимы. Следовательно, не так уж просто разработать систему или обучить эксперта безошибочной идентификации конкретного человека на основе сопоставления его фазового портрета с эталоном, хранимым в базе данных. По крайней мере, решение такой задачи можно отнести лишь к *дальней* цели.

В то же время в качестве *ближней* цели можно попытаться решить более простую задачу. На основе некоторой системы признаков относить фазовый портрет к определенному классу (число таких классов можно задать не очень большим) и проводить лишь *верификацию* личности, т.е. сопоставлять *класс* текущего фазового портрета, с тем, который, подобно группе крови, соответствует этому лицу. При несовпадении этих классов можно с высокой вероятностью утверждать об отрицательном результате верификации и принимать соответствующие решения.

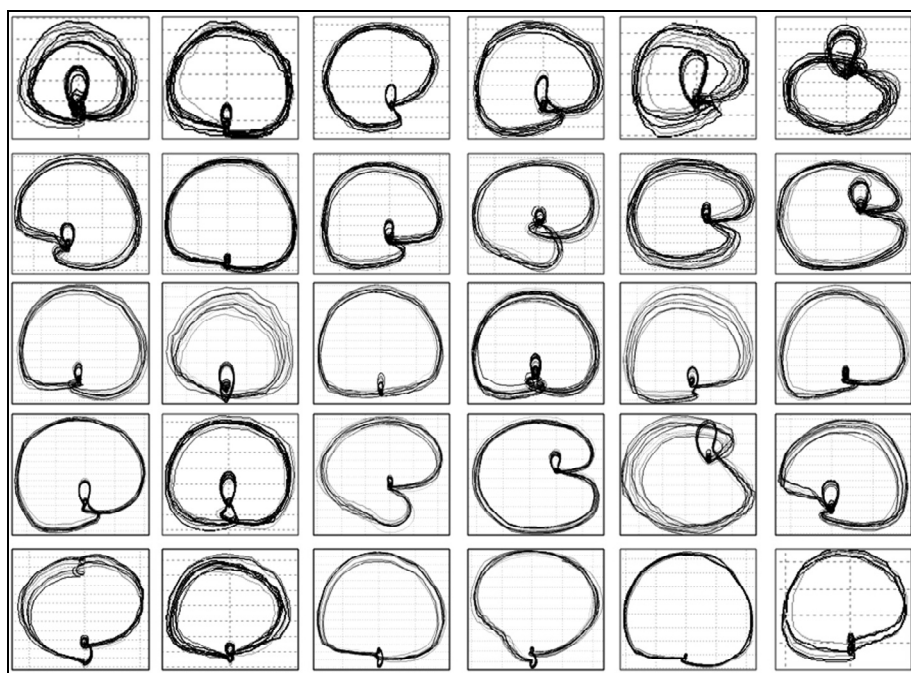


Рис. 9. Фазовые портреты ЭКГ 30 разных людей

Таким образом, возможности фазографии как интеллектуального метода обработки сигналов далеко еще не исчерпаны и могут быть использованы для решения актуальных научных и прикладных задач не только в медицине, но и в других областях приложения.

## Выводы

Фазография представляет собой наукоемкую ИТ обработки сигналов разной физической природы, имеющих сложную форму, которая на основе



цепочки интеллектуальных вычислительных процедур обеспечивает переход от наблюдаемого сигнала с локально-сосредоточенными признаками (сырье технологии) к информации, ориентированной на конкретного пользователя (продукт технологии).

Сформулированы основные свойства интеллектуальной ИТ. Интеллектуальные свойства фазаграфии подтверждены тем, что технология реализует:

- оригинальные процедуры подавления аддитивных помех, которые обеспечивают **адаптацию** к обрабатываемому сигналу, **инвариантность** принимаемых решений к внешним возмущениям и обладают определенной **гибкостью** и **взаимозаменяемостью**;
- оригинальный подход к восстановлению полезного сигнала по последовательности искаженных траекторий в фазовом пространстве, который предусматривает классификации типичных и нетипичных циклов и тем самым реализует свойство **обобщения**;
- инновационный метод формирования диагностических решений (**понимания** анализируемой среды), основанный на оценке *персональной* нормы пациента за счет постоянного **обучения** по накопленным данным;
- **прогнозирование** состояния сердечно-сосудистой системы на основе мониторинга динамики изменения показателей ЭКГ и ВСР;
- **доступный** язык общения, который обеспечивает предоставление информации в форме, удобной для восприятия пользователями разной квалификации;

Возможности фазаграфии как интеллектуального метода обработки сигналов далеко еще не исчерпаны опытом применения в кардиологической практике (в том числе, в детской кардиологии) и могут быть использованы для решения других актуальных научных и прикладных задач.

1. Омельченко В.О. Ортогональні розклади випадкових сигналів і полів. К.: УМКВО. 1991. 142 с.
2. Мурашко В.В., Струтинский А.В. Электрокардиография. Москва, 1991. 288 с.
3. Примин М.А., Недайвода И.В. Васильев В.Е. Новые алгоритмы обработки магнитокардиосигнала. *УСiМ*. 1998. № 2. С.48–62.
4. Ронкин М.А., Иванов Л.Б. Реография в клинической практике. М.: НМФ МБН, 1997. 250 с.
5. Пилоян Г.О. Введение в теорию термического анализа. Москва, 1964. 231 с.
6. Гриценко В.И., Файнзильберг Л.С. Информационная технология ФАЗАГРАФ® для интегральной оценки состояния сердечно-сосудистой системы по фазовому портрету электрокардиограммы. *Врач и информ. технологии*. 2013. № 3. С.52–63.
7. Файнзильберг, Л.С. Компьютерная диагностика по фазовому портрету электрокардиограммы. Киев, 2013. 191 с.
8. Катеринчук И.П., Борисенко Н.В. Варіабельність ритму серця та вегетативна дисфункція у хворих з метаболічним синдромом. *Аритмологія*. 2012. № 3(3). С. 6–13.
9. Павличенко П.П. Влияние игровой нагрузки на функциональное состояние профессиональных футболистов. *Світ медицини та біології*. 2015. № 1(48). С. 49–54.
10. Словарь С.И.Ожегова. URL: <http://ozhegov-online.ru/slovar-ozhegova/tehnologiya/34888/>
11. Файнзильберг Л.С. Информационные технологии обработки сигналов сложной формы. Теория и практика. Киев, 2008. 333 с.

12. Гриценко В.І. Інтелектуалізація інформаційних технологій. *Наука і технології*. Київ: Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, 1992. С. 4–9.
13. Хокінс Д., Блейкслі С. Об інтелекте. М., СПб, К.: Вільямс, 2007. 128 с.
14. Preston J., Bishop M. Views Into the Chinese Room: New Essays on Searle and Artificial Intelligence. Oxford, 2002. 410 p.
15. Файнзильберг Л.С. Имитационные модели порождения искусственных электрокардиограмм в условиях внутренних и внешних возмущений. *Journal of Qafqaz University. Mathematics and Computer Science*. 2012. № 34. С. 92–104.
16. Fainzilberg L.S., Glushauskene G.A. Narrow-band Rejection Filter for Suppression of Harmonic Concentrated Interference on the Basis of Discrete Fourier Transform. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2009. Vol. 41. Issue 8. P. 55–70.
17. Файнзильберг Л.С. Адаптивное сглаживание шумов в информационных технологиях обработки физиологических сигналов. *Математичні машини і системи*. 2002. № 3. С. 96–104.
18. Zywiencz C., Borovsky D., Goettsch G. & others Methodology of ECG Interpretation in the Hanover Program. *Meth. Inf. Med*. 1990. N. 29. P. 375.
19. Гриценко В.І., Файнзильберг Л.С. Компьютерная диагностика по сигналам сложной формы в условиях внутренних и внешних возмущений. *Доповіді Національної академії наук України*. 2013. № 12. С. 36–44.
20. Фрумин Л.Л., Штарк М.Б. О фазовом портрете электрокардиограммы. *Автометрия*. 1993. № 2. С. 51–54.
21. Спосіб персоніфікованого оцінювання функціонального стану серцево-судинної системи людини: пат. 112325 Україна. Бюл. № 16, 2016 р.
22. Файнзильберг Л.С. Оценка эффективности применения информационной технологии ФАЗАГРАФ® по данным независимых исследований. *УСУМ*. 2014. № 2. С. 84–92.
23. Майданник В.Г., Хайтович Н.В., Файнзильберг Л.С. и др. Симметрия зубца Т на электрокардиограмме как маркер кардиометаболического риска у школьников. *Международный журнал педиатрии, акушерства и гинекологии*. 2013. Т. 4. № 3. С. 35–39.
24. Морозик А.А. Файнзильберг Л.С. Диагностическая значимость сочетанного анализа электрокардиосигнала на фазовой плоскости и variability ритма сердца у детей с диабетической кардиопатией. *Международный журнал педиатрии, акушерства и гинекологии*. 2015. Т. 7. № 1. С. 11–17.
25. Кондратюк О.С., Гаркавий С.І., Коршун М.М. и др. Оцінка функціонального стану учнів початкової школи в динаміці уроків фізичного виховання та плавання. *Гігієна населених місць*. 2014. Вип. 64. С. 302–308.
26. Файнзильберг Л.С., Ориховская К.Б., Ваховский И.В. Оценка хаотичности формы фрагментов одноканальной электрокардиограммы. *КВТ*. 2016. Вып. 183. С. 4–24.
27. Спосіб оцінювання адекватності реакції організму на навантаження: пат. 103229 Україна. Бюл. № 23, 2015 р.
28. Файнзильберг Л.С., Сорока Т.В. Разработка телемедицинской ситемы для дистанционного мониторингирования сердечной деятельности на основе метода фазаграфии. *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. 2015. № 6/9(78). С. 37–46.
29. Спосіб ідентифікації особистості за електрокардіограмою: пат. 105273 Україна. Бюл. № 8, 2014 р.

# INTELLECTUAL CAPABILITIES AND PERSPECTIVES FASEGRAPHY DEVELOPMENT — INFORMATION TECHNOLOGY OF COMPLEX FORM SIGNAL PROCESSING

L.S. Fainzilberg

*International Research and Training Center for Information Technologies and Systems of the National Academy of Sciences of Ukraine and Ministry of Education and Science of Ukraine*

**Introduction.** Recently, a new class of information technologies (IT) — intelligent IT is widespread which, unlike traditional, operate generalized concepts — images, and provide more complete information about the external environment. One of the tasks requiring the involvement of intelligent IT — analysis and interpretation of complex form signals with a locally-focused information.

**The purpose of the article is** — to formulate the basic properties of intelligent IT complex form signal processing, demonstrate the ability to implement these features on the example of the innovative method fasegraphy and outline prospects for further development of this technology.

**Methods.** Fasegraphy is a high IT which is processing different complex form signals of physical nature, which, basing on a chain of intelligent computational procedures, enables the transition from the observed signal with a locally-focused features (raw material for technology) to information which is focused on a particular user (technology product). The main task of the scientific method fasegraphy aims to detect general laws of indicated signals to identify and use in practice the most effective computational procedures that can ensure this transition.

**Results.** Basic properties of intelligent IT — adaptation, learning, generalization, invariance, forecasting, understanding, flexibility, interoperability, accessibility have been formulated. Analysis of computational procedures chain in fasegraphy method, that provide a transition from the actually observed signals to technology product, shows that the method has all of the above properties, and therefore fasegraphy can be referred to intelligent ITs.

New results have been presented from fasegraphy usage in pediatric cardiology and outlined prospects for the development of this method in two ways — by increasing the reliability of decision making in single-channel ECG and realization of intelligent processing tasks of other signals with locally-focused features.

**Conclusions.** Fasegraphy intelligent capabilities are far from exhausted and can be used to solve actual scientific and applied problems not only in cardiology but also in other applications.

**Keywords:** fasegraphy, information technology, complex shape signals, electrocardiogram.

1. Omelchenko V.O. Orthogonal expansions of random signals and fields. Kiev: UMKVO. 1991. 142 p. (in Ukrainian).
2. Murashko V.V., Strutynsky A.V. Electrocardiography. Moscow, 1991. 288 p. (in Russian).

3. Primin M.A., Nedajjvoda I.V., Vasilev V.E. New algorithms for magnetokardiosignal processing. *Control systems and machines*. 1998. № 2. P.48–62. (in Russian).
4. Ronkin M.A., Ivanov L.B. Rheography in clinical practice. Moscow: SMC MBN, 1997. 250 p. (in Russian).
5. Piloian G.O. Introduction to Thermal Analysis. Moscow, 1964. 231 p. (in Russian).
6. Gritsenko V.I., Fainzilberg L.S. FASEGRAPH® — information technology for the integrated assessment of the cardiovascular system state of the electrocardiogram phase portrait. *Information technologies for the Physician*. 2013. № 3. P.52–63. (in Russian).
7. Fainzilberg L.S. Computer diagnostics by phase portrait of electrocardiogram. Kiev, 2013. 191 p. (in Russian).
8. Katerinchuk I.P., Borisenko N.B. Heart rate variability and autonomic dysfunction in patients with metabolic syndrome. *Arrhythmology*. 2012. № 3(3). P. 6–13. (in Ukrainian).
9. Pavlichenko P.P. The influence of the playing load on the functional status of professional football players. *World of medicine and biology*. 2015. № 1(48). P. 49–54. (in Russian).
10. Ozhegov vocabulary. URL: <http://ozhegov-online.ru/slovar-ozhegova/tehnologiya/34888/>
11. Fainzilberg L.S. Information technology for signal processing of complex shape. Theory and practice. Kiev, 2008. 333 p. (in Russian).
12. Gritsenko V.I. Intellectualization of Information Technologies. *Science & Technology*. Kiev: V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine, 1992. P. 4–9. (in Ukrainian).
13. Hawkins D., Blakeslee S. On intelligence. Moscow, St. Petersburg, Kiev, 2007. 128 p. (in Russian).
14. Preston J., Bishop M. Views Into the Chinese Room: New Essays on Searle and Artificial Intelligence. Oxford, 2002. 410 p.
15. Fainzilberg L.S. Simulation models of generating artificial cardiograms in terms of internal and external disturbances. *Journal of Qafgaz University — Mathematics and Computer Science*. 2012. № 34. P. 92–104. (in Russian).
16. Fainzilberg L.S., Glushauskene G.A. Narrow-band Rejection Filter for Suppression of Harmonic Concentrated Interference on the Basis of Discrete Fourier Transform. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2009. Vol. 41. Issue 8. P. 55–70.
17. Fainzilberg L.S. Adaptive smoothing of noise in information technology processing of physiological signals. *Mathematical Machines and Systems*. 2002. № 3. P. 96–104. (in Russian).
18. Zywienc C., Borovsky D., Goetsch G. & others Methodology of ECG Interpretation in the Hanover Program. *Meth. Inf. Med*. 1990. N. 29. P. 375.
19. Gritsenko V.I., Fainzilberg L.S. Computer diagnostics using complex-form signals under conditions of internal and external disturbances. Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine. 2013. № 12. P. 36–44. (in Russian).
20. Frumin L.L., Shtarck M.B. About ECG phase portrait. *Avtometriya*. 1993. № 2. P. 51–54. (in Russian).
21. Fainzilberg L.S. A method of personalized assessment of functional state of human cardiovascular system. UA Patent 112325. 2016. Bul. 16. (in Ukrainian).
22. Fainzilberg L.S. The Performance Evaluation of Information Technology FASEGRAPH® According to the Independent Studies. *Control systems and machines*. 2014. № 2. P. 84–92. (in Russian).
23. Maydannik V.G., Khaitovych N.V., Fainzilberg L.S. & others The symmetry of the T-wave on the electrocardiogram as a marker of cardiometabolic risk in schoolchildren. *International Journal of Pediatrics, Obstetrics and Gynecology*. 2013. T. 4. № 3. P. 35–39. (in Russian).
24. Morozik A.A., Fainzilberg L.S. Diagnostic value of electrocardiosignal combined analysis on phase plane and heart rate variability in children with diabetic cardiomyopathy. *International Journal of Pediatrics, Obstetrics and Gynecology*. 2015. B. 7. № 1. P. 11– 17. (in Russian).
25. Kondratiuk A.S., Garkaviy S.I., Korshun M.M. & others. Evaluation of primary school pupil's functional state in physical education classes and swimming lessons dynamics. *Hygiene of settlements*. 2014. № 64. P. 302–308. (in Ukrainian).

26. Fainzilberg L.S., Orikhovska K.B., Vakhovskyi I.V. Assessment of chaotic fragments shape of the single-channel electrocardiogram. *Cybernetics and computer engineering*. 2016. № 183. P. 4–24. (in Russian).
27. Fainzilberg L.S. Method of evaluating the adequacy of reaction to load // UA Patent 103229. 2015. Bul. 23. (in Ukrainian).
28. Fainzilberg L.S., Soroka T.V. Development of telemedicine system for remote monitoring of heart activity based on fasegraphy method. *East Europe Journal of Enterprise Technologies*. 2015. № 6/9(78). P. 37–46.
29. Fainzilberg L.S. Method for person identification by electrocardiogram // UA Patent 105273. 2014. Bul. 8. (in Ukrainian).

Получено 27.09.16

## НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДВИГАТЕЛЬНЫХ И РЕЧЕВЫХ ФУНКЦИЙ

М.И. Вовк

*Международный научно-учебный центр информационных технологий и систем НАН Украины и МОН Украины*

Рассмотрены теоретические предпосылки активации резервов организма на восстановление двигательных и речевых функций, положившие основу разработки оригинальных методов, программ, методик активации резервов организма, на базе которых синтезирована конкурентноспособная биоинформационная технология восстановления двигательных и речевых функций ТРЕНАР®. Технологию реализует новый класс изделий цифровой медицины — аппаратно-программный комплекс ТРЕНАР®. Показаны преимущества технологии, главным из которых является возможность организовать индивидуальный подход к восстановительному лечению на каждом этапе реабилитации движений и речи. Представлены результаты клинической апробации аппаратов Тренар.

**Ключевые слова:** биоинформационная технология, электронное изделие, цифровая медицина, программная электростимуляция, биологическая обратная связь, восстановление, движение, кисть, речь, инсульт, индивидуальный подход.

Розглянуто теоретичні передумови активації резервів організму на відновлення рухових і мовленнєвих функцій, що поклали основу розробки оригінальних методів, програм, методик активації резервів організму, на базі яких синтезовано конкурентноспроможну біоінформаційну технологію відновлення рухових і мовленнєвих функцій ТРЕНАР®. Технологію реалізує новий клас виробів цифрової медицини — апаратно-програмний комплекс ТРЕНАР®. Показано переваги технології, головною з яких є можливість організувати індивідуальний підхід до відновного лікування на кожному етапі реабілітації рухів і мовлення. Представлено результати клінічної апробації апаратів Тренар.

**Ключові слова:** біоінформаційна технологія, електронні вироби, цифрова медицина, програмна електростимуляція, біологічний зворотний зв'язок, відновлення, рух, кисть, мовлення, інсульт, індивідуальний підхід.

### ВВЕДЕНИЕ

Двигательная активность — едва ли не главный фактор, способствующий формированию здорового образа жизни человека. Движения являются самыми доступными и эффективными лекарствами, лучшим средством для восстановления здоровья и гармоничного развития человека. Однако количество инвалидов (взрослых и детей) с нарушениями двигательных функций, растет. Последствия инсульта или детского церебрального паралича (ДЦП) являются ведущей причиной инвалидности.

Цереброваскулярная патология (ЦВЗ) и их наиболее тяжелая форма — инсульт являются наиболее частыми неврологическими заболеваниями. Согласно мировой статистике в настоящее время отмечается стремительная тенденция к увеличению числа больных инсультом, а также к их «омоложению». По данным ВОЗ 30 % больных составляют лица

трудоспособного возраста (до 50–60 лет), 70–80 % больных, перенесших инсульт, полностью утрачивают профессиональные навыки и трудоспособность. Нарушения речи (афазии, дизартрии) наблюдаются более чем у трети больных, перенесших инсульт, и являются вторым по значимости и распространенности постинсультным дефектом после двигательных нарушений. Наличие речевого дефекта после перенесенного инсульта, черепно-мозговой травмы, опухоли мозга либо оперативного вмешательства на головном мозге значительно снижает коммуникативные возможности, повседневную жизненную активность больных, способствует их социальной изоляции. Неутешительная картина наблюдается и с детским церебральным параличом (ДЦП), который занимает значительное место среди заболеваний и является причиной инвалидности детей как в Украине, так и за рубежом.

Разработка новых методов, средств, технологий восстановительного лечения движений и речи является актуальной проблемой, которая имеет огромное социально-экономическое значение.

Восстановительное лечение — это прежде всего мобилизация резервов организма на восстановление нарушенной в результате патологии функции. Применительно к восстановлению двигательных и речевых функций у больных, перенесших инсульт, мобилизация резервов предполагает разработку и реализацию индивидуальных комплексных программ медицинской реабилитации, в которых, наряду с лекарственными, ведущее место отводится технологиям, направленным на тренировку движений как одного из главных факторов мобилизации резервов организма на восстановление супраспинального контроля двигательными функциями.

**Цель статьи** — показать роль новых информационных технологий и средств цифровой медицины, оригинальных методов, программ и методик тренировки движений конечностей и мелкой моторики кисти, направленных на восстановление двигательных и речевых функций у пациентов после инсульта.

## **ФИЗИОЛОГИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ АКТИВАЦИИ РЕЗЕРВОВ ОРГАНИЗМА НА ВОССТАНОВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЙ**

Главный способ формирования новой системы супраспинального контроля движений вместо утраченного или искаженного патологией, приводящего к восстановлению движений, это мышечное сокращение, которое заставляет работать рецепторы в мышцах и сухожилиях и посылать афферентные импульсы к неповрежденным участкам мозга. Основой не только восстановления нарушенных функций движения, но и памяти, речи, обучения является нейропластичность — способность нервной системы восстанавливать свою функцию с помощью качественных и количественных нейрональных перестроек, изменений нейрональных связей под влиянием внешних стимулов [1]. Поэтому электростимуляция как способ принудительного сокращения мышц и тренировки движений нашла широкое применение для восстановления двигательных функций у парализованных больных. Вследствие электростимуляции к неповрежденным участкам мозга

по каналам обратной связи поступает необходимая для восстановления движений афферентная информация о сокращении мышцы.

Чтобы восстановить утраченный двигательный навык, нужно стимулировать мышцы по определенной программе. Это положило начало синтеза систем управления движениями по методу программной электростимуляции мышц. Неотъемлемым структурным элементом таких систем является банк программ, искусственно синтезированных или естественных. Формирование естественной двигательной программы основано на получении из электромиограммы полезной информации о движении, на знании тех соотношений, которые связывают параметры электромиографических сигналов (ЭМГ-сигналов) и механограмму. Одним из наиболее информативных параметров считается интегрированная электромиограмма. Между ней и механограммой имеют место определенные и хорошо изученные зависимости в изометрическом и изотоническом режимах работы мышц. Интегрированный ЭМГ-сигнал можно считать информационным «электромиографическим образом» силы и скорости сокращения мышцы, а также использовать его для формирования программ управления уровнем и распределением во времени сигнала стимуляции и, следовательно, уровнем и последовательностью принудительных сокращений мышц [2].

Вместе с тем моторная зона коры является не только кортикальным отделом проприоцептивной сенсорной системы, но и местом конвергенции проекций от всех других сенсорных зон коры. Двигательный анализатор коры работает в тесном содружестве со зрительным, слуховым и тактильным анализаторами. Поэтому для восстановления двигательных функций разработка методов, направленных на активацию других сенсорных зон коры на базе обратной афферентации от тренируемых мышц, является целесообразной. Одним из них является метод биоуправления, или биологической обратной связи (БОС) [3].

Высокая степень адекватности биоуправления с обратной связью определяется не только обращением к локальным специфическим процессам, которые в нашем случае характеризует ЭМГ-сигнал, но и активным участием субъекта в проведении лечебных и тренировочных сеансов. Основным механизмом активации природных резервов организма к коррекции патологически измененной функции по методу БОС являются рефлекторные ассоциации между сигналом обратной связи и состоянием контролируемой функции. В случае управления движениями с помощью БОС пациент «чувствует» движение по формализованному зрительному, звуковому или тактильному «образу движения». Обеспечивая непрерывный контроль «заинтересованной» функции, БОС предоставляет пациенту возможность прицельно обратить внимание на объект модификации, точно оценить успех при выполнении конкретной задачи. БОС всегда предполагает цель — включение сознания на выполнение задания. Сознание отслеживает результат. Для больных такой контроль на фоне общей мотивации к выздоровлению служит достаточным подкреплением в процессе формирования нового двигательного стереотипа вместо утраченного или



нарушенного патологией. Преимущества БОС позволяют использовать этот метод наряду с методом реабилитации, основанным на программной электростимуляции мышц [4, 5].

Чем шире спектр задач, которые используются для тренировки движения, тем больше формируется функциональных связей и структур-паттернов движения. Роль утраченных структур в системе управления движением начинают играть новые функциональные образования. Шире становятся ассоциативные связи, возрастает роль межполушарного взаимодействия. Последнее приобретает особое значение при самопрограммировании движений по методу программной электростимуляции по моделям (программам), основанным на «электромиографических образах», поступающих от собственных здоровых мышц пациента при их произвольном сокращении. Преимущества таких программ тренировки движений пострадавшей конечности более подробно будут рассмотрены ниже.

В случаях поражения центральных двигательных механизмов выполнение движения функционально-динамической группой и одновременное включение сознательной попытки выполнения действия ведут к появлению потока импульсов к элементам кинестетического анализатора, которые не пострадали. [2]. Каждый раз как бы создается активная условная модель движения, которая способствует созданию новых условнорефлекторных комплексов. В создании последних значительную помощь может оказать биологическая обратная связь.

На базе обработки и преобразования электромиографических сигналов в зрительные и звуковые информативные сигналы получила развитие теория «образного (зрительного и слухового) осознания» мышечной активности зрительным и слуховым анализаторами коры головного мозга. В результате такого преобразования ЭМГ-сигналы, характеризующие ключевые параметры мышечной активности (сила и скорость сокращения мышц), ранее недоступные сознанию, стали доступны в виде зрительных и слуховых образов. Это позволяет активировать дополнительные резервы моторной области коры на восстановление двигательных функций.

## **БИОИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ТРЕНАР®. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ПРОГРАММЫ И МЕТОДЫ АКТИВАЦИИ РЕЗЕРВОВ ОРГАНИЗМА НА ВОССТАНОВЛЕНИЕ ДВИГАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ**

Рассмотренные теоретические предпосылки восстановления нарушенных функций движения составили основу синтеза базовых программно-технологических электронных модулей как внешних контуров индивидуальной, биологически адекватной состоянию пациента и этапу реабилитации, активации резервов организма на восстановление двигательных функций. Биологическая адекватность обеспечивается набором базовых программно-технологических электронных модулей, основу синтеза которых составляют различные методы и программы тренировки принудительных и произвольных сокращений мышц. Этот подход послужил

основой синтеза биоинформационной технологии восстановления двигательных и речевых функций ТРЕНАР®. Технологию реализует новый класс электронных изделий цифровой медицины — аппаратно-программный комплекс ТРЕНАР® [6]. Комплекс представлен двумя модификациями: «Аппарат для электростимуляции с биоуправлением Тренар-01» и «Аппарат для электростимуляции с биологической обратной связью Тренар-02» (рис. 1).



Рис. 1. Комплекс ТРЕНАР®

Электронный комплекс ТРЕНАР® включает следующий набор базовых программно-технологических электронных модулей.

*Программно-технологический модуль «Синтез».* Метод — программная электростимуляция; программа — «Синтез». Тренировка принудительных движений под влиянием электростимуляции мышц по искусственно синтезированным программам в широком диапазоне «посылка-пауза» импульсов электростимуляции. Этот метод и программы тренировок предоставляют возможность осуществлять активацию резервов нервной системы на восстановление движений на базе афферентной проприоцепции (рис. 2). Применяется на ранних этапах реабилитации, в том числе почти при отсутствии движений пораженной конечности.

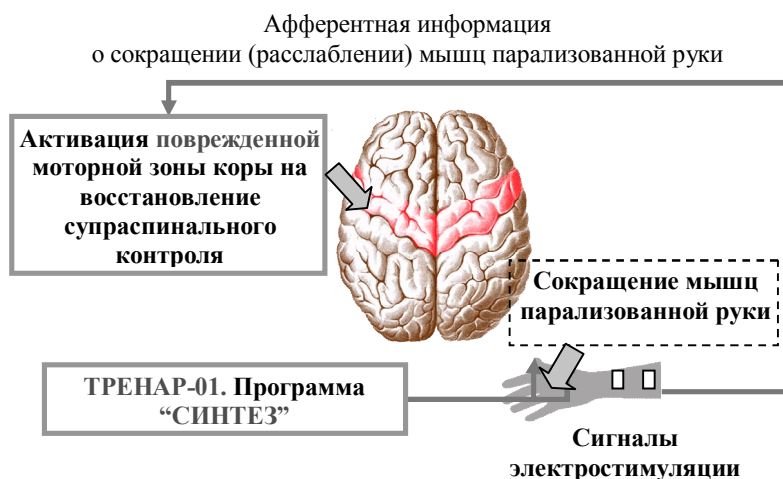


Рис. 2. Структурно-функциональная модель активации поврежденной моторной зоны коры на восстановление управления движениями по программе «Синтез»

*Программно-технологический модуль «Донор».* Метод — программная электростимуляция; программа — «Донор». Тренировка принудительных движений пораженной конечности под влиянием электростимуляции соответствующих мышц по программам, которые «считываются» с собственных здоровых (желательно симметричных) мышц пациента или мышц другого человека (инструктора) при их произвольных сокращениях и передаются мышцам, которые тренируются в режиме «он-лайн» (рис. 3). Программа «Донор» основана на специальной обработке ЭМГ-сигнала, поступающего от произвольных сокращений здоровых мышц пациента или инструктора. Основу обработки ЭМГ-сигнала составляют знания соотношений между параметрами электромиографических сигналов и механограммой. Обработанный ЭМГ-сигнал несет информацию о силе и скорости сокращения мышцы. Используя программу «Донор», при соответствующем подборе амплитуды стимулирующего сигнала пациент практически повторяет пораженной конечностью движения собственной здоровой конечности или движения инструктора. Непосредственно пациент или инструктор могут контролировать и изменять программу тренировок, ритм и силу сокращений мышц, которые тренируются. Растет роль мотивации в процессе афферентного синтеза от произвольных сокращений здоровой конечности и принудительных сокращений поврежденной.

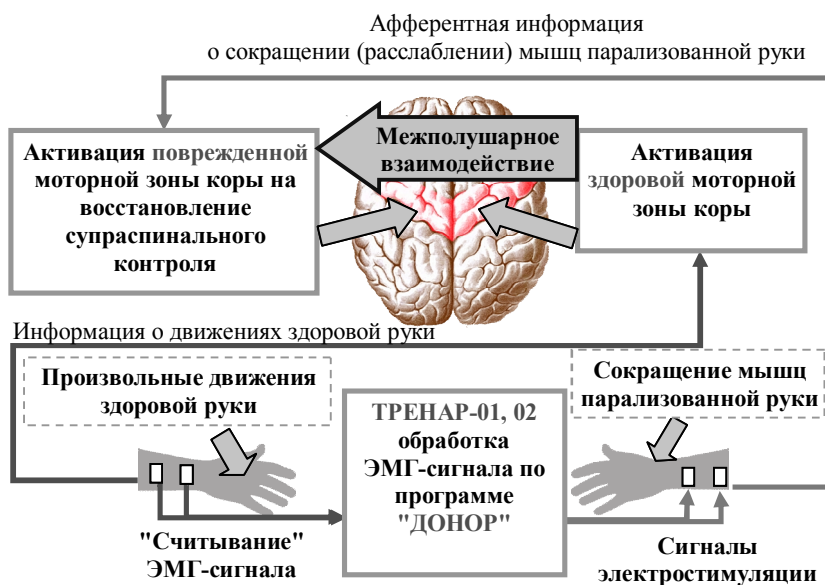


Рис. 3. Структурно-функциональная модель активации поврежденной моторной зоны коры на восстановление управления движениями по программе «Донор»

Благодаря межполушарному взаимодействию афферентная проприоцепция от произвольных мышечных сокращений здоровой конечности «готовит» поврежденную моторную зону к афферентной проприоцепции от принудительных сокращений мышц пораженной конечности. Как следствие, афферентная проприоцепция от движений поврежденной конечности становится более эффективной. Эффективность

тренировок движений поврежденной конечности по программе, исходящей от произвольных сокращений симметричных здоровых мышц у парализованных больных, отмечают и зарубежные исследователи [7]. Программа «Донор» целесообразна на ранних этапах реабилитации при отсутствии у пациента нарушений когнитивной сферы.

*Программно-технологический модуль «Порог».* Метод — пороговая электростимуляция; программа — «Порог». Тренировка соотношения произвольно-принудительных сокращений мышцы. По программе «Порог» электростимуляция как способ принудительного сокращения мышцы «запускается» при преодолении пациентом определенного порога ЭМГ-сигнала, который возникает при произвольном сокращении той же мышцы, которая тренируется. Уровень порога устанавливает оператор или самостоятельно пациент. Тренировка направлена на то, чтобы с каждым новым сеансом произвольное сокращение мышцы преодолеvalo все больший порог. Иными словами, вклад произвольного сокращения в тренировочное задание постепенно увеличивается по сравнению с принудительным сокращением. По методу «Пороговая электростимуляция» эффективность влияния проприоцептивной афферентации от принудительных сокращений тренируемых мышц на поврежденную моторную зону коры возрастает потому, что поврежденная моторная зона становится «подготовленной» к управляющим воздействиям за счет афферентации от произвольных сокращений мышцы той же поврежденной конечности. Возрастает и роль мотивации в процессе афферентного синтеза от произвольных и принудительных сокращений мышц поврежденной конечности. Метод «Пороговая электростимуляция» применяется с появлением у пациента малейших признаков произвольных движений при отсутствии нарушений когнитивной сферы.

*Программно-технологический модуль «Память-Ауто».* Метод — программная электростимуляция, программа «Память-Ауто». Тренировка произвольных и принудительных сокращений мышцы происходит в режиме «запись — воспроизведение»: записанный в памяти ЭМГ-сигнал произвольного сокращения — расслабления мышцы воспроизводится в виде программы электростимуляции той же мышцы. Запись ЭМГ-сигнала происходит при преодолении определенного порога. Поэтому мотивация при тренировке мышц по этой программе больного или здорового человека (например, спортсмена) играет тоже важную роль.

*Программно-технологический модуль «Биотренировка».* Метод — Биологическая обратная связь (зрительная и слуховая) по электромиограмме; программа — «Биотренировка» (рис. 4). Пациент тренирует произвольные сокращения мышц в соответствии с установленным пациентом или инструктором (врачом) тренировочным заданием. ЭМГ-сигнал мышцы, которая тренируется, преобразуется в зрительные и звуковые информационные сигналы, которые информируют пациента об успешности или безуспешности выполнения тренировочного задания. При использовании метода биологической обратной связи мотивация в процессе афферентного синтеза проприоцептивной, зрительной и слуховой сенсорных систем от

произвольных сокращений тренируемых мышц играет исключительную роль. Программа тренировок обычно используется на последних этапах реабилитации для приближения движений пациента к норме. Эту программу используют также при наличии противопоказаний к электростимуляции.

Разнообразие программ формирования / тренировки движений обеспечивает выбор программы, адекватной функциональному состоянию двигательной системы пациента, позволяет индивидуально на каждом этапе реабилитации организовать процесс тренировки, наиболее эффективно мобилизуя резервы организма на восстановление движений вплоть до их полного восстановления. Как внешние контуры, аппараты Тренар «встраиваются» в собственную систему управления движениями пациента и выполняют в этой системе роль недостающего звена и / или дополнительного контура в регуляции движений.

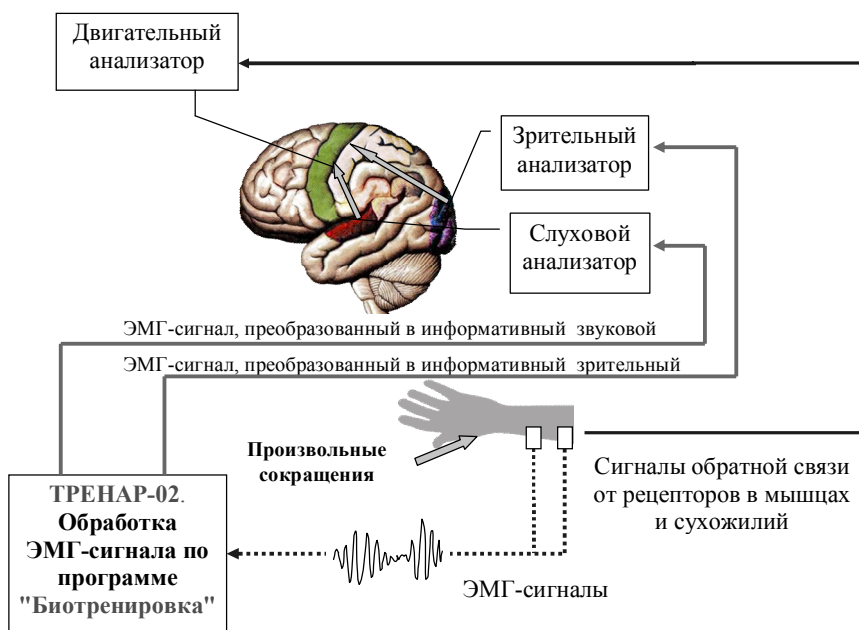


Рис. 4. Структурно-функциональная модель активации поврежденной моторной зоны коры на восстановление управления движениями по программе "Биотренировка" (метод — БОС).

Идеи гомеостаза двигательных функций [8] приводят к пониманию того, что двигательный опыт человека есть не что иное, как сформированная в онтогенезе становления двигательных функций способность организма обеспечивать поддержание системного гомеостаза выполнения движения, причем эта способность индивидуальная. Патология или пребывание человека в экстремальных условиях, например, невесомости, нарушает эту способность за счет выпадения структурных элементов и / или регулирующих систем, а вместе с ней и способность выполнять движение. В связи с этим очень важным является выбор управляющих воздействий на каждом этапе восстановления двигательных функций. Управляющие воздействия должны быть щадящими по отношению к организму человека —

от таких, которые запускают и стимулируют резервы внутренних регулирующих систем через комбинированную работу внутренних механизмов и управляющих воздействий к работе только управляющих воздействий, когда исчерпаны все резервы внутренних механизмов. Понятие биологической адекватности формирования движений на различных этапах реабилитации происходит из понятия гомеостаза двигательной системы, его индивидуальности и индивидуальности нарушения при двигательной патологии.

Исходя из концепции гомеостаза двигательной системы и принципа биологической адекватности управляющих воздействий на каждом этапе восстановления двигательных функций, перечислим основные функции, которые выполняют базовые программно-технологические модули как внешние контуры управления:

— выполнять роль недостающего звена в формировании гомеостаза двигательной системы при той или иной патологии двигательной функции;

— быть средством восстановления гомеостаза — устойчивого восстановления функции движения;

— обладать структурой, функциональными и техническими характеристиками, которые позволяют оптимизировать «маршрут» лечения (восстановление двигательных функций) как многокритериальную оптимизацию процесса формирования движений на основе адекватной состоянию двигательных функций пациента активации его резервов на различных этапах реабилитации.

Индивидуальный, биологически адекватный подход к синтезу систем управления движениями привнес элементы "интеллектуализации" к управляющим воздействиям. Управляющие воздействия можно считать «интеллектуальными», если они могут гибко менять свою структуру, режим деятельности, изменять различные виды взаимодействия (информационно-энергетические, информационные) внешней системы управления с собственной системой управления движениями пациента.

Как интеллектуальные системы, аппараты Тренар характеризуются доминированием в них функционального принципа избирательной мобилизации структуры (использования соответствующего этапа реабилитации функционально-технологического модуля, входящего в состав аппаратов Тренар-01, Тренар-02) с целью получения результата — биологически адекватной активации резервов организма для восстановления двигательных функций. Такой подход совпадает с фундаментальным положением П.К. Анохина о роли результата как фактора, образующего функциональную систему [9]. Гибкая структура аппаратов Тренар, которая состоит из различных функционально-технологических модулей, позволяет реализовать этот принцип и организовать различные программы, методы тренировки движений с целью получения главного результата — восстановление двигательных функций.

Технология индивидуальной реабилитации движений и электронные аппараты Тренар, ее реализующие, защищены рядом авторских свидетельств и патентов [10–13], подготовлены к производству на Государственном

научно-производственном предприятии «Электронмаш», г. Киев, разрешены к использованию в клинической практике на территории Украины.

## **РЕЗУЛЬТАТЫ КЛИНИЧЕСКОЙ АПРОБАЦИИ АППАРАТНО-ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА ТРЕНАР® ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДВИГАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ**

Анализ клинических испытаний аппаратов Тренар в 14-ти клиниках и курортах различных регионов Украины показал, что разнообразие программ управления движениями позволяет врачу организовать индивидуальный подход к восстановительному лечению двигательных функций на каждом этапе реабилитации, начиная от тяжелых состояний. Результаты восстановительного лечения для наиболее распространенных заболеваний представлены в табл.1. Общее количество пациентов, прошедших курс восстановительного лечения двигательных функций — 8358 человек.

**Таблица 1.**

*Результаты восстановительного лечения движений*

<b>Нозология</b>	<b>Общее количество пациентов</b>	<b>Значительное улучшение</b>	<b>Улучшение</b>	<b>Без изменений</b>
ГПМК (инсульт)	4095	861 / 21%	2947 / 72 %	287 / 7 %
ДЦП	313	6 / 2 %	294 / 94 %	13 / 4 %
Другая патология	3962	2338 / 59 %	1505 / 38 %	118 / 3 %

Программы «Синтез» и «Донор» (при отсутствии нарушений когнитивной сферы) эффективны на начальных этапах реабилитации, в том числе у постели больного. Тренировка движений верхних и нижних конечностей на ранних этапах реабилитации способствовала улучшению общей мозговой симптоматики и общего соматического состояния: нормализации давления, пульса, функциональной стабилизации гемодинамики. При наличии моторной афазии лучше шло восстановление речи. Улучшалось психоэмоциональное состояние. В результате пациенты, которым тренировали движения на ранних этапах реабилитации, были лучше подготовлены к следующим этапам реабилитации.

Активное участие пациента в тренировочном процессе на различных этапах реабилитации по программам «Донор» (рис.5), «Порог» (рис.6), «Биотренировка» позволяло избегать монотонных тренировок, давало возможность пациенту самостоятельно гибко перестраивать ритм и интенсивность движений, постепенно усложнять тренировочное задание, что способствовало положительной динамике восстановления двигательных функций.

### **АКТИВАЦИЯ РЕЗЕРВОВ ОРГАНИЗМА НА ВОССТАНОВЛЕНИЕ РЕЧИ**

Связь двигательных и речевых функций, величина проекции кисти, ее близость к моторной речевой зоне, положительное влияние тренировки

тонких движений пальцев рук на развитие активной речи ребенка [14] составило теоретическую предпосылку разработки инновационного метода и



Рис. 5. Сеанс восстановительного лечения движений после инсульта (правосторонний гемипарез) по программе "Донор"



Рис. 6. Сеанс восстановительного лечения движений после инсульта (левосторонний гемипарез) по программе "Порог"

технологии восстановления моторного компонента речи на базе тренировок тонкой моторики кисти у больных после инсульта с нарушениями речи по типу моторной или моторно-сенсорной афазии и нарушениями двигательных функций по типу гемипареза [15, 16].

Разработанная технология восстановления речи использует разнообразие методов и программ тренировки кисти и пальцев, предоставляемых аппаратно-программным комплексом ТРЕНАР®. Выбор движений пальцев рук для тренировки базировался на развитии мелкой моторики кисти в онтогенезе [17] с учетом возможности доступа передачи сигналов электростимуляции соответствующим мышцам с помощью поверхностных электродов. Описанная методология может быть еще одним подходом, способствующим формированию речи у детей, у которых наблюдается отставание в ее развитии.

Технологию реализует биотехническая система — компьютерный программно-аппаратный комплекс восстановления речи (ПАК ВР) «ProMova» [18] (рис. 7). Центральным звеном комплекса является техническая система, которая состоит из двух элементов: электронные аппараты управления движениями Тренар, с помощью которых происходит тренировка движений тонкой моторики пораженной кисти и пальцев, и информационный компонент, который программно реализован в архитектуре ПК [19]. Включение в техническую систему информационного компонента



обусловлено проблемой многокритериального выбора параметров тренировок, которые осуществляет врач при организации индивидуального подхода к реабилитации. Наиболее распространенным инструментом решения такой проблемы является специализированный программный модуль, который реализуется в структуре ПК.



Рис. 7. Структурно-функциональная модель программно-аппаратного комплекса восстановления речи «ProMova»

Предложенный метод определения параметров персонально ориентированного реабилитационного курса тренировки движений кисти и пальцев для восстановления речи базируется на разработанных критериях, решающих правилах и алгоритме выбора параметров реабилитационного курса, что обеспечивает определение допустимости проведения курса реабилитации и формирование персональной комбинации параметров тренировки движений кисти и пальцев для текущего неврологического статуса пациента. Выбор параметров реабилитационного курса строится по правилам продукционной модели представления знаний [18].

Специализированный программный модуль, реализованный в архитектуре ПК, обеспечивает организацию информационно-консультационной помощи при планировании и проведении мероприятий по восстановлению речи. Оператор ПАК, в качестве которого могут выступать врач-невролог, реабилитолог, является активным объединяющим звеном комплекса, обеспечивает единый алгоритм его функционирования. Оператор осуществляет до / в процессе / после реабилитационного курса тестирование неврологического статуса пациента. Определяет степень нарушений двигательных и речевых функций на основе экспертной оценки и стандартных методов, шкал и протоколов тестирования состояния неврологических больных. Взаимодействует с технической подсистемой при формировании / корректировке параметров реабилитационного курса,

установке персональных методов, программ и параметров отдельных процедур курса.

Апробацию предложенного подхода к восстановительному лечению речи проводили в неврологическом отделении №1 Киевской городской клинической больницы №3 (рис. 8).



Рис. 8. Сеанс тренировки движений кисти по программе «Донор» для восстановления речи ( Моторная афазия. Правосторонний гемипарез)

Верификация и клиническая апробация программно-аппаратного компьютерного комплекса восстановления речи «ProMova» у больных после инсульта с нарушением движений по типу гемипареза и речи по типу моторной или моторно-сенсорной афазии показала улучшение функции речи на 32, 5% ( $p = 0,95$ ) по сравнению с базовым курсом реабилитации. Количественная экспресс-оценка моторных и сенсорных нарушений речи [20], которая обеспечивает объективизацию диагностики степени дефекта речи и степени восстановления в пределах небольшой положительной динамики, подтвердила высокую эффективность восстановления функции речи у пациентов в раннем периоде реабилитации (до 6 месяцев после инсульта), а также при тренировке движений тонкой моторики кисти по программе «Донор».

## Выводы

Разработана и внедрена в клиническую практику конкурентноспособная технология восстановления двигательных и речевых функций ТРЕНАР®. Технологию реализует новый класс изделий цифровой медицины — аппаратно-программный комплекс ТРЕНАР®. Преимущества технологии:

- широкий диапазон различных программ тренировки движений, основанных на различных методах обработки и преобразования ЭМГ- сигналов в информативные, характеризующие мышечное сокращение, оригинальные методики тренировки мелкой моторики кисти позволяют организовать индивидуальный подход к восстановлению двигательных и речевых функций;
- активное вовлечение пациента в реабилитационный процесс, сознательный контроль и самостоятельное дозирование тренировочной

нагрузки способствуют росту эффективности реабилитации.

1. Белова А.Н., С.В. Прокопенко. Нейрореабилитация. 3е изд., перераб. и доп. М., 2010. 1288 с.
2. Алеев Л.С., Вовк М.И., Горбанев В.Н. и др. «Миотон» в управлении движениями. Киев, 1980. 144с.
3. Aleev L. S., Vovk M.I. Functional electrostimulation with myofeedback in movement rehabilitation. Proceedings "5<sup>th</sup> International Muscle Symposium" (May 19-21, 2000, Viena, Austria). Viena , 2000. P.69–70.
4. Гриценко В.І., Котова А. Б., Вовк М.І. та ін. Інформаційні технології в біології та медицині: Курс лекцій: Навчальний посібник. Ч. 3. Теорія біотехнічних систем та її застосування. Київ, 2007. С.285–340.
5. Вовк М.И. Биоинформационная технология управления движениями как направление биологической и медицинской кибернетики. *КВТ*. 2013. Вып. 174. С. 56–70.
6. Гриценко В.И., Вовк М.И. Тренар — инновационная технология восстановления движений . Матеріали Міжнародного науково-практичного форуму «Наука і бізнес — основа розвитку економіки». м. Дніпропетровськ, 2012. С.204–206.
7. P. Hunter Peckham and Kevin L. Kilgore Challenges and Opportunities in Restoring Function after Paralysis. *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 2013. Vol. 60. № 3. P. 602–609.
8. Романов С.П. Нейрофизиологические механизмы гомеостаза двигательных функций: дис. д-ра биол.наук: 03.00.13. Л., 1989. 443 с.
9. Анохин П.К. Очерки по физиологии функциональных систем. М.: Медицина, 1975. 447 с.
10. Спосіб керування рухами людини: пат. 41795 Україна: МПК А61N 1/36. № u200814822; заявл. 23.12.08; опубл. 10.06.2009, Бюл. №11. — С.4.
11. Електростимулятор : пат. 32376 Україна,; МПК А61N 1/36. № u 2008 00632; заявл. 18.01.08; опубл. 12 .05. 2008, Бюл. №9. — С.4.
12. А. с. 26836 Україна. Апарат для електростимуляції з біокеруванням ТРЕНАР-01. Методика використання / М.І.Вовк, В.В.Іванов, А.Б.Шевченко / Заявка № 26840 від 05.09.2008; Опубл. 09.12.2008.
13. А. с. 37243 Україна. Апарат для електростимуляції з біологічним зворотним зв'язком ТРЕНАР-02. Методика використання / М.І.Вовк, В.М.Горбаньов, А.Б.Шевченко / Заявка № 37469 від 04.01.2011; Опубл. 04.03.2011.
14. Кольцова М.М. Двигательная активность и развитие функций мозга ребенка. М.: Педагогика, 1973. 143 с.
15. Вовк М.И., Галян Е. Б. Восстановление моторного компонента речи на базе управления мышечными движениями. Теоретическое обоснование. *КВТ*. 2012. Вып.167. С. 51–60.
16. Спосіб лікування мовних порушень: пат. 111388 Україна,; МПК (2006.01), А61N 1/36. № а 2014 06092; заявл. 03.06.2014, опубл. 25.04.16, Бюл. № 8.
17. Halverson Н. М. The acquisition of skill in infancy. *Journal of Genetic Psychology*. 1933. Vol. 43. P. 3–48.
18. Вовк М.И., Галян Е.Б. Организация интеллектуального управления движениями кисти для восстановления речи. *КВТ*. 2016. Вып. 184. С. 25–43.
19. Галян Е.Б. Специализированный программный модуль технологии восстановления речи, архитектура и функциональное взаимодействие его компонентов. *УСУМ*. 2014. № 6. С. 52–58.
20. Вовк М.И. , Пелешок С. Р., Галян Е. Б. и др. Методика оценки моторных и сенсорных нарушений речи: Сборник статей науч.-информ. центра «Знание» по материалам XI международной заочной науч.-практ. конф.: «Развитие науки в XXI веке» 3 часть, г. Харьков: сборник со статьями. Д., 2016. С. 70–76.

## NEW OPPORTUNITIES FOR MOVEMENT AND SPEECH REHABILITATION

M.I. Vovk

*International Research and Training Center for Information Technologies and Systems of National Academy of Sciences of Ukraine and Ministry of Education and Science of Ukraine*

**Introduction.** Movement training is one of the main factors to mobilize person's reserves at movement restoration.

**The purpose of this article** is to show the role of new bioinformatics technology and digital medical devices, original methods, programs and techniques of movement training of the limbs and fine motor hand, to restore motor and speech functions in patients after stroke.

**Results.** The bioinformatics technology TRENAR<sup>®</sup> for motor and speech rehabilitation is presented. The technology uses various programs (models) and methods for forced and voluntary movement training that are based on special EMG signals processing and their transformation into informative visual and sound signals, that define movements. Structural — functional models of damaged motor area of the cortex reorganization aimed at motor control restoration according to movement training programs “Synthesis” (artificially synthesized programs of electric stimulation), “Donor” (programs are based on voluntary contractions of healthy muscles of a patient), “Biotraining” (Biofeedback method) are described. The technology is implemented in two electronic devices of digital medicine Trenar-01 and Trenar-02.

New method and technology to restore speech on the basis of original techniques of fine motor hand training and technology TRENAR<sup>®</sup> are described. The results of clinical testing of technology in motor and speech restoration of patients after the stroke are presented.

**Conclusion.** The main benefits of the technology TRENAR<sup>®</sup> which lead to an increase in efficiency of motor and speech rehabilitation are as follows: advanced range of training programs, based on different methods, original techniques of fine motor hand training allows one to select individual approach to rehabilitation process.

**Keywords** bioinformatics technology, digital medicine, electronic devices, programmed electric stimulation, biofeedback, rehabilitation, movement, hand, speech, stroke, individual approach.

1. Belova A.N., Prokopenko S.V. Neurorehabilitation. 3<sup>th</sup> ed. Moscow, 2010. 1288 p. (in Russian).
2. Aleev L., Vovk M., Gorbanev V. & others. «Mioton» in motor control. Kiev, 1980. 142 p. (in Russian).
3. Aleev L. S., Vovk M.I. Functional electrostimulation with myofeedback in movement rehabilitation. Proceedings “5<sup>th</sup> International Muscle Symposium” (May 19–21, 2000, Viena, Austria). Viena, 2000. P.69–70.
4. Gritsenko V.I., Kotova A. B., Vovk M. I. & others. Information technology in Biology and Medicine. Lecture course. Kiev, 2007. P. 285–340 (in Ukrainian).

5. Vovk M.I. Bioinformatic technology of movements control as the direction of biological and medical cybernetics. *Cybernetics and Computer Engineering*. 2013. № 174. P. 56–70. (in Russian).
6. Gritsenko V.I., Vovk M.I. “TENAR” — innovational technology of movements restoring Materials of the International scientific — practical forum « The Science and Business — a basis of development of economy ». Dnepropetrovsk, 2012. P.204–206. (in Russian).
7. Hunter P. Peckham, Kevin L. Kilgore, “Challenges and Opportunities in Restoring Function after Paralysis. *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 2013. Vol. 60. № 3. P. 602–609.
8. Romanov S.P. Neurophysiological mechanisms of motor functions homeostasis / Doctor in Biology: specialty. 03.00.13. St. Petersburg, 1989. 443 p. (in Russian).
9. Anohin P.K. The Sketches on Physiology of Functional Systems. M.: Medicine, 1975. 447 p. (in Russian).
10. The method of Motor Control of a Person: pat. 41 795 Ukraine. 10.06.2009. (in Ukrainian).
11. Electrical stimulator: pat. 32376 Ukraine: 12 .05. 2008. (in Ukrainian).
12. The Inventor's Certificate on author's product right 26 836 Ukraine. The Device for Electrical Stimulation with Biocontrol Trenar-01. The Technique for Using / M. Vovk, V. Ivanov, A. Shevchenko / 09.12.2008. (in Ukrainian).
13. The Inventor's Certificate on author's product right 37243 Ukraine. The Device for Electrical Stimulation with Biofeedback Trenar-02. The Technique for Using / M. Vovk, V. Gorbanev, A. Shevchenko / 04.03.2011. (in Ukrainian).
14. Koltsova M.M. Motor activity and development of the child's brain functions. M.: “Pedagogika”, 1973. 143 p. (in Russian).
15. Vovk M.I. , Galyan Ye. B. Restoring of motor component of speech based on muscle movement control. Theoretical grounding . *Cybernetics and Computer Engineering*. 2012. Is. 167. P.51–60. (in Russian).
16. The way to treat speech disorders : pat. UA, A61N 1/36, no. 111388, 2016.(in Ukrainian).
17. Halverson H. M. The acquisition of skill in infancy. *Journal of Genetic Psychology*. 1933. Vol. 43. P. 3–48.
18. Vovk M.I. , Galyan Ye. B. Organization of Intelligent Hand Movements Control to Restore Speech. *Cybernetics and Computer Engineering*. 2016. Is. 184. P.25–43. (in Russian).
19. Galyan Ye.B. Specialized software module of speech rehabilitation technology, architecture and functional interaction of its components. *Control Systems and Machines*. 2014. № 6. P. 52–58. (in Russian).
20. Vovk M.I., Peleshok S.R., Galyan Ye.B. & others *The method of assessment of motor and sensory speech disorders*. Collected papers of scientific-information center "Knowledge" based on XI International correspondence scientific-practical conference: «The development of science in the XXI century» part 3. Kharkiv: collected papers. D, 2016. pp. 70–76. (in Russian).

Получено 03.10.16

**Анисимов Анатолий Васильевич**, доктор физико-математических наук, декан факультета компьютерных наук и кибернетики Киевского национального университета имени Тараса Шевченко, пр. Глушкова, 4 Д, г. Киев, 03680, e-mail: [ava@unicyb.kiev.ua](mailto:ava@unicyb.kiev.ua)

**Вовк Майя Ивановна**, кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, заведующая отделом биоэлектрического управления и медицинской кибернетики Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН Украины и МОН Украины, проспект Академика Глушкова 40, г. Киев, 03680 ГСП, email: [dep140@irtc.org.ua](mailto:dep140@irtc.org.ua)

**Волков Александр Евгеньевич**, научный сотрудник отдела интеллектуального управления Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН и МОН Украины, пр. Академика Глушкова, 40, Киев, 03680. e-mail: [alexvolk@ukr.net](mailto:alexvolk@ukr.net)

**Волошенко Дмитрий Александрович**, научный сотрудник отдела интеллектуального управления Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН и МОН Украины, пр. Академика Глушкова, 40, Киев, 03680. e-mail: [p-h-o-e-n-i-x@ukr.net](mailto:p-h-o-e-n-i-x@ukr.net)

**Губарев Вячеслав Федорович**, член-корреспондент НАН Украины, доктор технических наук, заведующий отделом управления динамическими системами Института космических исследований НАН Украины и ГКА Украины, пр. Академика Глушкова, 40, корпус 4/1, г. Киев, 03680, e-mail: [v.f.gubarev@gmail.com](mailto:v.f.gubarev@gmail.com)

**Комар Николай Николаевич**, научный сотрудник отдела интеллектуального управления Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН и МОН Украины, пр. Академика Глушкова, 40, Киев, 03680, e-mail: [komko08@ukr.net](mailto:komko08@ukr.net)

**Мельников Сергей Викторович**, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, и.о. заведующего отделом интеллектуального управления Международного научно-учебного центра НАН Украины и МОН Украины, пр. Академика Глушкова, 40, г. Киев, 03680 ГСП. e-mail: [dep185@irtc.org.ua](mailto:dep185@irtc.org.ua)

**Файнзилберг Леонид Соломонович**, доктор технических наук, главный научный сотрудник отдела автоматизированных систем обработки данных Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН и МОН Украины, пр. Академика Глушкова, 40, г. Киев, 03680 ГСП. e-mail: [fainzilberg@voliacable.com](mailto:fainzilberg@voliacable.com)

**Чикрий Аркадий Алексеевич**, доктор физико-математических наук, заведующий отделом моделирования информационно-функциональных систем, Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, г. Киев, 03680, пр. Академика Глушкова, 40, e-mail: [g.chikrii@gmail.com](mailto:g.chikrii@gmail.com)

# Системный указатель статей, опубликованных в 2016 году

<i>К 90-летию со дня рождения академика В.И. Скурихина</i> .....	184
<i>80-летие академика НАН Украины Ивана Васильевича Сергиенко</i> .....	185
<i>Павлов Вадим Владимирович (11.01.1933 – 06.06.2016)</i> .....	185
<i>25 лет Независимой Украине</i> .....	186

## Информатика и информационные технологии

<i>Файнзильберг Л.С., Ориховская К.Б., Ваховский И.В. Оценка хаотичности формы фрагментов одноканальной ЭКГ</i> .....	183
<i>Филатова А.Е. Выбор параметров метода повышения качества визуализации маммограмм</i> .....	183
<i>Хохлов Е.М., Грищенко Ю.В., Володько О.Н. Способ определения качества пилотирования по контурам корреляционных полей параметров полета в особых условиях</i> .....	183
<i>Файнзильберг Л.С., Сорока Т.В. Мобильные приложения для виртуального взаимодействия врача и пациента при дистанционном мониторинге сердечной деятельности</i> .....	184
<i>Суровцев И.В. Моделирование многокомпонентных сигналов в хронопотенциометрии</i> .....	185
<i>Анисимов А.В. Система криптографического преобразования чисел линейными рекуррентными формами</i> .....	186

## Интеллектуальное управление и системы

<i>Gubarev V.F., Diadenko O.N. Observability analysis of spacecrafts' attitude measurement systems (Губарев В.Ф., Дяденко О.Н. Оценка наблюдаемости измерительных систем космических аппаратов)</i> .....	183
<i>Комар Н.Н., Коришунов Н.В., Павлов В.В. Модель пространственного движения самолета для комплексного решения задачи повышения качества и безопасности полета</i> .....	183
<i>Вовк М.И., Галян Е.Б. Организация интеллектуального управления движениями кисти для восстановления речи</i> .....	184
<i>Romanenko V.D., Milyavsky Y.L. Control Method in Cognitive Maps Based on Weights Increments (Романенко В.Д., Милявський Ю.Л. Способ управления в когнитивных картах на основе прироста весовых коэффициентов)</i> .....	184
<i>Zhiteckii L.S., Pilchovsky A.Yu., Solovchuk K.Yu. II-Optimization Approach to Design of Digital Autopilots for Lateral Motion Control of an Aircraft (Житецкий Л.С., Пильчевский А.Ю., Соловчук К.Ю. II-оптимизационный подход к построению цифровых автопилотов для управления боковым движением летательного аппарата)</i> .....	185
<i>Simakov V.A., Gubarev V.F., Salnikov N.N., Melnichuk S.V. Using Video Images for Determining Relative Disposition of Two Spacecrafts (Симаков В.А., Губарев В.Ф., Сальников Н.Н., Мельничук С.В. Определение взаимных ориентации и положения двух космических аппаратов с использованием видеозображений)</i> .....	185
<i>Любарциук Е.А. Групповые игровые задачи для систем с переменным</i>	

запаздыванием .....	185
Чикрий А.А. Многозначные отображения и их селекторы в игровых задачах динамики .....	186
Губарев В.Ф. Проблема редукции порядка модели линейной стационарной системы большой размерности .....	186
Melnikov S.V., Volkov A.E., Komar N.N., Voloshenyuk D.A. Network-Centric Control Technology of Data Transfer by Network Communications (Мельников С.В., Волков А.Е., Комар Н.Н., Волошенюк Д.А. Сетевая технология контроля передачи данных по сети) .....	186

### **Медицинская и биологическая кибернетика**

Горбань А.Е., Кочина М.Л. Модель прогноза инновационной эффективности научно-исследовательских работ в сфере здравоохранения .....	183
Романюк О.А., Коваленко А.С., Козак Л.М. Информационное обеспечение взаимодействия систем инструментального исследования и системы длительного хранения цифровых медицинских изображений в учреждениях здравоохранения .....	184
Григорян Р.Д., Аксенова Т.В., Дегода А.Г. Моделирование механизмов и гемодинамических эффектов гипертрофии сердца .....	184
Злепко С.М., Тымчик С.В., Лепёхина А.С. Метод консилума для оценивания диагностических заключений врача-невролога .....	184
Евтушенко А.С., Козак Л.М., Кочина М.Л. Оценка структуры связей между функциональными показателями операторов при зрительном труде с использованием факторных моделей .....	185
Антомонов М.Ю., Романенко Л.И. Моделирование антимикробной активности антибиотика «Цефазолин» в комбинации с наночастицами серебра .....	185
Файнзилберг Л.С. Интеллектуальные возможности и перспективы развития фазографии — информационной технологии обработки сигналов сложной формы .....	186
Вовк М.И. Новые возможности восстановления двигательных и речевых функций .....	186



## ВНИМАНИЮ АВТОРОВ!

### Требования к рукописям статей

1. Рукопись предоставляется на белой бумаге в двух экземплярах (язык — русский, 10–14 с.) и электронная версия. К рукописи прилагаются:
  - аннотации — на русском и украинском языках (УДК, фамилия, инициалы автора/ов, название статьи, 5–6 строк текста, ключевые слова), на английском языке (фамилия, инициалы автора/ов, место работы, город, страна, название статьи, от 250 слов, с выделением рубрик: введение, цель, результаты, выводы, ключевые слова);
  - согласие автора/ов на публикацию;
  - сведения об авторе должны включать: ФИО, ученую степень, научное звание, должность, отдел, место работы, почтовый адрес организации, телефон (служ., моб., дом.), E-mail.
2. Текст статьи подается с обязательными рубриками: введение, постановка задачи, цель, результаты, четко сформулированные выводы.
3. Поданные статьи проходят рецензирование ведущими специалистами в данной области.

### Структура статьи в КВТ

#### УДК

#### НАЗВАНИЕ

**И.О.Фамилия / и  
Организация/и**

Аннотация (рус., 5-10 строк)

Ключевые слова: (5-8 слов)

Анотація (укр., 5-10 рядків)

Ключові слова: (5-8 слів)

#### Введение

#### Цель

#### Постановка задачи

#### Результаты (1-3 раздела с названиями)

#### Выводы

Список литературы на языке оригинала (в порядке упоминания в тексте, по стандарту ДСТУ ГОСТ 8302:2015).

Автор А.А. Название статьи. *Название журнала*. 2016 № 186. С. 23 – 27.

Например:

Яцків Я. С., Радченко А. І. Про ефективність видання наукових журналів в Україні. *Вісн. НАН України*. 2012. № 6. С. 62 – 67.

Автор А.А., Автор А.А. Название книги. Киев, 2016.

Например:

Zhovinsky E. Ya., Kryuchenko N. O., Paparyha P. S. *Geochemistry of Environmental Objects of the Carpathian Biosphere Reserve*. Kyiv, 2013.

**Abstract** 0,5-0,7 p.

ФИО, Название статьи на английском языке

*Название организации – на английском языке.*

С обязательными рубриками:

**Introduction.**

**Purpose.**

**Results.**

**Conclusion.**

**Keywords:**

Список литературы — перевод источников на английский язык, фамилии и инициалы авторов — транслитерация

(Author A.A. Article. *Journal* 2000 vol. 1, № 2 pp. 111–112.

Author A.A., Author B.B. *Book*. City, 2000. 111 p. (in Russian).

### **Требования к текстовому файлу**

Формат файла \*.doc, \*.rtf. Файл должен быть подготовлен с помощью текстового редактора Microsoft Word 2003.

Используемые стили: шрифт Times New Roman, высота 12 пт, межстрочное расстояние — полуторное. Формат бумаги А4, поля (слева, справа, сверху, внизу) 2 см.

*Формулы* набираются в редакторе формул Microsoft Equation Editor 3.0.

Опции редактора формул — (10,5; 8,5; 7,5; 14; 10). Ширина формул не более 12 см.

*Рисунки* должны быть достаточно качественными, созданы встроенным редактором рисунков Word Picture либо иными Windows-приложениями (в этом случае рисунки должны быть представлены отдельными файлами соответствующих форматов). Ширина рисунков не более 12 см.

*Таблицы* выполняются стандартным встроенным в Word инструментарием «Таблица».

В розничную продажу журнал не поступает

### **Оформление подписки для желающих опубликовать статьи в нашем журнале обязательно.**

Подписка осуществляется:

- „Каталог видань України”, подписной индекс 86598
- в агентстве «Укринформнаука» НАН Украины [ukrinformnauka@gmail.com](mailto:ukrinformnauka@gmail.com),  
подписной индекс 10029

Підп. до друку 05.12.2016. Формат 70×108/16. Папір офсетний.  
Ум. друк. арк. 10,33. Обл. вид. арк. 9,84. Тираж 100. Зам. №3211

---

Видавничий дім “Академперіодика” НАН України  
01004, Київ 4, вул. Терещенківська, 4.  
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб’єкта видавничої справи  
Серії ДК №544 від 27.07.2001 р.