

# КИБЕРНЕТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

CYBERNETICS AND COMPUTER ENGINEERING

Выпуск 185

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в 1965 г.

Периодичность: 4 раза в год

КИЕВ 2016

## СОДЕРЖАНИЕ

80-летие академика НАН Украины Ивана Васильевича Сергиенко..... 4

### Информатика и информационные технологии

Суровцев И.В. Моделирование многокомпонентных сигналов в  
хронопотенциометрии ..... 5

### Интеллектуальное управление и системы

Zhiteckii L.S., Pilchevsky A.Yu., Solovchuk K.Yu.  $I_1$ -Optimization Approach to Design of  
Digital Autopilots for Lateral Motion Control of an Aircraft (Житецкий Л.С.,  
Пильчевский А.Ю., Соловчук К.Ю.  $I_1$ -оптимизационный подход к построению  
цифровых автопилотов для управления боковым движением летательного  
аппарата) ..... 21Simakov V.A., Gubarev V.F., Salnikov N.N., Melnichuk S.V. Using Video Images for  
Determining Relative Disposition of Two Spacecrafts (Симаков В.А., Губарев  
В.Ф., Сальников Н.Н., Мельничук С.В. Определение взаимных ориентации и  
положения двух космических аппаратов с использованием видеоизображений)  
..... 35Любарщук Е.А. Групповые игровые задачи для систем с переменным  
запаздыванием ..... 48

### Медицинская и биологическая кибернетика

Евтушенко А.С., Козак Л.М., Кочина М.Л. Оценка структуры связей между  
функциональными показателями операторов при зрительном труде с  
использованием факторных моделей ..... 60Антомонов М.Ю., Романенко Л.И. Моделирование антимикробной активности  
антибиотика «Цефазолин» в комбинации с наночастицами серебра ..... 77

ПАВЛОВ Вадим Владимирович (11.01.1933 – 06.06.2016) ..... 90

Авторы номера ..... 91

# КИБЕРНЕТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

CYBERNETICS AND COMPUTER ENGINEERING

Issue 185

SCIENTIFIC JOURNAL

Founded in 1965

Periodicity: 4 issues per year

KIEV 2016

## TABLE OF CONTENTS

ACADEMICIAN IVAN SERGIENKO — 80 YEARS.....	4
<b>Informatics and Information Technologies</b>	
<i>Surovtsev I.V.</i> Modelling of Multi-Component Signals in a Chronopotentiometry .....	5
<b>Intelligent Control and Systems</b>	
<i>Zhiteckii L.S., Pilchevsky A.Yu., Solovchuk K.Yu.</i> $I_1$ -Optimization Approach to Design of Digital Autopilots for Lateral Motion Control of an Aircraft .....	21
<i>Simakov V.A., Gubarev V.F., Salnikov N.N., Melnichuk S.V.</i> Using Video Images for Determining Relative Disposition of Two Spacecrafts .....	35
<i>Liubarshchuk I.A.</i> Group Pursuit in Differential-Difference Games with Variable Delay ...	48
<b>Medical and Biological Cybernetics</b>	
<i>Evtushenko A.S., Kozak L.M., Kochina M.L.</i> The Assesment of Connection Structure between the Functional Indexes of PC Operators during the Visual Work with Factor Models' Use .....	60
<i>Antomonov M.Yu., Romanenko L.I.</i> Modeling Antimicrobial Activity Antibiotic "Cefazolin" and Silver Nanoparticles .....	77
PAVLOV VADIM VLADIMIROVICH (11.01.1933 – 06.06.2016) .....	90
<b>Our authors</b> .....	91

# КІБЕРНЕТИКА ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА

CYBERNETICS AND COMPUTER ENGINEERING

Випуск 185

НАУКОВИЙ ЖУРНАЛ

Заснований у 1965 р.

Періодичність: 4 рази на рік

КИЇВ 2016

## ЗМІСТ

80-РІЧЧЯ АКАДЕМІКА НАН УКРАЇНИ ІВАНА ВАСИЛЬОВИЧА СЕРГІЄНКА ..... 4

### Інформатика та інформаційні технології

*Суровцев І.В.* Моделювання багатокомпонентних сигналів у хронопотенціометрії ..... 5

### Інтелектуальне керування та системи

*Житецький Л.С., Пільчевський А.Ю., Соловчук К.Ю.*  $I_T$ –оптимізаційний підхід до побудови цифрових автопілотів для керування бічним рухом літального апарату ..... 20*Сімаков В.О., Губарев В.Ф., Сальніков М.М., Мельничук С.В.* Використання відео зображень для визначення відносного положення і орієнтації двох космічних апаратів ..... 34*Любарщук Є.А.* Групові ігрові задачі для систем зі змінним запізненням ..... 48

### Медична та біологічна кібернетика

*Євтушенко А.С., Козак Л.М., Кочина М.Л.* Оцінювання структури зв'язків між функціональними показниками операторів при зоровій праці з використанням факторних моделей ..... 60*Антомонов М.Ю., Романенко Л.І.* Моделювання антимікробної активності антибіотика «Цефазолін» у комбінації з наночастинками срібла ..... 77

ПАВЛОВ ВАДИМ ВОЛОДИМИРОВИЧ (11.01.1933 – 06.06.2016) ..... 90

Інформація про авторів ..... 91

## **80-ЛЕТИЕ АКАДЕМИКА НАН УКРАИНЫ ИВАНА ВАСИЛЬЕВИЧА СЕРГИЕНКО**



13 августа 2016 года исполнилось 80 лет известному украинскому ученому в области информатики, вычислительной математики, системного анализа и математического моделирования, доктору физико-математических наук, академику НАН Украины, директору Института кибернетики им. В.М.Глушкова, генеральному директору Кибернетического центра НАН Украины Ивану Васильевичу Сергиенко.

Результаты научных работ И.В. Сергиенко широко известны в мировом научном сообществе, изданы более 700 научных работ, в том числе 40 монографий. Академик Сергиенко И.В. подготовил 22 доктора и 60 кандидатов наук, его научная школа успешно проводит разработки в области вычислительной математики и моделирования сложных процессов, успешно применяя теоретические результаты при решении практических задач.

И.В.Сергиенко — неоднократный лауреат государственных премий в области науки и техники Украины, полный кавалер ордена «За заслуги», отмечен премиями НАН Украины. В 1995-2009 годах Сергиенко И.В. — академик-секретарь отделения информатики НАН Украины, с 2009 — советник Президиума НАН Украины.

Редакционная коллегия журнала «Кибернетика и вычислительная техника» сердечно поздравляет Ивана Васильевича с юбилеем, желает крепкого здоровья, вдохновения и дальнейших творческих успехов.

Редколлегия журнала

### **ACADEMICIAN IVAN SERGIENKO — 80 YEARS.**

August 13, 2016 marked the 80th anniversary of the birth of Ivan Vasilyevich Sergienko — famous Ukrainian scientist in the field of computer science, computational mathematics, system analysis and mathematical modeling, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician of NASU, Director of the Glushkov Institute of Cybernetics, CEO of Cyber Centre NAS of Ukraine.

The Editorial Board congratulates Sergienko I.V. on his birthday and wishes him good health, inspiration and creative success.

The Editorial Board

# Информатика и информационные технологии

УДК 004.021:004.94

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СИГНАЛОВ В ХРОНОПОТЕНЦИОМЕТРИИ

**И.В. Суровцев**

*Международный научно-учебный центр информационных технологий и систем НАН Украины и МОН Украины (г. Киев)*

Впервые описан метод моделирования многокомпонентных сигналов при измерении концентрации химических элементов в хронопотенциометрии. Общая модель дифференциального обратного сигнала инверсии рассматривается в виде полинома линейно независимых функций, аппроксимирующих отдельные компоненты, расположенные с незначительным взаимным наложением на кривой нижней огибающей. Использование метода моделирования позволяет увеличить точность, повторяемость и надежность определения концентрации за счет устранения субъективных факторов при обработке сигналов.

**Ключевые слова:** моделирование, алгоритм, спектр, хронопотенциометрия.

Вперше описано метод моделювання багатоконпонентних сигналів при визначенні концентрації хімічних елементів у хронопотенціометрії. Загальна модель диференційного зворотного сигналу інверсії розглядається у вигляді полінома лінійно незалежних функцій, що апроксимують окремі компоненти, розташовані з незначним взаємним накладенням на кривій нижньої обвідної. Використання методу моделювання дозволяє збільшити точність, повторюваність та надійність визначення концентрації за рахунок усунення суб'єктивних факторів при обробці сигналів.

**Ключові слова:** моделювання, алгоритм, спектр, хронопотенціометрія.

## ВВЕДЕНИЕ

Измерение концентрации токсичных элементов является важным звеном при выполнении экологического мониторинга и оценке состояния объектов окружающей среды. Наиболее распространенными и чувствительными являются спектральные и электрохимические методы исследований, которые дают возможность определять концентрацию большого числа химических элементов и органических соединений.

Одним из бурно развивающихся электрохимических методов анализа является инверсионная хронопотенциометрия (ИХП), позволяющая выявлять микроконцентрации (следы) токсичных элементов в питьевой воде, продуктах питания, почве и т.п. [1].

В этом методе исходный сигнал является интегральной суммой многокомпонентного измерения, где каждый компонент представляет собой процесс инверсии отдельного элемента. Цифровая обработка таких сигналов предусматривает выполнение преобразования структуры исходных данных: высокочастотной фильтрации от аддитивных помех для получения монотонно возрастающих потенциалов измерения  $E(t)$ , определения обратного сигнала  $t(E)$ , его дифференцирования в  $T(E) = dt(E)/dE$  и сглаживания. Полученный дифференцированный обратный сигнал инверсии рассматривают как линейную сумму компонентов измерения, при этом площадь компонента представляет собой значение времени инверсии, которое используется при определении концентрации элемента. Точность расчета концентрации напрямую связана с точностью определения значения времени инверсии и зависит от правильности выбора диапазонов изменения каждого компонента химиком-аналитиком [2].

Вопросам моделирования в электрохимии уделено много внимания, ими занимались Я. Гейровский [3], М.С. Захаров [1], А.И. Карнаухов [4] и другие. В основном усилия исследователей направлены на решение задач аналитического моделирования механизма физико-химических процессов в разных методах электрохимического анализа.

Наиболее полно существующие подходы в области моделирования и цифровой обработки электрохимических сигналов отражены в работе D. Britz [5], где приведены описания и примеры решения ряда задач. Существует множество разработанных пакетов прикладных программ, выполняющих моделирование. Как правило, такие пакеты имеют коммерческий характер и их алгоритмы редко освещаются в открытой печати. Серийно выпускаемые приборы также включают пакеты программ обработки измеренных сигналов как дополнение. Так, например, электрохимический анализатор Model 600 C Series Electrochemical Analyzer/Workstation, который выпускается фирмой CH Instruments Inc. (США) [6], имеет широкие возможности обработки электрохимических данных измерений с использованием методов амперометрии, вольтамперометрии, хронопотенциометрии (с постепенным нарастанием тока или с импульсными токами).

Недостатком теоретических электрохимических моделей и пакетов программ является возможность обработки данных хронопотенциометрии только в координатах:  $(E, t)$ ,  $(dE/dt, t)$  и  $(dE/dt, E)$ . Не найдены публикации по моделированию хронопотенциограмм  $E(t)$  в координатах  $(dt/dE, E)$ , которые используются методами ИХП. Поэтому необходимо создавать свои собственные методы анализа многокомпонентных хронопотенциометрических сигналов.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Согласно теории метода ИХП, дифференцированный обратный сигнал инверсии (*сигнал интенсивности*) отображает сумму процессов инверсии химических элементов и емкостной процесс разряда электродов в электрохимической ячейке [1]. Процесс разряда электродов представляет

собой нижнюю огибающую сигнала, которую вычитают перед выполнением моделирования [7]. Идентично описанному подходу, анализируют вольтамперограммы, хроматограммы и спектрограммы — вначале определяют базовую линию измерения, а затем обрабатывают оставшийся сигнал или спектр [8, 9].

Таким образом, сигнал интенсивности  $T(f) = dt / df$ , где  $f$  — потенциал, можно представить как сумму процесса разряда электродов  $T_0(f)$  и спектра компонентов  $P(f)$  в виде  $N$  моделей компонентов  $T_j(f)$  по зависимости:

$$T(f) = P(f) + T_0(f),$$
$$P(f) = \sum_{j=1}^N T_j(f). \quad (1)$$

Каждый компонент спектра соответствует процессу инверсии отдельного элемента и характеризуется своей точкой пика и диапазоном изменения, которые однозначно идентифицируют химический элемент.

Для выполнения спектрального анализа и идентификации элементов создано множество практических подходов, методов и реальных систем обработки [8, 9].

Однако использовать их в полном объеме для решения поставленной задачи невозможно по двум принципиальным причинам. Во-первых, в методах ИХП отдельный компонент является ассиметричным [7], во-вторых — необходимо рассчитывать сумму спектральных компонентов по исходным значениям сигнала интенсивности с учетом криволинейной нижней огибающей. С другой стороны, можно использовать общие подходы и принципы обработки, разработанные в спектральном анализе.

Отметим хорошее решение задачи хроматографического разделения сложных образцов, автоматического нахождения пиков и анализа накладывающихся пиков с помощью модуля «True Signal Deconvolution™» в Масс-Спектрометре Pegasus® HT TOFMS компании LECO [10], использующего принципы деконволюции (разделения) пиков при их значительном наложении, описанные в патентах США [11, 12]. В этой системе обработки вначале хроматограммы обрабатываются алгоритмом нахождения пиков (Peak Find algorithm) [13], затем из масс-спектра вычитается фоновый сигнал, определяется базовая линия и реконструированный масс-спектр сопоставляется с библиотечными масс-спектрами для более корректной идентификации анализируемых ионов вещества [14].

В настоящее время для выполнения моделирования и автоматической обработки масс-спектров широко используется программное обеспечение, разработанное сотрудниками Национального института стандартов и технологий США (NIST), в виде программы AMDIS (Automated Mass Spectral Deconvolution and Identification System) [15].

Обычно подробности программ, применяемых в реальных системах спектрального анализа, являются труднодоступными. Это приводит к необходимости разрабатывать свои уникальные алгоритмы, специфически отражающие структуру используемых спектральных данных.

Поскольку проблема спектрального анализа довольно многогранна, то попытаемся решить ее небольшую часть применительно к спектру компонентов электрохимического сигнала, соблюдая определенные ограничения. Будем рассматривать сигналы интенсивности, в которых расстояние между пиками спектра компонентов значительное ( $50 \div 100$  мВ), т.е. когда спектры разнесены и взаимное наложение спектральных составляющих небольшое. Около 90% всех измерений концентраций химических элементов методами хронопотенциометрии содержат именно такие спектры компонентов.

**Цель работы** — разработать метод моделирования многокомпонентных сигналов интенсивности при измерении концентрации методами ИХП, который позволит увеличить точность, повторяемость и надежность определения содержания токсичных элементов путем устранения субъективных факторов при обработке сигналов.

## МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СИГНАЛОВ

Метод моделирования представляет собой поэтапную обработку многокомпонентного сигнала интенсивности, которая состоит из предварительного определения параметров моделей сигнала: нижней огибающей  $T_0(f)$ , спектральных компонентов  $T_j(f)$  и получения общей модели многокомпонентного сигнала  $\varphi(f)$  в виде обобщенного полинома линейно независимых функций  $\varphi_j(f)$ :

$$T(f) = \sum_{j=1}^M a_j \cdot \varphi(f_j), \quad (2)$$

где  $a_j$  — коэффициенты аппроксимации.

Все этапы моделирования выполняются с использованием основного принципа метода наименьших квадратов (МНК), согласно которому сумма квадратов отклонений  $S_i$  исходных значений  $t_i = T(f_i)$  от модельных данных аппроксимирующей зависимости  $\varphi(f_i)$  должна быть минимальной [16]:

$$S_i = \sum_{i=1}^N [t_i - \varphi(f_i)]^2 \rightarrow \min. \quad (3)$$

Общая последовательность выполнения метода моделирования следующая:

*Этап I.* Определение нижней огибающей сигнала.

*Этап II.* Моделирование отдельных компонентов спектра.

*Этап III.* Моделирование исходного многокомпонентного сигнала.

Для рассмотрения особенностей алгоритмов выполнения метода используем в качестве примера измерение концентрации меди в стандартном

растворе с присутствием ионов свинца и цинка по методу ИХП. После выполнения измерений фоновый раствор, пробы и добавки, полученные сигналы интенсивности представлены на рис. 1.

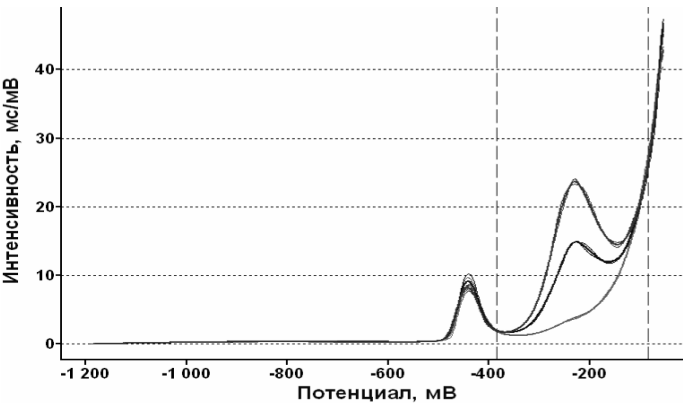


Рис. 1. Сигналы интенсивности измерения меди

При выбранных вручную границах диапазона изменения потенциалов меди  $[-385, -85]$ , мВ — вертикальные пунктирные линии), рассчитанное значение концентрации меди [2] в стандартном растворе с концентрацией  $0,1 \text{ мкг/см}^3$ , составило  $C_{\text{Cu}} = 0,1189 \text{ мкг/см}^3$  с относительной ошибкой определения  $+18,9\%$ .

**ЭТАП I. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НИЖНЕЙ ОГИБАЮЩЕЙ СИГНАЛА**

Представим итерационную модель нижней огибающей сигнала интенсивности в виде полинома четвертой степени в логарифмических координатах, коэффициенты которого определяются методом МНК, при условии  $\varepsilon = \max(\Delta t_i) < \varepsilon_0$  — заданное значение.

Общий алгоритм построения нижней огибающей  $T_0(f)$  для сигнала интенсивности  $t_i = T(f_i)$  включает следующие шаги:

- Шаг 1. Выполняем логарифмирование исходных ординат  $t_i^* = \ln(t_i)$ .
- Шаг 2. Находим среди точек  $(f_i, t_i^*)$  точку  $i_1$  с минимальным значением ординаты  $t_{0j}^* = \min(t_i^*)$  и добавляем ее во множество точек огибающей  $(f_1, t_1^*) \in (f_j, t_{0j}^*)$ .
- Шаг 3. Ищем следующую минимальную точку  $t_2^*$  во множестве точек  $i \in \{i_1, N\}$ .
- Шаг 4. Строим линейную зависимость  $t(f) = a + b \cdot f$  по точкам  $(f_1, t_{01}^*)$  и  $(f_2, t_2^*)$ , затем проверяем условие:
 
$$\Delta t_i = t_i^* - t(f_i) > 0, \tag{4}$$
 если оно справедливо для всех оставшихся точек  $i \in \{i_1, N\}$ , то  $(f_2, t_2^*) \in (f_j, t_{0j}^*)$ .
- Шаг 5. Повторяем шаг 3 и 4 алгоритма для оставшейся части сигнала  $i \in \{i_2, N\}$  и определяем значения огибающей  $(f_j, t_{0j}^*), j \in \{1, L\}$ .

Шаг 6. Линейно интерполируем точки  $(f_j, t_{0j}^*)$  для всего сигнала  $(f_i, t_{0i}^*)$ ,  $i \in \{1, N\}$ .

Шаг 7. По точкам  $(f_i, t_{0i}^*)$  находим коэффициенты полинома четвертой степени методом МНК:

$$t^*(f) = a_0 + a_1 \cdot f + a_2 \cdot f^2 + a_3 \cdot f^3 + a_4 \cdot f^4 \quad (5)$$

Шаг 8. Сравниваем полученную зависимость с ординатами точек огибающей  $(f_i, t_{0i}^*)$  и формируем новое множество точек  $(f_k, t_{0k}^*)$  по зависимости:

$$\Delta t_i = t^*(f_i) - t_{0i}^*, \varepsilon = \max(\Delta t_i),$$

$$t_{0k}^* = \begin{cases} t_{0i}^*, \Delta t_i > 0 \\ t^*(f_i), \Delta t_i \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

Шаг 9. Для  $(f_k, t_{0k}^*)$  повторяем шаг 7 и 8 алгоритма пока  $(\varepsilon > \varepsilon_0)$  для заданного  $\varepsilon_0$ .

Шаг 10. После окончания итераций выполняем обратное преобразование ординат точек сигнала огибающей:

$$t_i = \exp [t^*(f_i)]. \quad (7)$$

Таким образом, аналитически нижнюю огибающую сигнала интенсивности можно представить в виде экспоненциальной функции:

$$T_0(f) = \exp(a_0 + a_1 \cdot f + a_2 \cdot f^2 + a_3 \cdot f^3 + a_4 \cdot f^4). \quad (8)$$

Спектр компонентов  $P(f)$  определяем путем вычитания из исходного сигнала  $T(f)$  модельных значений нижней огибающей  $T_0(f)$ , используя уравнение (1).

## Этап II. МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТДЕЛЬНЫХ КОМПОНЕНТОВ СПЕКТРА

Полученный спектр  $P(f)$  представляет собой линейную сумму компонентов измерения инверсии элементов. Для определения общей модели моделирования каждый компонент спектра необходимо выразить в виде аналитической функции.

Исследования показали, что отдельный компонент может быть описан ассиметричной суммой двух нормальных распределений с разными дисперсиями [7] в виде модельной функции  $p_m(f)$ :

$$p_m(f) = \begin{cases} ERF(H, \sigma_1, f_0, f), & f < f_0 \\ ERF(H, \sigma_2, f_0, f), & f > f_0 \end{cases}, \quad (9)$$

где  $H$  — высота распределения;  $\sigma_1, \sigma_2$  — дисперсия левого и правого распределения;  $f_0$  — потенциал точки максимума распределения (точка пика);

$$ERF(H, \sigma, f_0, f) = H \cdot \exp \left[ -\frac{(f - f_0)^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (10)$$

Критерием точности аппроксимации служит соответствие исходной и расчетной общей площади кривой распределения с учетом возможной корректировки нижней огибающей сигнала интенсивности в процессе моделирования.

Параметры модельной функции  $p_m(f)$  определяются согласно общему алгоритму, который включает определение координат точки максимума и дисперсии левого и правого распределения.

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ ТОЧКИ МАКСИМУМА

Шаг 1. Из всего сигнала спектра  $P(f)$  выделяем диапазон изменения компонента  $p(f)$  длиной  $N$  и находим дискретную точку максимума  $(f_k, p_k) = (f_i, p_i)$ ,  $k = i$ , которая отвечает условию:

$$(p_i - p_{i-1}) \cdot (p_{i+1} - p_i) < 0; \forall i \in N. \quad (11)$$

Шаг 2. Выбираем по три ординаты  $p(f)$  слева и справа от точки  $(f_k, p_k)$  и определяем дискретный сигнал производной  $p'(f)$  в виде первой разницы:

$$p'(f_i) = p(f_i) - p(f_{i-1}), i \in [k-3, k+3]. \quad (12)$$

Шаг 3. Методом МНК рассчитываем полином третьей степени для потенциала по значениям производной:

$$f = b_0 + b_1 \cdot p' + b_2 \cdot p'^2 + b_3 \cdot p'^3. \quad (13)$$

Шаг 4. Определяем значение потенциала  $f_0$  для точки максимума и высоту  $H$  распределения по выражению:

$$H = p_0(f_0) = p(f_{k-1}) + p'(f_{k-1}). \quad (14)$$

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИСПЕРСИИ ЛЕВОГО И ПРАВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Шаг 5. Формируем множества точек  $\{f_s, p_s\}$  для определения левой дисперсии  $\sigma_1$  ( $s \in [1, k]$ ) и правой дисперсии  $\sigma_2$  ( $s \in [k, N]$ ), добавляем к ним точку максимума  $(f_0, p_0)$  и определяем последовательно значения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , используя шаг 6.

Шаг 6. Логарифмируем распределение  $p(f)$  (10) и представим его в виде полинома:

$$\ln(p_s) = A + B \cdot f_s + C \cdot f_s^2, \quad (15)$$

где

$$A = \ln(H) - \frac{f_0^2}{2\sigma^2}; \quad B = \frac{f_0}{\sigma^2}; \quad C = -\frac{1}{2\sigma^2},$$

откуда, определяя коэффициенты полинома методом МНК, получим

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{2 \cdot |C|}; \quad \sigma_j = \sqrt{\sigma_j^2}; j = 1, 2. \quad (16)$$

Шаг 7. Используя выражение (9), рассчитываем значения функции  $p_m(f)$  для модельного распределения.

Компонент спектра описывается набором из четырех параметров ( $H, \sigma_1, \sigma_2, f_0$ ), позволяющих рассчитать каждое модельное распределение. Для данной общей модели моделирования сигнала интенсивности принимаем, что значения дисперсии левого и правого распределения  $\sigma_1, \sigma_2$ , а также потенциал точки максимума  $f_0$  компонента остаются постоянными. Площадь модельного распределения  $p_m(f)$  может полностью характеризоваться одним параметром – высотой распределения  $H$ , значение которого можно уточнять на этапе моделирования общей модели.

### Этап III. МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСХОДНОГО МНОГОКОМПОНЕНТНОГО СИГНАЛА

Возможность определения нижней огибающей и выполнения аппроксимации отдельных компонентов позволяет перейти к рассмотрению общей модели многокомпонентной сигнала. Перед описанием самого алгоритма изложим основные принципы моделирования многокомпонентного спектра.

В общем виде сигнал интенсивности  $t_i = T(f_i)$  представляет собой сумму спектра компонентов  $P(f)$ , который состоит из  $M$  моделей компонентов  $p_j(f_i)$  инверсии химических элементов, остаточного сигнала  $O(f_i)$  (возможно нулевого) и нижней огибающей  $T_0(f_i)$ :

$$T(f) = \sum_{j=1}^M p_j(f) + O(f) + T_0(f). \quad (17)$$

Остаточный сигнал  $O(f_i)$ , определяемый после моделирования всех компонентов спектра, может появиться, когда считываемый из устройства измерения исходный сигнал  $E(t)$  начинается или обрывается на инверсии химического элемента, для которого потенциал точки максимума  $f_0$  находится вне диапазона измерения всего сигнала.

Все функции выражения (17) рассчитываются для исходных узлов аппроксимации  $f_i, i \in N$  — длина выборки сигнала интенсивности.

По заданному набору линейно независимых функций строится обобщенный полином таким, чтобы квадратичное отклонение  $S_i$  по выражению (3) было минимальным:

$$R(f) = \sum_{j=1}^M a_j p_j(f) + a_{M+1} O(f) + a_{M+2} T_0(f). \quad (18)$$

Коэффициенты линейного аппроксимирующего полинома  $a'_1, \dots, a'_{M+2}$  в  $r$  итерации определяются методом МНК по значениям ординат функций, предварительно записанных в расчетную матрицу  $Z_{ij}$ , в которой каждая строка соответствует узлу аппроксимации  $f_i$ .

В первый столбец матрицы  $Z_{ij}$  записываются исходные значения  $t_i = T_{\text{исх}}(f_i)$ , в последующие столбцы — значения функций выражения (17).

Модель спектра компонентов  $P_j(f)$  считается ошибочной (отсутствующей), если соответствующий рассчитанный коэффициент полинома  $a_j^r < 0$ . В этом случае принимается, что  $a_j^r = 0$ .

Затем, значения ординат столбцов расчетной матрицы  $Z_{ij}$  каждой модели  $p_j(f)$  умножаются на соответствующие коэффициенты аппроксимации  $a_j^r$ , что равнозначно изменению высоты распределения  $H_j = a_j^r \cdot H_j$ .

Определяются новые значения  $Z_{ij}$  для остаточного сигнала:  $O(f_i) = a_{M+1}^r \cdot O(f_i)$  и кривой нижней огибающей  $T_0(f_i) = a_{M+2}^r \cdot T_0(f_i)$ .

Расчет аппроксимирующего полинома (18) повторяется, пока не выполняется условие:

$$\forall a_j^k = 1, j \in [1, M+2], k = r, a_j^r \neq 0. \quad (19)$$

Обычно, итерационный процесс довольно быстро сходится (до 5 итераций).

После выполнения  $k$  итераций соответствующие коэффициенты аппроксимации  $a_j^*$  для функций выражения (18) примут вид:

$$a_j^* = \prod_{r=1}^k a_j^r, \quad (20)$$

где  $a_j^r$  — коэффициент аппроксимации  $a_j$  в  $r$  итерации.

Модель  $j$  компонента  $p_j^*(f)$  принимает вид (в спектральном анализе считают, что длина распределения не превышает величины  $5\sigma$ ):

$$p_j^*(f) = \begin{cases} \text{ERF}(a_j^* \cdot H_j, \sigma_{1j}, f_{0j}, f), & f < f_{0j} \\ \text{ERF}(a_j^* \cdot H_j, \sigma_{2j}, f_{0j}, f), & f > f_{0j} \\ 0, & f < (f_{0j} - 5\sigma_{1j}), \quad f > (f_{0j} + 5\sigma_{2j}) \end{cases} \quad (21)$$

Приведем алгоритм построения общей модели многокомпонентного сигнала на примере сигнала добавки (пробы с добавкой) измерения концентрации меди в присутствии ионов свинца и цинка, представленного на рис. 1, который в общем виде включает следующие шаги:

Шаг 1. Для выбранного сигнала интенсивности  $T_{\text{исх}}(f)$  определяем кривую нижней огибающей  $T_0(f)$  по алгоритму этапа 1, представленную на рис. 2.

Шаг 2. Из сигнала интенсивности  $T_{\text{исх}}(f)$  вычитаем кривую нижней огибающей  $T_0(f)$ , получаем спектр компонентов  $P(f)$  и определяем точки экстремумов сигнала. Спектр сигнала добавки анализа меди с точками экстремумов представлен на рис. 3.

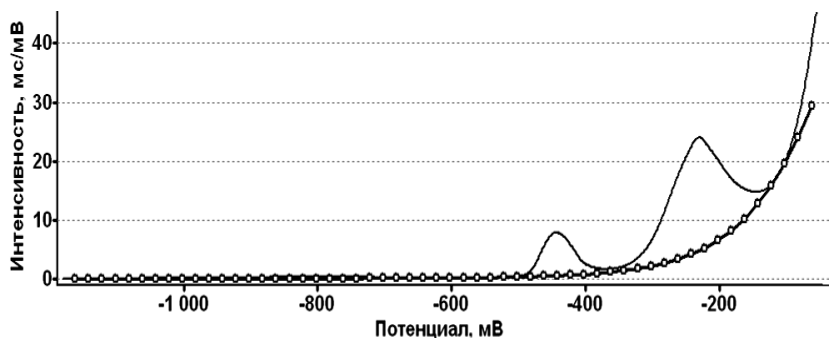


Рис. 2. Нижняя огибающая сигнала добавки анализа меди

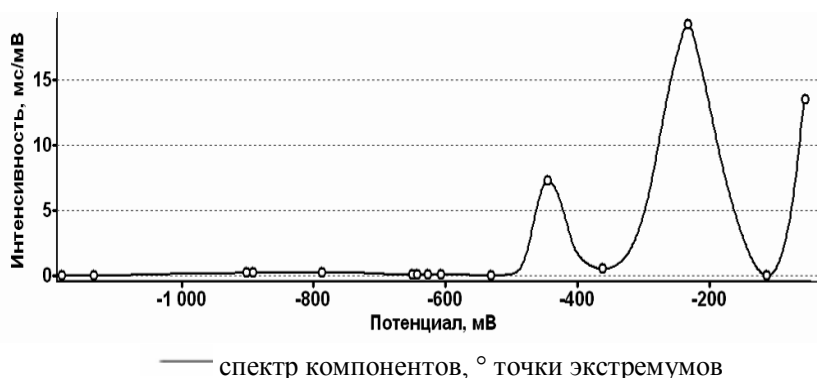


Рис. 3. Точки экстремумов спектра компонентов

Шаг 3. Находим точку экстремума с максимальным значением ординаты, определяем диапазон изменения распределения (от левой до правой точки минимума) и создаем модель компонента спектра  $p_1(f)$  по алгоритму этапа 2 в виде (9) для  $\forall f_i, i \in N$  — длина выборки  $P(f)$ , представленную на рис. 4.

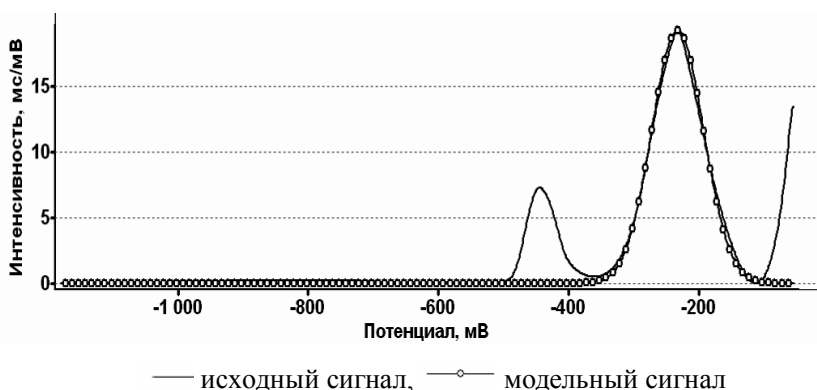


Рис. 4. Модель компонента спектра

Шаг 4. Из спектра  $P(f)$  вычитаем значения модели компонента  $p_1(f)$ , сглаживаем полученный сигнал  $P(f)$  и снова определяем точки экстремумов на спектре. Полученный спектр с точками экстремумов представлен на рис. 5.

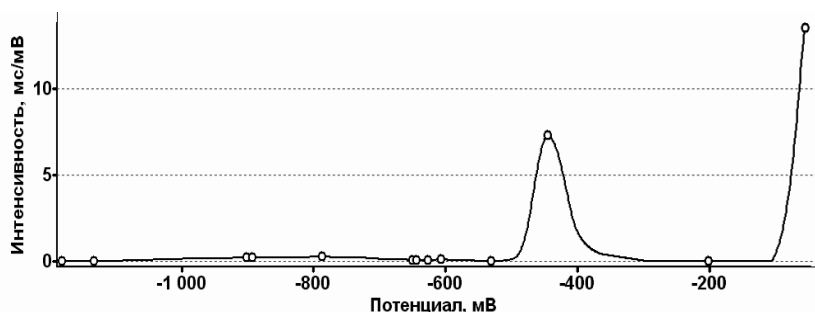


Рис. 5. Точки экстремумов после вычитания первой модели

Шаг 5. Повторяем выполнение шага 3 и 4 алгоритма, последовательно рассчитывая все модели выборочных плотностей  $p_j(f)$ .

Шаг 6. При каждом выполнении шага 5 проверяем наличие точек экстремумов в спектре и оцениваем полученные модели  $p_j(f)$  на значимость. Распределение  $p_j(f)$  считается несущественным (отсутствующим), если число точек или площадь (время инверсии) меньше заданных значений. Анализ спектра прекращаем, когда спектр  $P(f)$  пуст.

После выполнения анализа спектр  $P(f)$  содержит остаточный сигнал  $O(f)$ , который может быть нулевым или существенным. Вид остаточного сигнала спектра при моделировании сигнала добавки определения концентрации меди представлен на рис. 6.

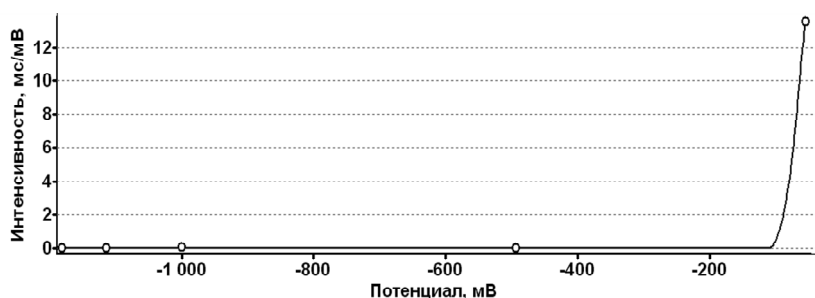


Рис. 6. Остаточный сигнал спектра при моделировании сигнала добавки измерения меди

Шаг 7. Формируем расчетную матрицу значений спектра  $Z_{ij}$  для метода МНК:

$Z_{i,0} = t_i = T(f_i)$  – ординаты сигнала интенсивности;

$Z_{i,j} = p_j(f_i)$  – ординаты  $j$  модели компонентов ( $j \in [1, M]$ );

$Z_{i,M+1} = O(f_i)$  – ординаты остаточного сигнала;

$Z_{i,M+2} = T_0(f_i)$  – ординаты кривой нижней огибающей.

Шаг 8. Методом МНК находим коэффициенты аппроксимации  $a_j^r$ , затем уточняем высоту модельных распределений  $H_j = a_j^r \cdot H_j$ , переопределяем значения матрицы  $Z_{ij} = a_j^r \cdot Z_{ij}$  ( $j \in [1, M+2]$ ), значения остаточного сигнала  $O(f_i)$  и кривой нижней огибающей  $T_0(f_i)$ .

Шаг 9. Повторяем шаг 7 и 8 алгоритма, пока не выполнится условие (19), т.е. пока все коэффициенты аппроксимации не станут равными единице. Исходный и рассчитанный модельный сигнал интенсивности добавки измерения концентрации меди представлен на рис. 7.

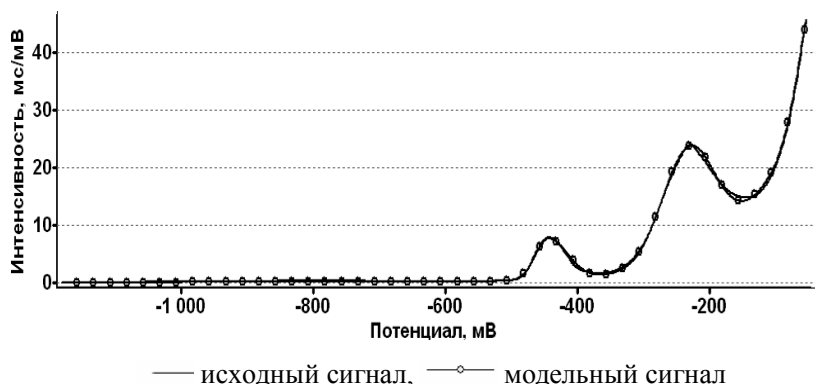


Рис. 7. Исходный и модельный сигнал интенсивности добавки измерения меди

Ошибку среднеквадратического приближения  $S$  общей модели  $R(f)$  исходному сигналу интенсивности  $T_{\text{исх}}(f)$  определяют по зависимости:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (T_{\text{исх}}(f_i) - R(f_i))^2}{N - 1}}. \quad (22)$$

Оценку степени тесноты связи (в процентах) между исходными и модельными значениями для всего сигнала в целом  $S^*$  определяют по среднеквадратической ошибке среднего согласно выражению:

$$S^* = \frac{S \cdot 100}{\sqrt{N}} = 100 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (T_{\text{исх}}(f_i) - R(f_i))^2}{N(N - 1)}}. \quad (23)$$

Для рассмотренного примера построения общей модели сигнала интенсивности добавки измерения концентрации меди значение среднеквадратической ошибки составило  $S = 0,221$ , а оценка степени тесноты связи для всего сигнала в целом равна  $S^* = 0,657\%$ , что меньше 1%, допустимого для инженерных расчетов.

После определения параметров моделей  $(H_j, \sigma_{1j}, \sigma_{2j}, f_{0j})$  идентифицируем компонент  $j$  измерения меди по потенциалу точки максимума распределения  $f_0$  и границам диапазона изменения потенциалов, рассчитываем значение времени инверсии ионов меди  $t_j$  по матрице спектра  $Z_{ij}$ , суммируя все значения ординат по  $j$  столбцу:

$$t_j = \sum_{i=1}^N Z_{ij}. \quad (24)$$

Выполняем моделирование всех сигналов интенсивности измерения фона, пробы и добавки. После моделирования спектры компонентов всех сигналов примут вид, представленный на рис. 8.

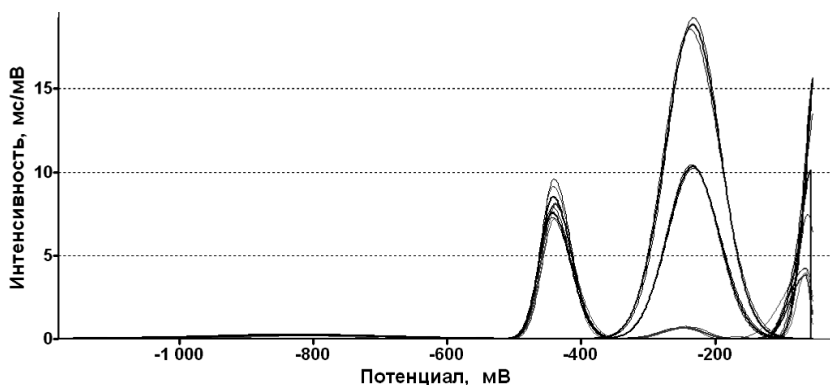


Рис. 8. Модельные сигналы спектра компонентов сигналов интенсивности измерения меди

Идентифицированные компоненты моделей измерения концентрации меди представлены на рис. 9.

Вычисляем концентрацию элемента по найденным значениям времени инверсии [2]. Значение концентрации измерения меди в стандартном растворе, рассчитанное по моделям спектра, составило  $C_{Cu} = 0,1015 \text{ мкг/см}^3$ , с относительной ошибкой определения +1,5%.

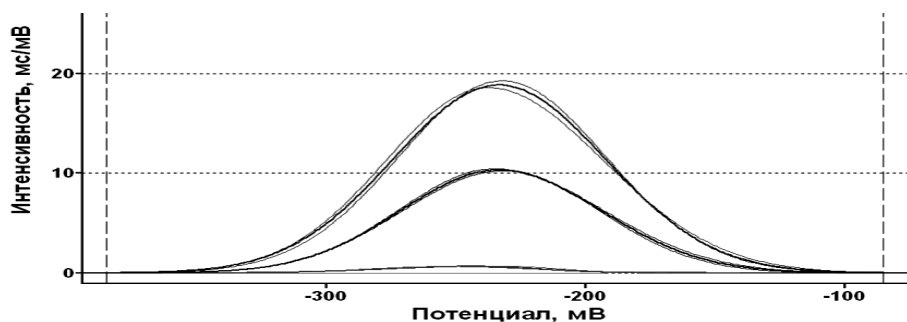


Рис. 9. Модели компонентов измерения концентрации меди

Для данного примера измерения концентрации меди использование описанного метода моделирования сигналов интенсивности позволило уменьшить относительную ошибку с 18,9% до 1,5%.

Основной положительный эффект при использовании метода моделирования заключается в том, что полученные значения концентрации элемента не зависят от выбранных границ диапазона изменения, что позволяет при выполнении исследований устранить субъективный фактор, связанный с опытом и навыками химика-аналитика.

Реализация описанного метода моделирования спектра компонентов включена в специализированный базовый пакет программ «ТС-ПО», обеспечивающий решение ряда задач цифровой обработки сигналов при создании технических систем измерения: фильтрации, сглаживания, интерполяции, аппроксимации и моделирования.

## Выводы

Впервые разработан метод моделирования многокомпонентных дифференцированных сигналов инверсии при измерении концентрации химических элементов методами инверсионной хронопотенциометрии. Метод моделирования состоит из предварительного определения параметров отдельных моделей сигнала: нижней огибающей и спектральных компонентов измерения элементов с небольшим взаимным наложением и получения общей модели многокомпонентного сигнала в виде обобщенного полинома линейно независимых функций, используя принцип метода наименьших квадратов, минимизирующий сумму квадратов отклонений исходных значений от модельных данных. Использование метода моделирования позволяет увеличить точность, повторяемость и надежность определения концентрации химических элементов за счет устранения субъективных факторов при обработке сигналов измерения.

1. Захаров М.С., Баканов В.И., Пнев В.В. Хронопотенциометрия. — М.: Химия. — 1978. — 199 с.
2. Суровцев И. В. Преобразование структуры данных при определении концентрации методом инверсионной хронопотенциометрии // Кибернетика и вычисл. техника. — 2015. — № 180. — С. 4–14.
3. Гейровский Я., Кута Я. Основы полярографии. — М.: Мир, 1968. — 558 с.
4. Карнаухов О.І., Гриневич В.В., Скобець Є.М. Диференціальний варіант інверсійної хронопотенціометрії із заданим опором в окислювальному ланцюгу // Український хімічний журнал. — 1973. — № 39. — С. 710–714.
5. Britz D. Digital Simulation in Electrochemistry. — Springer, Berlin Heidelberg, 2005. — 338 p.
6. Model 600C Series Electrochemical Analyzer/Workstation. User's Manual/CH Instruments, Inc. — Available at: <http://www.chinstruments.com/chi600.shtml>.
7. Суровцев И. В., Татаринев А.Э., Галимов С.К. Моделирование дифференциальных хронопотенциограмм суммой нормальных распределений // Управляющие системы и машины. — 2009. — № 5. С. 40–45.
8. Lebedev A.T. Comprehensive environmental mass spectrometry. — ILM Publications, London, UK. — 2012. — 510 p.
9. Budde W.L. Analytical mass spectrometry. Strategies for environmental and related applications. — Oxford university Press. — 2001. — 386 p.
10. LECO. Available at: <http://www.davinci-ls.com/en/products/systems-software/gc-ms/186-leco-chromatof-software.html>.
11. High repetition rate transient recorder with automatic integration: Patent 4,490,806 U.S. / C.G. Enke, B.H. Newcome [et al]. — Dec.25, 1984.
12. Time-compressed chromatography in mass spectrometry: Patent 5,175,430 U.S. / C.G. Enke [et al]. — Dec.29, 1992.
13. Scholkmann F., Boss J., Wolf M. An efficient algorithm for automatic peak detection in noisy periodic and quasi-periodic signals // Algorithms. — 2012. — no. 5. — P. 588–603.
14. Fredriksson M. Efficient algorithms for highly automated evaluation of liquid chromatography — mass spectrometry data // Department of Natural Sciences, Engineering and Mathematics Mid Sweden University, 2010. — Available at: <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:387684/FULLTEXT01.pdf>.
15. AMDIS. Available at: [http://www.amdis.net/What\\_is\\_AMDIS/MDIS\\_Literature\\_and\\_Downloads/amdis\\_literature\\_and\\_downloads.html](http://www.amdis.net/What_is_AMDIS/MDIS_Literature_and_Downloads/amdis_literature_and_downloads.html).
16. Программное обеспечение ЭВМ МИР-1 и МИР-2. // Численные методы. — К.: Наукова думка. — Т. 1. — 1976. — 280 с.

## MODELLING OF MULTI-COMPONENT SIGNALS IN A CHRONOPOTENTIOMETRY

I.V. Surovtsev

*International Research and Training Center for Information Technologies and  
Systems of National Academy of Sciences of Ukraine and Ministry of Education and  
Science of Ukraine*

**Introduction.** In the inversion chronopotentiometry a differential reverse signal of inversion is considered as linear sum of components measuring that are located on the base curve of the lower envelope. The signal is similar to the spectrum of components after its subtracting and can be analyzed by the chromatographic methods or spectroscopic analysis.

**The purpose of the article** is to develop a method of modelling multi-component signals, provided that the spectra is spaced apart and the overlap of the spectral components is small.

**Methods.** Preliminary determination of the parameters of the approximation of the individual spectral components and the base curve is performed. An iterative model of the multi-component signal is sought in the form of generalized polynomial of linearly independent functions by least squares method. At a negative value approximation coefficient corresponding spectral component is considered to be erroneous or not.

**Results.** In the given example the use of the modelling method has allowed to reduce relative error in determining the concentration of copper from 18,9% to 1,5%, compared to the conventional analysis.

**Conclusion.** The proposed method of modelling and algorithms of its implementation allow eliminating the subjective factor that is associated with the experience and skills of chemist-analyst when selecting boundaries of turndown component that allows increasing the accuracy, repeatability and reliability of determining the concentration of chemical elements.

**Keywords:** modelling, algorithm, spectrum, chronopotentiometry.

1. Zakharov M.S., Bakanov V.I., Pnev V.V. *Chronopotentiometry*. — M.: Chemistry. — 1978. — 199 p. (in Russian).
2. Surovtsev I.V. Transformation of data structure in determining the concentration by methods of inversion chronopotentiometry. *Cybernetics and Computer Engineering*. — 2015. — no.180 — pp.4–14 (in Russian).
3. Heyrovsky J, Kuta J. *Fundamentals of polarography*. — M.: Mir. — 1965. — 559 p. (in Russian).
4. Karnaukhov A.I., Grynevych V.V., Skobets E.M. Differential variant of inversion chronopotentiometry with a given resistance in oxidative circuit. *Ukrainian chemical journal*. — 1973. — no. 39. — pp. 710–714 (in Ukrainian).
5. Britz D. *Digital Simulation in Electrochemistry*. — Springer, Berlin Heidelberg. — 2005. — 338 p.
6. *Model 600C Series Electrochemical Analyzer/Workstation. User's Manual/CH Instruments, Inc.* Available at: <http://www.chinstruments.com/chi600.shtml>.

7. Surovtsev I.V., Tatarinov A.E., Galimov S.K. The modeling of the Differential Chronopotentiograms by the Sum of Normal Distributions. *Control System and Computers* — 2009. — no. 5, pp. 40–45 (in Russian).
8. Lebedev A.T. *Comprehensive environmental mass spectrometry*. — ILM Publications, London, UK. — 2012. — 510 p.
9. Budde W.L. *Analytical mass spectrometry. Strategies for environmental and related applications*. — Oxford university Press. — 2001. — 386 p.
10. LECO. Available at: <http://www.davinci-ls.com/en/products/systems-software/gc-ms/186-leco-chromatof-software.html>.
11. Enke C.G., Newcome B.H. [et al]. *High repetition rate transient recorder with automatic integration*. Patent 4,490,806 U.S., Dec.25, 1984.
12. Enke C.G. [et al]. *Time-compressed chromatography in mass spectrometry*. Patent 5,175,430 U.S., Dec.29, 1992.
13. Scholkmann F., Boss J., Wolf M. An efficient algorithm for automatic peak detection in noisy periodic and quasi-periodic signals. *Algorithms*. — 2012 — no. 5 — P.588–603.
14. Fredriksson M. *Efficient algorithms for highly automated evaluation of liquid chromatography - mass spectrometry data*. Department of Natural Sciences, Engineering and Mathematics Mid Sweden University, 2010, Available at: <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:387684/FULLTEXT01.pdf>.
15. AMDIS. Available at: [http://www.amdis.net/What\\_is\\_AMDIS/MDIS\\_Literature\\_and\\_Downloads/amdis\\_literature\\_and\\_downloads.html](http://www.amdis.net/What_is_AMDIS/MDIS_Literature_and_Downloads/amdis_literature_and_downloads.html).
16. *Software computer Mir-1 and Mir-2. Numerical methods*. — K.: Naukova Dumka. — vol. 1. — 1976. — 280 p. (in Russian).

Получено 14.06.16

# Интеллектуальное управление и системы

УДК 681.5

## $l_1$ -OPTIMIZATION APPROACH TO DESIGN OF DIGITAL AUTOPILOTS FOR LATERAL MOTION CONTROL OF AN AIRCRAFT

L.S. Zhiteckii, A.Yu. Pilchevsky, K.Yu. Solovchuk

*International Research and Training Center for Information Technologies and Systems of the National Academy of Science of Ukraine and Ministry of Education and Sciences of Ukraine, Kiev, Ukraine*

В рамках современной теории управления поставлена и решена задача так называемой  $l_1$ -оптимизации цифровых П- и ПИ-автопилотов для управления боковым движением некоторого летательного аппарата при наличии неконтролируемых внешних возмущений типа порыва ветра. Предложены численные методы нахождения оптимальных значений параметров автопилотов. Полученные результаты являются прикладными.

**Ключевые слова:** летательный аппарат, динамика бокового движения, цифровая система управления, устойчивость,  $l_1$ -оптимизация, алгоритм случайного поиска.

В рамках сучасної теорії керування поставлено і розв'язано задачу так званої  $l_1$ -оптимізації цифрових П- та ПІ-автопілотів для керування бічним рухом деякого літального апарату за наявності неконтрольованих зовнішніх збурень типу пориву вітру. Встановлені умови стійкості системи керування з двома зворотними зв'язками. Запропоновані чисельні методи знаходження оптимальних значень параметрів автопілотів. Отримані результати є прикладними.

**Ключові слова:** літальний апарат, динаміка бічного руху, цифрова система керування, стійкість,  $l_1$ -оптимізація, алгоритм випадкового пошуку.

## INTRODUCTION

The problem of efficiently controlling the motion of an aircraft in a non-stationary environment capable to ensure its high performance index is important enough from the practical point of view [1]. To solve this problem, the different approaches based on the modern control theory, including adaptive and robust control, neural networks, etc., have been reported by many researches [2–7]. Unfortunately, most of these works dealt with an ideal case when there are no disturbances. Nevertheless, they are always present in reality.

To implement approaches advanced in modern control theory, digital technique is appropriate. Point is that, by the end of the twentieth century, digital control has become a highly developed technology in control applications [8, 9]. Digital control systems have some features associated with sampling [9]. Namely, it leads to arising the discrete-time system description. It turns out that accurate dis-

crete-time models can be derived for sampled continuous-time systems under digital control [10].

One of the efficient methods devised in the modern control theory for rejecting any unmeasured disturbance is based on the  $l_1$ -optimization concept [11–13] applicable to discrete-time control systems. This concept has been utilized in [14] to design the digital lateral autopilot for aircraft capable to cope with a gust.

This paper extends the approach which we have first reported among other authors in [14] to deal with a digital autopilot for the lateral motion control.

**The purpose of the paper** is to synthesize a digital autopilot which is able to maintain a given roll orientation of an aircraft with a desired accuracy and to cope with an arbitrary external disturbance (a gust). As in traditional continuous-time (analogue) control systems, the digital control system is designed as the two-circuit closed-loop control system having the inner feedback loop and the external feedback loop. Similar to [14], the digital autopilot is designed as the so-called  $l_1$ -optimal controller containing the discrete-time PI and P controller parts. But, in contrast with [14], the aileron servo dynamics are taken into account to ensure the stability of closed loop. Again, the distinguishing feature of these controllers is that their parameters are optimized simultaneously.

## STATEMENT OF THE PROBLEMS

Let  $\dot{\gamma}(t)$  and  $\xi(t)$  denote the roll rate angle and the aileron deflection of an aircraft, respectively, at a time  $t$ . According to [15, chap. 3] the lateral dynamics equation of an aircraft derived from the linearized lateral equation of the aircraft motion can be described by the continuous-time transfer function

$$W_{\xi}(s) := \frac{\dot{\Gamma}(s)}{\Xi(s)} = \frac{K_{\xi}}{T_{\xi}s + 1}, \quad (1)$$

where

$$\dot{\Gamma}(s) := \int_0^{\infty} \dot{\gamma}(t)e^{-st} dt \text{ and } \Xi(s) := \int_0^{\infty} \xi(t)e^{-st} dt$$

represent the Laplace transforms of  $\dot{\gamma}(t)$  and  $\xi(t)$ , respectively.  $K_{\xi}$  and  $T_{\xi}$  are the aerodynamic derivatives (more certainly,  $T_{\xi}$  is the damping derivative in the roll channel and  $K_{\xi}$  is the roll moment).

By definition, the transfer function from  $\dot{\gamma}$  to  $\gamma$  that is output is given by

$$W_0(s) = \frac{K_0}{s}, \quad (2)$$

where  $K_0$  may be considered as an integrator gain whose dimension is  $s^{-1}$ .

As in [15, chap. 4], it is assumed that continuous-time transfer function describing the aileron servo dynamics is

$$W_s(s) = \frac{K_s}{T_s s + 1}, \quad (3)$$

where  $K_s$  and  $T_s$  are its gain and time constant, respectively.

Define by  $d(t)$  an external signal (in particular, a gust) disturbing the angular velocity  $\dot{\gamma}$ . This signal plays a role of some unmeasurable arbitrary disturbance. Without loss of generality, it is assumed that it has to be upper bounded in modulus. This implies that

$$|\dot{d}(t)| \leq C_d < \infty. \quad (4)$$

Suppose that  $K_\xi, K_0, K_s, T_\xi, T_s$  in (1) to (3) are known, whereas  $C_d$  may be unknown, in general.

Let  $\gamma^0(t)$  denote the desired roll orientation at the time  $t$ . It is assumed that  $\gamma^0(t)$  is a continuous upper bounded function of  $t$ . This means that there exists a constant  $C_\gamma$  such that

$$|\gamma^0(t)| \leq C_\gamma < \infty. \quad (5)$$

Define now the output error  $e(t)$  as

$$e(t) = \gamma^0(t) - \gamma(t). \quad (6)$$

Further, introduce the performance index of the control system to be designed in the following form:

$$J := \limsup_{t \rightarrow \infty} |\gamma^0(t) - \gamma(t)|. \quad (7)$$

The problem to be stated is formulated as follows. Devise a digital controller which is able to minimize  $J$  assuming that the variables  $\gamma(t)$  and  $\dot{\gamma}(t)$  can be measured and the constraints of the forms (4) and (5) take place. Hence, the aim of the controller design may be written as the requirement

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} |e(t)| \rightarrow \inf_{\{u(t)\}}, \quad (8)$$

where (6) and (7) have been utilized. The controller satisfying (8) is called optimal.

## DIGITAL LATERAL AUTOPILOT DESIGN

**Control strategy.** To implement the controller design concept proposed in this paper, two feedback loops similar to that in [14, 15] are incorporated in the autopilot system, as shown in Fig. 1. But, in contrast with [15], they are designed as the discrete-time closed-loop control circuits using two separate controllers. To this end, two samplers are incorporated in the feedback loops; see Fig. 1. These samplers are needed in order to convert analogue signals  $\dot{\gamma}(t)$  and  $\gamma(t)$  in digital

form at each  $n$ th time instant  $t = nT_0$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) to producing the discrete-time signals  $\dot{\gamma}(nT_0)$  and  $\gamma(nT_0)$ , respectively, with the sampling period  $T_0$ . On the other hand, the signal  $u(nT_0)$  formed by digital controller at the same time instant converts to analogue form  $u(t)$  using the so-called zero-order hold (ZOH) [8]. This makes it possible to represent the control input,  $u(t)$  as follows:

$$u(t) = u(nT_0) \text{ for } nT_0 \leq t < (n+1)T_0. \quad (9)$$

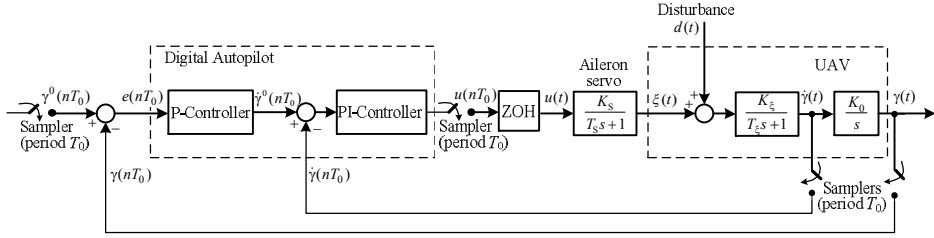


Fig. 1. Structure of digital control system containing the autopilot for the lateral motion control

The aim of the inner control loop exploiting the discrete-time PI control is to stabilize the roll rate  $\dot{\gamma}(nT_0)$  at a given value,  $\dot{\gamma}^0(nT_0)$ , which is the output of the external control loop, as shown in Fig. 1. The feedback control law is

$$u(nT_0) = k_p^{\text{in}} e_{\dot{\gamma}}(nT_0) + k_i^{\text{in}} \sum_{i=0}^n e_{\dot{\gamma}}(iT_0), \quad (10)$$

where  $e_{\dot{\gamma}}(nT_0)$  is the deflection of the true angular velocity,  $\dot{\gamma}(nT_0)$ , from a given angular velocity,  $\dot{\gamma}^0(nT_0)$ , at the time instant  $t = nT_0$  given by

$$e_{\dot{\gamma}}(nT_0) = \dot{\gamma}^0(nT_0) - \dot{\gamma}(nT_0), \quad (11)$$

and  $k_p^{\text{in}}$  and  $k_i^{\text{in}}$  represent its parameters.

The sampled-data transfer function of the PI controller derived from (10) is determined as follows:

$$C^{\text{in}}(z) := \frac{U(z)}{E_{\dot{\gamma}}(z)} = k_p^{\text{in}} + \frac{k_i^{\text{in}} z}{z-1}, \quad (12)$$

where  $U(z) := Z\{u(nT_0)\}$  and  $E_{\dot{\gamma}}(z) := Z\{e_{\dot{\gamma}}(nT_0)\}$  are the Z-transforms [16, 17].

The external feedback loop which contains the usual P controller is used to stabilize the roll angle,  $\gamma(nT_0)$ , around the desired value,  $\gamma^0(nT_0)$ . Its control law is defined by

$$\dot{\gamma}^0(nT_0) = k_p^{\text{ex}} e_\gamma(nT_0) \quad (13)$$

together with the error

$$e(nT_0) = \gamma^0(nT_0) - \gamma(nT_0), \quad (14)$$

where  $\gamma^0(nT_0)$  and  $\gamma(nT_0)$  are a desired and true roll orientation at the time instant  $t = nT_0$ , respectively. Then the sampled-data transfer function corresponding to (13) will be defined as

$$C^{\text{ex}}(z) = k_p^{\text{ex}}. \quad (15)$$

In order to choose the optimal parameters of both digital controllers, the so-called  $l_1$ -optimization approach is utilized.

**Stability analysis.** Inspecting Fig. 1 and taking (9) into account, one gets the discrete-time transfer function of inner feedback loop from  $\dot{\gamma}^0$  to  $\dot{\gamma}$  as

$$H^{\text{in}}(z) = \frac{C^{\text{in}}(z)W_S W_\xi(z)}{1 + C^{\text{in}}(z)W_S W_\xi(z)}, \quad (16)$$

where  $W_S W_\xi(z) = (1 - z^{-1})Z \left\{ L^{-1} \{ W_S(s)W_\xi(s) \}_{t=nT_0} \right\}$  [16]. Then, using (1), (3), (11) and (12), the expression (16) gives

$$H^{\text{in}}(z) = \frac{a_1 z^2 + a_2 z + a_3}{z^3 + b_1 z^2 + b_2 z + b_3}, \quad (17)$$

where

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= (k_p^{\text{in}} + k_1^{\text{in}})c_1, \\ a_2 &= -k_p^{\text{in}}c_1 + k_p^{\text{in}}c_2 + k_1^{\text{in}}c_2, \\ a_3 &= -k_p^{\text{in}}c_2, \\ b_1 &= d_1 - 1 + k_p^{\text{in}}c_1 + k_1^{\text{in}}c_1, \\ b_2 &= d_2 - d_1 - k_p^{\text{in}}c_1 + k_p^{\text{in}}c_2 + k_1^{\text{in}}c_2, \\ b_3 &= -k_p^{\text{in}}c_2 - d_2 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

are the coefficients depending on

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= [-K_S K_\xi T_S + K_S K_\xi T_S e^{-T_0/T_S} + K_S K_\xi T_\xi - K_S K_\xi T_\xi e^{-T_0/T_\xi}] / (T_\xi - T_S), \\ c_2 &= [-K_S K_\xi T_S e^{-T_0(T_S+T_\xi)/T_S T_\xi} + K_S K_\xi T_S e^{-T_0/T_S} + \\ &\quad + [K_S K_\xi T_\xi e^{-T_0(T_S+T_\xi)/T_S T_\xi} - K_S K_\xi T_\xi e^{-T_0/T_\xi}] / (T_\xi - T_S) \\ d_1 &= -e^{-T_0/T_\xi} - e^{-T_0/T_S}, \\ d_2 &= e^{-T_0(T_S+T_\xi)/T_S T_\xi}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

By applying the stability results with respect to the three-order control system which can be found in [17, subsect. 1.12], to the denominator of  $H^{\text{in}}(z)$  in (17) we derive the conditions guaranteeing the stability of inner closed loop in the form

$$\left. \begin{aligned} \beta_j &> 0 \quad j = 0, 1, 2, 3, \\ \beta_1 \beta_2 - \beta_0 \beta_3 &> 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

with

$$\left. \begin{aligned} \beta_0 &= 1 + b_1 + b_2 + b_3, \\ \beta_1 &= 3(1 - b_3) + b_1 - b_2, \\ \beta_2 &= 3(1 + b_3) - b_1 - b_2, \\ \beta_3 &= 1 - b_1 + b_2 - b_3. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

To study the stability of the external closed loop, we again inspect Fig. 1 to obtain the discrete-time transfer function of the corresponding open loop as

$$G(z) = k_p^{\text{ex}} G'(z), \quad (22)$$

where

$$G'(z) = \frac{W_S W_\xi W_0(z)}{1 + C^{\text{in}}(z) W_S W_\xi(z)}. \quad (23)$$

Applying the frequency stability criterion taken from [18] we establish that the necessary and sufficient condition under which the closed loop will be stable is given by

$$0 < k_p^{\text{ex}} < -m, \quad (24)$$

where

$$m = \min \{ \operatorname{Re} G(e^{j\omega}) : \operatorname{Im} G(e^{j\omega}) = 0 \} \quad (< 0). \quad (25)$$

**$l_1$ -optimization algorithm.** It can be finally established that:

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} |e_\gamma(nT_0)| \leq \|H^{\text{ex}}(k_C)\|_1 \|v^{\text{ex}}\|_\infty + O(\|\delta v\|_\infty) < \infty,$$

where

$$H^{\text{ex}}(z, k_c) = \frac{1}{1 + C^{\text{in}}(z)W_s W_\xi(z) + C^{\text{in}}(z)C^{\text{ex}}(z) + W_s W_\xi W_0(z)} \quad (26)$$

depends on the vector  $k_c = [k_p^{\text{in}}, k_i^{\text{in}}, k_p^{\text{ex}}]^T$  of the controller parameters and  $\|v^{\text{ex}}\|_\infty$  is the  $\infty$ -norm of  $\{v^{\text{ex}}(nT_0)\}$  defined as  $v^{\text{ex}}(nT_0) = Z\{L^{-1}\{W_\xi(s)W_0(s)D(s)\}_{t=nT_0}\}$  in which  $D(s) = L\{d(t)\}$ . (Due to space limitation, details are omitted.)

It turned out that the set  $\Omega^{\text{in}}$  of pairs  $(k_p^{\text{in}}, k_i^{\text{in}})$  under which the inner loop will be stable is bounded. According to (24), the set  $\Omega^{\text{ex}}$  of  $k_p^{\text{ex}}$ s guaranteeing the stability of the external loop for these  $k_p^{\text{in}}$ s and  $k_i^{\text{in}}$ s is also bounded. These facts make it possible to utilize the well-known Weierstrass theorem [19, chap. 1, sect 3]. By virtue of this theorem, there exists some

$$k_c^* = \arg \min_{k_c \in \Omega^{\text{in}} \times \Omega^{\text{ex}}} \|H^{\text{ex}}(k_c)\|_1 \quad (27)$$

minimizing  $l_1$ -norm of the transfer function (26) in  $k_c$ .

The choice of  $k_c^*$  according to (27) solves the  $l_1$ -optimization problem formulated as the requirement (8), and it is the main result of this paper.

Unfortunately, the  $l_1$ -norm of  $H^{\text{ex}}(z, k_c)$  given by (26) is non-differentiable function with respect to the components  $k_p^{\text{in}}, k_i^{\text{in}}, k_p^{\text{ex}}$  of  $k_c$ . Therefore, the random search technique is proposed to find the optimal parameter vector,  $k_c^*$ , defined in (27).

The  $l_1$ -optimization algorithm employing the random search is as follows [19, chap. 6, item 4]:

*Step #1:* Setting  $k = 0$  choose an arbitrary  $\hat{k}_c^0 \in \Omega$ , where  $\Omega = \Omega^{\text{in}} \times \Omega^{\text{ex}}$  is the bounded set depicted in Fig. 3.

*Step #2:* Compute a trial point  $\hat{k}_c^{k+} \in \Omega$ , according to the rule

$$\hat{k}_c^{k+} = \hat{k}_c^k + r^k,$$

where  $r^k$  is a realization of a suitably distributed random vector.

*Step #3:* If  $\|H(\hat{k}_c^{k+})\|_1 < \|H(\hat{k}_c^k)\|_1$  then  $\hat{k}_c^{k+1} = \hat{k}_c^{k+}$ , else  $\hat{k}_c^{k+1} = \hat{k}_c^k$ .

*Step #4:* Increment  $k$  by one and go to Step #2.

**Numerical example.** Let the parameters of aircraft be  $K_\xi = 10.84$ ,  $K_0 = 1\text{s}^{-1}$ ,  $T_\xi = 0.4926\text{s}$  and the parameters of the aileron servo be  $K_s = 1$ ,  $T_s = 0.1\text{s}$  (as in [15]). Choose the sampling period equal to  $T_0 = 0.01\text{s}$ .

By formulas (19), we first calculate  $c_1 = 0.0106$ ,  $c_2 = 0.0102$ ,  $d_1 = -1.8847$ ,  $d_2 = 0.8867$ . Next by using these values and the inequalities (20) together with (21), we specify the stability region  $\Omega^{\text{in}}$  of the inner closed loop depicted in Fig. 2. Further, exploiting the inequalities (24) together with (25), we are capable to design the three-dimensional stability region  $\Omega = \Omega^{\text{in}} \times \Omega^{\text{ex}}$  as shown in Fig. 3. Note that  $\Omega \subset \Omega_0$ , where  $\Omega_0$  is an outer parallelepiped.

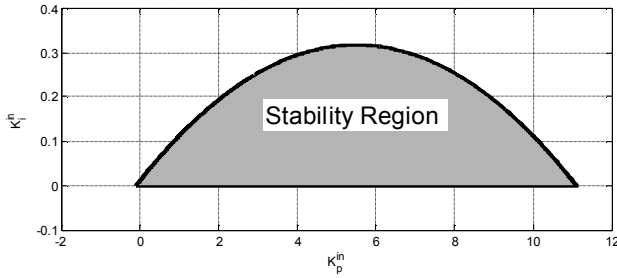


Fig. 2. Stability region of the inner circuit under the conditions of the numerical example

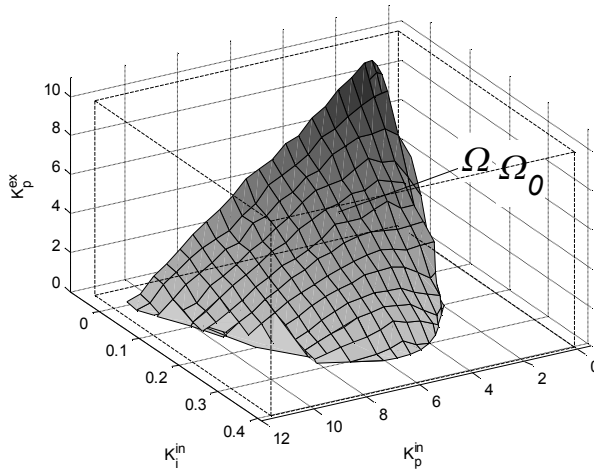


Fig. 3. Stability region of the control system under the conditions of the numerical example

Fig. 4 is presented to demonstrate how the random search process goes step by step utilizing the algorithm described in the previous subsection. Additionally, Fig. 5 shows how the vector sequence  $\{k_C^k\}$  converges to a  $k_C^* = [k_p^{\text{in}*}, k_i^{\text{in}*}, k_p^{\text{ex}*}]^T$ .

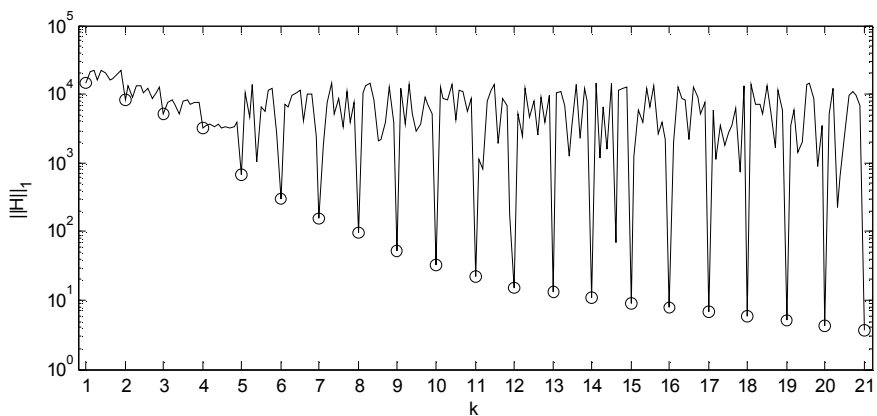


Fig. 4. Evolution  $\|H(k_C)\|_1$  with  $k$

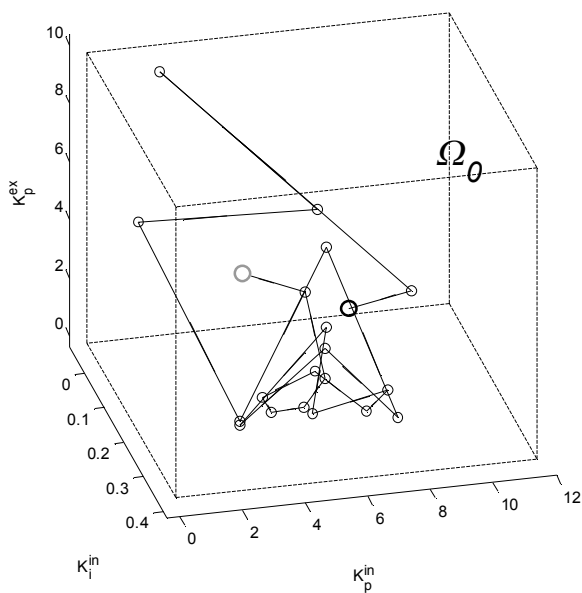


Fig. 5. Trajectory of vector sequence  $\{k_C\}$  (from initial  $k_C^0$  (black point) to final  $k_C^{21} \approx k_C^*$  (grey point)) within the region  $\Omega_0$

## SIMULATIONS

To evaluate the performance index of the control system that uses the  $l_1$ -optimization approach, several simulation experiments were conducted. In these experiments, variable  $d(t)$  similar to the wind gust was simulated as Dryden Wind Turbulence Model.

The duration of the observations was 500 s.  
Results of six experiments are presented in Table 1.

**Table 1**

*Performance indices of the control system for different controller parameters*

Number of experiment	$k_p^{\text{in}}$	$k_l^{\text{in}}$	$k_p^{\text{ex}}$	Maximum $ e(nT_0) $ for $n \in [0, 50000]$
1	4	0.08	3.7	0.0203
2	4	0.1	3.7	0.0173
3	4	0.1	3.5	0.0180
4	4	0.1	3.8	0.0169
5	4	0.1	4.1	0.0160
6	3	0.05	6.8	0.0382

The first simulation experiment corresponded to the case where the controller parameters were optimized using the method proposed in the work [14]. In this case, we first optimized the two parameters of the inner controller. Next, based on these parameters, we calculated the one optimal parameter of the external controller.

In the fifth experiment, the optimal parameters of both controllers were calculated simultaneously (according to the proposed approach). It turns out that the parameter  $k_p^{\text{in}}$  of the both  $l_1$ -optimal controllers are same whereas  $k_l^{\text{in}}$  and  $k_p^{\text{ex}}$  becomes somewhat different. This leads to the different performance indices. Namely, in the first experiment, the estimate  $\max |e(nT_0)|$  were greater than in fifth experiment. This fact shows that the simultaneous  $l_1$ -optimization is more efficient.

We observe that if  $k_p^{\text{in}}$  and  $k_l^{\text{in}}$  become approximately equal but  $k_p^{\text{ex}}$  increases then  $\max |e(nT_0)|$  decreases (see Table 1).

Note that if the controller parameters essentially differ from their optimal values (as in sixth experiment), then the performance index of the control system becomes unsatisfactory.

Results of the optimal and nonoptimal control observed in first, fifth and sixth experiments, respectively, are presented in Figs 6 and 7. These figures confirm the theoretical analysis with respect to  $l_1$ -optimal control performance in the presence of unmeasured external disturbance.

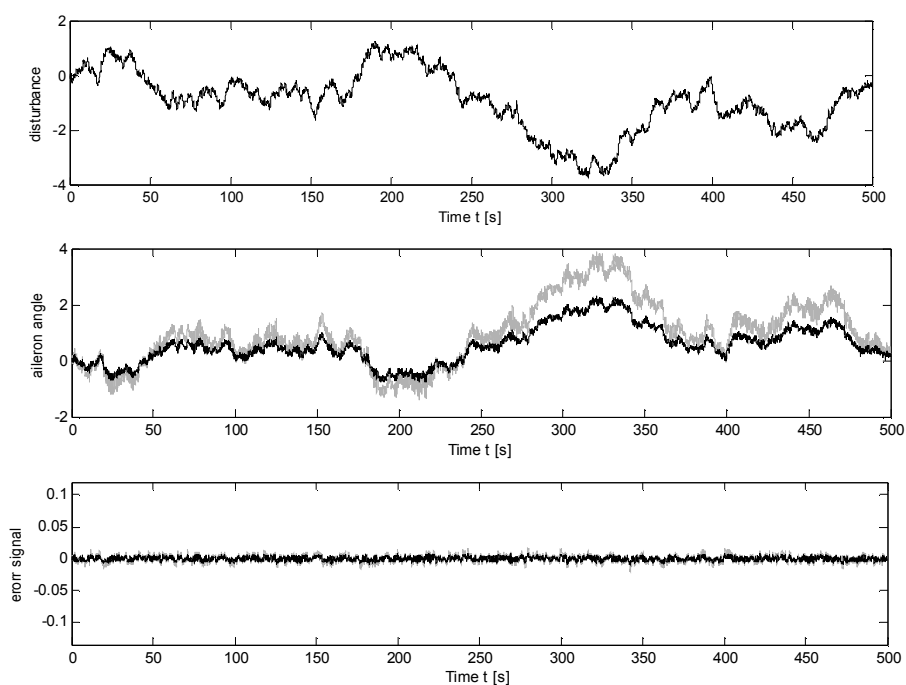


Fig. 6. Behavior of autopilot under conditions of first experiment (gray color) and of fifth experiment (black color)

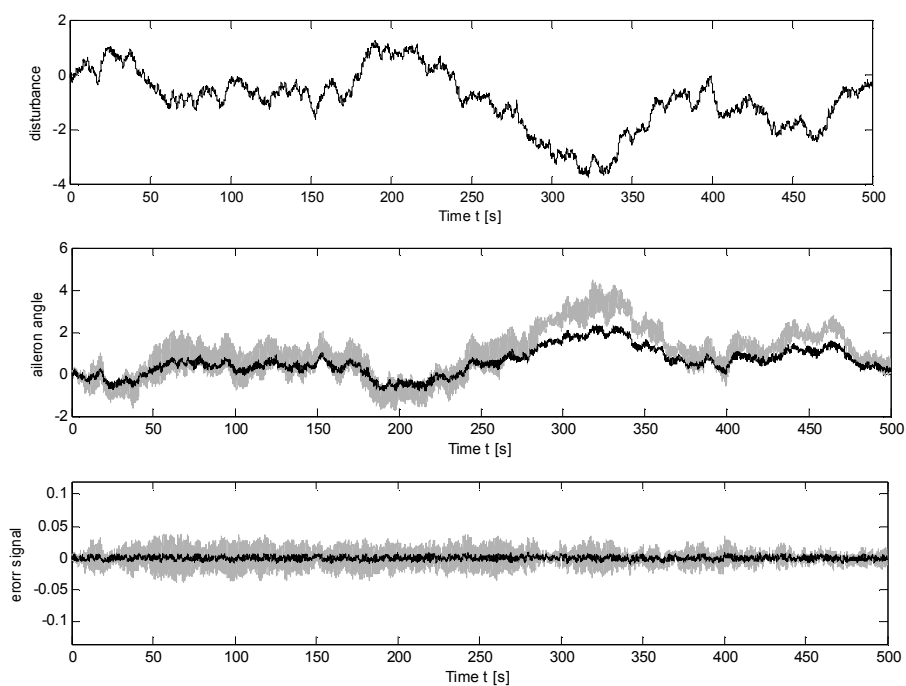


Fig. 7. Behavior of autopilot under conditions of fifth experiment (black color) and sixth experiment (gray color)

## CONCLUSIONS

This paper dealt with the  $l_1$ -optimization concept applied for synthesizing the lateral autopilot for aircraft. It was established that the two-circuit  $l_1$ -optimal PI and P control laws can cope with the wind gust and ensure the desired roll orientation. This makes it possible to achieve the control objective given in (8).

A distinguishing feature of the control algorithms is that they are sufficiently simple. This is important from the practical point of view.

Of course, the results obtained in this work oriented on an ideal case because they do not take parametric and nonparametric uncertainties, nonlinearities, etc., into account. Therefore, the future study will be conducted to analyze the robustness properties of the controller similar to that we considered in this paper.

1. Stevens B.L., Lewis F.L. *Aircraft Control and Simulation*, 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 2003, 680 p.
2. William D.E., Friedland B., Madiwale A.N. Modern control theory for design of autopilots for bank-to-turn missiles. *J. Guidance Control*, 1987, vol. 10, pp. 378–386.
3. Teoh E.K., Mital D.P., Ang K.S. A BTT CLOS autopilot design. *The IEEE Journal*, 1992, vol. 4, pp. 1–7.
4. Ang K.S., Teoh E.K., Mital D.P. Adaptive control of a missile autopilot system. *Proc. 12th IFAC World Congress*, 1993, vol. 1, pp. 293–296.
5. Malaek S.M.B., Izadi H., Pakmehr M. Intelligent Autolanding Controller Based on Neural Networks. *Proc. 1st African Control Conference (AFCON2003)*, Cape Town, South Africa, 2003, vol. 1, pp. 113–119.
6. Khosravani M.R. Application of Neural Network on Flight Control. *Int. Journal of Machine Learning and Computing*, 2012, vol. 6, pp. 882–885.
7. Lavretsky E., Wise K. A. *Robust and Adaptive Control with Aerospace Application*. London: Springer-Verlag, 2013, 454 p.
8. Astrom K.J., Wittenmark B. *Computer Controlled Systems. Theory and Design*, 2nd ed. N.J.: Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1990, 555 p.
9. Goodwin G.C., Graebe S.F., Salgado M.E. *Control Systems Design*. N.J.: Prentice Hall, 2001, 908 p.
10. Yuz J.I., Goodwin G.C. *Sampled-Data Models for Linear and Nonlinear System*. London: Springer-Verlag, 2014, 289 p.
11. Dahleh M.A., Pearson J.B.  $l_1$ -optimal feedback controllers for discrete-time systems. *Proc. American Control Conference*, Seattle, WA, 1986, pp. 1964–1968.
12. Vidyasagar M. Optimal rejection of persistent bounded disturbances. *IEEE Trans. on Autom. Control*, 1986, vol. 31, pp. 527–517.
13. Khammash M.H. A new approach to the solution of the  $l_1$  control problem: the scaled-Q method. *IEEE Trans. on Autom. Control*, 2000, vol. 45, pp. 180–187.
14. Melnyk K.V., Zhiteckii L.S., Bogatyrov A.M., Pilchevsky A.Yu. Digital control of lateral autopilot system applied to an UAV: optimal control strategy. *Proc. 2013 2nd IEEE Int. Conf. "Actual Problems of Unmanned Air Vehicles Developments"*, Oct., 15-17, Kiev, Ukraine, 2013, pp. 189–192.
15. Blakelock J.H. *Automatic Control of Aircraft and Missiles*, 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1991, 672 p.
16. Tou J.T. *Digital and Sampled-Data Control Systems*. New-York: McGraw-Hill Book Company, 1959, 631 p.
17. Jury E.I. *Sampled-Data Control Systems*. New York: John Wiley & Sons Inc., 1958, 332 p.
18. Polyak B.T., Shcherbakov P.S. *Robust Stability and Control*. Moscow: Nauka, 2002, 303 p. (in Russian)
19. Polyak B.T. *Introduction to Optimization*. New-York: Optimization Software Inc., 1987, 438 p.

## **$l_1$ -OPTIMIZATION APPROACH TO DESIGN OF DIGITAL AUTOPILOTS FOR LATERAL MOTION CONTROL OF AN AIRCRAFT**

**L. S. Zhiteckii, A. Yu. Pilchevsky, K. Yu. Solovchuk**

*International Research and Training Center for Information Technologies and Systems of the National Academy of Science of Ukraine and Ministry of Education and Sciences of Ukraine, Kiev, Ukraine*

**Introduction.** The optimal digital autopilot needed to control of the roll for an aircraft in the presence of an arbitrary unmeasured disturbances is addressed in this paper. This autopilot has to achieve a desired lateral motion control via minimizing the upper bound on the absolute value of the difference between the given and true roll angles. It is ensured by means of the two digital controllers. The inner controller is designed as the discrete-time PI controller in order to stabilize a given roll rate. This variable is formed by the external discrete-time P controller. To optimize this control system, the controller parameters are derived utilizing the so-called  $l_1$ -optimization approach advanced in modern control theory. The motion parameters are assumed to be known.

**The purpose** of the paper is to synthesize a digital autopilot which is able to maintain a given roll orientation of an aircraft with a desired accuracy and to cope with an arbitrary external disturbance (a gust) whose bounds may be unknown.

**Results.** The necessary and sufficient conditions guaranteeing the stability of the two-circuit feedback discrete-time control system are established. First, the  $l_1$ -optimal PI and P controller parameters are calculated simultaneously (in contrast with [14]). Second, the aileron servo dynamics are taken into account to establish the stability condition for optimizing the controller parameters. Third, random search algorithm is used to calculate the three optimal values of the autopilot parameters. To support the theoretical results obtained, in this work, several simulation experiments were conducted. We have established that the simultaneous  $l_1$ -optimization of both controllers was more efficient than the sequential  $l_1$ -optimization of inner and external controllers.

**Conclusion.** It was established that the two-circuit  $l_1$ -optimal PI and P control laws can cope with the wind gust and ensure the desired roll orientation. This makes it possible to achieve the control objective which was stated. A distinguishing feature of the control algorithms is that they are sufficiently simple. This is important from the practical point of view.

**Keywords:** aircraft, lateral dynamics, digital control system, discrete time, stability,  $l_1$ -optimization, random search algorithm.

1. Stevens B.L., Lewis F.L. *Aircraft Control and Simulation*, 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 2003, 680 p.
2. William D.E., Friedland B, Madiwale A.N. Modern control theory for design of autopilots for bank-to-turn missiles. *J. Guidance Control*, 1987, vol. 10, pp. 378–386.
3. Teoh E.K., Mital D.P., Ang K.S. A BTT CLOS autopilot design. *The IEEE Journal*, 1992, vol. 4, pp. 1–7.

4. Ang K.S., Teoh E.K., Mital D.P. Adaptive control of a missile autopilot system. *Proc. 12th IFAC World Congress*, 1993, vol. 1, pp. 293–296.
5. Malaek S.M.B., Izadi H., Pakmehr M. Intelligent Autolanding Controller Based on Neural Networks. *Proc. 1st African Control Conference (AFCON2003)*, Cape Town, South Africa, 2003, vol. 1, pp. 113–119.
6. Khrosvrani M.R. Application of Neural Network on Flight Control. *Int. Journal of Machine Learning and Computing*, 2012, vol. 6, pp. 882–885.
7. Lavretsky E., Wise K. A. *Robust and Adaptive Control with Aerospace Application*. London: Springer-Verlag, 2013, 454 p.
8. Astrom K.J., Wittenmark B. *Computer Controlled Systems. Theory and Design*, 2nd ed. N.J.: Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1990, 555 p.
9. Goodwin G.C., Graebe S.F., Salgado M.E. *Control Systems Design*. N.J.: Prentice Hall, 2001, 908 p.
10. Yuz J.I., Goodwin G.C. *Sampled-Data Models for Linear and Nonlinear System*. London: Springer-Verlag, 2014, 289 p.
11. Dahleh M.A., Pearson J.B.  $l_1$ -optimal feedback controllers for discrete-time systems. *Proc. American Control Conference*, Seattle, WA, 1986, pp. 1964–1968.
12. Vidyasagar M. Optimal rejection of persistent bounded disturbances. *IEEE Trans. on Autom. Control*, 1986, vol. 31, pp. 527–517.
13. Khammash M.H. A new approach to the solution of the  $l_1$  control problem: the scaled-Q method. *IEEE Trans. on Autom. Control*, 2000, vol. 45, pp. 180–187.
14. Melnyk K.V., Zhiteckii L.S., Bogatyrov A.M., Pilchevsky A.Yu. Digital control of lateral autopilot system applied to an UAV: optimal control strategy. *Proc. 2013 2nd IEEE Int. Conf. "Actual Problems of Unmanned Air Vehicles Developments"*, Oct., 15-17, Kiev, Ukraine, 2013, pp. 189–192.
15. Blakelock J.H. *Automatic Control of Aircraft and Missiles*, 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1991, 672 p.
16. Tou J.T. *Digital and Sampled-Data Control Systems*. New-York: McGraw-Hill Book Company, 1959, 631 p.
17. Jury E.I. *Sampled-Data Control Systems*. New York: John Willey & Sons Inc., 1958, 332 p.
18. Polyak B.T., Shcherbakov P.S. *Robust Stability and Control*. Moscow: Nauka, 2002, 303 p. (in Russian)
19. Polyak B.T. *Introduction to Optimization*. New-York: Optimization Software Inc., 1987, 438 p.

Получено 01.06.16

# USING VIDEO IMAGES FOR DETERMINING RELATIVE DISPOSITION OF TWO SPACECRAFTS

V.A. Simakov, V.F. Gubarev, N.N. Salnikov, S.V. Melnichuk

*Space Research Institute of the National Academy of Science of Ukraine and State Space Agency of Ukraine, Kyiv, Ukraine*

В работе рассматривается математическая проблема определения взаимного положения и ориентации двух орбитальных аппаратов по данным видеосъемки. Обсуждаются недостатки простейших процедур оценивания, основанных на прямом (попиксельном) сравнении изображений, и предлагается более строгий метод, обеспечивающий быстрое и точное оценивание относительных параметров. Метод составлен из трех основных частей (инициализация, обновление и наблюдение), каждая из которых допускает независимую программную реализацию. Предложенный алгоритм тестировался на упрощенной задаче и обнаружил высокую точность получаемого результата.

**Ключевые слова:** орбитальная стыковка, оценивание положения и ориентации, орбитальная видеосъемка, техническое зрение.

В роботі розглянуто математичну проблему визначення взаємного положення та орієнтації двох орбітальних апаратів за даними відео зйомки. Обговорюються недоліки найпростіших процедур оцінювання, що ґрунтуються на прямому (попиксельному) порівнянні зображень, і пропонується більш строгий метод, що забезпечує швидке та точне оцінювання відносних параметрів. Метод складається з трьох основних частин (ініціалізація, оновлення та спостереження), кожна з яких може бути реалізована незалежно від інших. Запропонований алгоритм випробувався на спрощеній задачі та показав високу точність одержуваного результату.

**Ключові слова:** орбітальна стыковка, оцінювання положення та орієнтації, орбітальна відео зйомка, технічний зір.

## INTRODUCTION

The problem of mutual pose estimation of two spacecraft (a *target* with respect to a *chaser*) relates to the area of space rendezvous. Its solution strongly relies on technical facilities of each participant of the process. Natural docking conditions assume that the shell of the target is equipped with special reflectors which simplify its tracking by the chaser by means of built-in location tools. This case allows the easiest possible solution which consists in selection of attitude and position of the target for which computed configuration of reflectors coincides with the actually observed.

In this article we considered situations which do not assume friendly docking interfaces such as reflectors. Target objects corresponding for such situations would be further referred to as non-cooperative space objects (NSO). They include broken-down satellites and other parts of space debris. Thus, the *docking* problem should be reformulated as the *berthing* problem which consists in capturing NSO by the onboard manipulator of the chaser. Noted conditions require specific methods for estimation of position and attitude of the target object with respect to the chaser. These methods are generally based on computer vision techniques and machine learning theory.

## PROBLEM STATEMENT

Each object is being associated with its reference frame (RF) whose directions are fixed with respect to the shell. By *relative attitude (relative position)* we will understand attitude (origin position) of the target RF within the chaser RF. For the sake of brevity we will further skip the word *relative* when referring to these notions. Attitude is specified in terms of traditional parameters such as Euler angles or quaternion which characterize angular position of the axes of the target frame with respect to the same axes of the chaser frame. Hence, the problem is reduced to determination of mutual position and orientation of reference frames. Parameters to be determined we will refer to as configuration variables and denote as a 6-DOF vector  $x = (r, \Omega)^T$ , where  $r$  is a radius-vector connecting target RF with chaser RF,  $\Omega$  is a vector of Euler angles.

Traditionally, there are two major approaches for solving specified problem.

- Feature-based approaches assume preliminary selection of visual features of observed object and loading them into the memory of the onboard computer. Basically, visual features represent a set of texture spots belonging to the object shell surface. Information to be obtained must be enough to recognize correlation between geometric appearance of features and configuration variables of the object. In this area, one of the most powerful methods is based on scale-invariant feature transform (SIFT) [1], which is notable for its relatively high performance, but is useless for objects with uniform texture.

- Model-based approaches require the visual 3D model of an object under observation to be available during execution. It should be noted that for most artificial orbital objects such model is really available (or, at least, reproducible) along with other design information.

**The purpose** of the article is to construct a model-based algorithm for online solving aforementioned problem.

First, it is essential to define the concept of model. To wide extent, this term covers any data structure whose content uniquely describes space configuration of the object. This interpretation assumes to consider as a model any mathematical construction which is enough to restore position and attitude of the object. In particular, model-based approach formally involves feature-based and reflector-based approaches. We will deal with the visual models in their proper sense, i.e. with wire-frame models which characterize geometry of the object.

## DEVELOPMENT OF A MODEL-BASED ALGORITHM

The simplest solution of the stated problem assumes considering a camera snapshot as 2-dimensional array of fixed size whose items encode the color of pixels of the image. Given this array it is possible by means of exploring local variation of color intensity to build a bitmap corresponding to a contour of observed object. The bitmap representation is equivalent to specifying discrete indicator function for those pixels of the image where the largest color difference is localized. Next, it is being compared with virtual (synthetic) plane projections of 3D model corresponding to the plane of CCD-sensor. As the comparison criterion

it is usually taken the quadratic functional defined on the set of all matrices of given order, wherein the comparison test is implemented as the least squares method for this functional. We stress the fact that this solution is ineligible at real conditions since it is non-scalable depending on object position and assumes that image of the object is strictly fixed within the bounds of the snapshot. Furthermore, its implementation requires significant computational resources.

Thereupon, it is reasonable to divide the solution into several generic stages listed below.

- *Initialization* is intended to discovering rough initial approximation of configuration variables.
- *Pose refinement* provides adjustment of previously estimated values as updated video information arrives. This stage is implemented as a recurrent procedure where the first step uses initial approximation and each subsequent step is based on the previous one.
- *Pose tracking*, i.e. further adjustment of the result provided that equations of motion are available. If these equations are given the stage is being merged with the previous, if equations are unknown the stage is being skipped.

The content of the further subsections is devoted to the detailed discussion of each of the listed stages.

**Initialization.** As stated above, initial approximation is obligible for subsequent stages due to their recurrent nature. It is required both for preliminary tuning of estimation algorithm and for the case when the target is being lost to view or computational fail occurs. Note that this stage is redundant if there are other sources of initial approximation.

Initialization stage should be implemented as a self-sufficient procedure which in its turn does not require any initial approximations. Thus, it may be much more computationally intensive than further stages. However, since initialization is nonrecurring (i.e. one-time-only), this claim is mainly defensible.

Implementation of the stage may be based on the well-known techniques from the theory of pattern recognition [2, 3].

Let's consider a procedure of initial estimation which is based on the methods of linear algebra [3]. To be exact, a video frame from CCD-sensor is being matched with the certain collection of previously prepared images which make up a training set and correspond to the known values of configuration variables. The result of the matching is an image from the training set which is closest to the actual image from CCD-matrix. Its configuration values approximately characterize position and attitude of the target. In order to make it possible to match and compare images, we build a certain linear space whose basis is composed from the items of the training set. The structure of this space makes it possible to approximate arbitrary image of given resolution as a linear combination of basis images, wherein proximity is understood in the metric sense.

Implementation of any image processing method assumes specific convention about the image storage format. Traditional representation of a raster graphical object involves specification of a bitmap, i.e. a matrix of the fixed size  $n \times m$  whose entries characterize color of each pixel. For the aims of the present method, this matrix should be transformed into  $nm$ -vector by means of arrangement of

neighbouring columns into a single column. As the result of this operation we will get a set of  $p$  vectors that correspond to the training set of  $p$  images.

Note that the color is usually defined as an object of a certain color space. Such a space has a fixed set of primary colors (color channels), all other colors are generated as combinations of primary colors with the use of color coordinates. Each color coordinate characterizes the value of color intensity regarding appropriate color channel. In practice, the RGB color space (with *Red*, *Green* and *Blue* primary colors) is widespread. If the image is monochrome, one confines himself with a single color channel. But in the case of color images, the set of bitmaps corresponding to each channel should be specified separately. To keep things simple, we will consider only monochrome images.

Further calculations utilize the linear span of the training set of  $p$  vectors. In order to construct an orthonormal basis for this span, we make up rectangular matrix  $A$  of size  $nm \times p$  and apply singular-value decomposition (SVD):

$$A = U\Sigma V^T, \quad (1)$$

where  $U$ ,  $V$  — orthogonal matrices of order  $nm$  and  $p$  respectively,  $\Sigma$  —  $nm \times p$ -matrix with singular values on the diagonal and nulls on other places. Singular values generalize the concept of eigenvalues for the case of rectangular matrices. By definition, they are arithmetic square roots of common part of the set of eigenvalues for the matrices  $A^T A$  and  $AA^T$ . Representation (1) gives an opportunity to select the orthonormal basis corresponding to the original training set. Indeed, according to geometric meaning of SVD [4], matrix  $U$  is comprised of principal axes of an ellipsoid which is obtained from a unit sphere under transformation  $A$  with singular values corresponding to principal components of the ellipsoid. If some of principal components are insignificant compared to others they and their training images may be regarded as negligible as considered ellipsoid degenerates to the ellipsoid of lower dimension. As far as diagonal entries of  $\Sigma$  are filled with the singular values in non-increasing order, all images with small singular values are localized at the end of the training set with indices  $\tilde{p}+1, \dots, p$ . Then the columns of the matrix  $U$  with numbers  $1, \dots, \tilde{p}$  constitute orthonormal basis for the linear span of the training set.

For the further construction we need to modify original decomposition (1) in the following way. Let  $E = E_{nm \times p}$  be “rectangular unity”, i.e. identity matrix of order  $\min(nm, p)$  augmented with null rows or columns to the size  $nm \times p$ . Since  $EE^T = I$ , we have:

$$A = U\Sigma V^T = UEE^T \Sigma V^T = (UE)_{nm \times p} (E^T \Sigma)_{p \times p} (V^T)_{p \times p}.$$

We now redenote  $U := UE$ ,  $\Sigma := E^T \Sigma$  and consider  $U$  as an  $nm \times p$ -matrix everywhere in what follows.

Given the orthogonal basis  $u^1, \dots, u^{\tilde{p}}$  as the columns of the orthogonal matrix  $U$ , one can easily take projection of an arbitrary vector  $e \in R^p$  on the span  $\langle u^1, \dots, u^{\tilde{p}} \rangle$ :

$$e \approx \sum_{i=1}^{\tilde{p}} c_i u^i \quad (2)$$

with coefficients  $c_i = (e, u^i)$  taken as dot-products of the vector  $e$  with each of the basis vectors. Vector  $c = (c_1, \dots, c_{\tilde{p}})$  is approximation of  $e$  in the subspace generated by the span  $\langle u^1, \dots, u^{\tilde{p}} \rangle$ . If  $w^1, \dots, w^p$  are corresponding expansions of the vectors of the training set in the same basis then the closest to  $e$  will be an image whose vector  $w^s$  has minimal euclidean distance  $\|w^s - c\|$ .

Regarding to the procedure of image fitting it should be noted the following. At first, in order for the method to give correct result, it is required the large training set to cover as many different geometric configurations of the target as possible. At second, the distance between the object and camera can be estimated by introducing additional parameters specifying the scale. This implies the procedure of fitting to be modified in the way that the sought-for coefficients include these scale parameters. In the similar manner, it is possible to take into account the layout of the target image inside the video frame as well as planar affine transformations (such as rotations and distortions) within the frame. Finally, in the case of noisy images, expansion (1) with the use of usual dot-product can cause severe divergence. The thing is in the fact that approximating vector  $c$ , whose elements were found as the dot-products on  $u^i$ , corresponds to the minimum of quadratic error:

$$E(c) = \sum_{j=1}^{nm} \left( e_j - \sum_{i=1}^{\tilde{p}} c_i u_j^i \right)^2. \quad (3)$$

Actually, this means that coefficients  $c_i$  are being obtained by the least squares method (LSM). However, it is commonly known that the LSM is sensible to outliers in input data which include digital noises and occlusions. Hence, instead of implicit minimization of (3) by LSM it is proposed to implement minimization in robust norm:

$$E(c) = \sum_{j=1}^{nm} \rho \left( e_j - \sum_{i=1}^{\tilde{p}} c_i u_j^i \right), \quad (4)$$

where, e.g.,

$$\rho(x) = \frac{x^2}{\sigma^2 + x^2} = \frac{(x/\sigma)^2}{1 + (x/\sigma)^2} \quad (5)$$

( $\sigma$  is a scale parameter). The idea of representation (5) is similar to one for penalty functions. It allows to cut off exceeding deviations at each configuration variable (see Fig. 1). The image fitting problem is reformulated as nonlinear minimization which can be solved explicitly with the use of numerical methods.

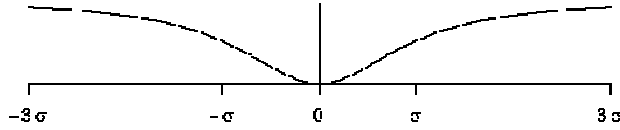


Fig. 1: Graphical view of robust norm (5)

**Pose refinement.** When dealing with video acquisition, it seems natural to use the fact of closeness between neighboring frames. This will presumably allow to simplify computations by means of fitting previous result with observable configuration. Obvious drawback of this approach is in requirement of rather good initial approximation. But invoking initialization stage allows to satisfy this restriction.

Following [5], we represent this idea in the form of the stepwise algorithm:

1. Given the projection matrix  $P$  [6] of the camera, flat image corresponding to the previous step is being reconstructed. Matrix  $P$  is defined as the product

$$P = KE \quad (6)$$

of calibrating matrix

$$K = \begin{pmatrix} f_u & s & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

where  $f_u$  and  $f_v$  are the focal lengths in horizontal and vertical directions,  $s$  specify the value of the pixel skew,  $u_0$  and  $v_0$  correspond to the center of the photo and euclidean projection matrix

$$E = (R, \xi),$$

where  $R$ ,  $\xi$  are an orthogonal matrix and a vector which characterize angular orientation and spatial position of the camera with respect to the target. According to this, projection matrix is representable in the form:

$$P = (KR, K\xi),$$

where  $KR$  and  $K\xi$  specify actually observable attitude and position of the camera which are being utilized in rendering of the flat image from the visual 3D model. Note that this step does not require reconstruction of entire graphic including

texture and lighting. The only requirement consists in building the wireframe of the properly oriented and localized object comprised by its vertices and edges.

2. Along with the visible contours generated on the previous step test points are being arranged. Further these points are used for the aims of image fitting. The number  $m$  of points depends on the size of the object as well as expected accuracy and computational facilities. The typical choice for it belongs to the range between 100 and 1000. Operations of the current and the previous steps, provided that they are supported, are being carried out by means of internal subroutines of the graphic library used. If it is impossible, this procedure is implemented manually with the use of the binary partitioning of the space [7].

3. Marked in the previously described manner synthetic image is put over the snapshot of the current video frame. Next, from each test point outer normal is being lined to the closest contour. Along with the normal, the distance (in pixels) to the contour is being calculated. Edge recognition is implemented by means of contrast analysis within the neighborhood of the test point. Previously, original image may be passed through the involutorial Sobel transform [8] in order to emphasis visible contrasts and smooth the noise. As the result, we will obtain an  $m$ -dimensional vector  $d$  of signed distances between expected and observed contours in each test point.

4. Given the vector of distances  $d$ , we construct the matrix  $M$  defining the change of attitude and position of the object with respect to the previous frame. This matrix is of the following structure:

$$M = \begin{pmatrix} R & \xi \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{pmatrix},$$

where symbols  $R$  and  $\xi$  have similar meaning as for the matrix  $E$ . One can easily see that the set of all such matrices, denoted as  $SE(3)$ , forms the Lie group with respect to the matrix product operation. Generators of this group are the elementary matrices  $G_i, i=1, \dots, 6$  corresponding to unitary translations and rotations by  $90^\circ$  about each axis [5]. Each matrix  $M \in SE(3)$  may be expressed in terms of generators  $G_i$  as follows:

$$M = \exp \left( \sum_i \alpha_i G_i \right), \quad (7)$$

where  $\alpha_i$  is a real coefficient. If changes on the adjacent frames are small (which is exactly the case of our interest) it should be enough to take only linear terms of the matrix exponent series:

$$M \approx I + \sum_i \alpha_i G_i. \quad (8)$$

Hence, the major difficulty of the present step consists in discovering coefficients  $\alpha_i$ . Given the vector  $d$  of discrepancy and structure constants  $f_i^k$  of

acting  $i$ -th generator over  $k$ -th test point, this problem can be solved in terms of LSM:

$$\alpha = \operatorname{argmin} S(\beta), \quad (9)$$

where

$$S(\beta) = \sum_k (d^k - \beta_i f_i^k)^2. \quad (10)$$

It can be proved [5] that exact solution of (9) is given by the formula:

$$\alpha_i = \sum_j C_{ij}^{-1} v_j, \quad (11)$$

where

$$v_i = \sum_{\xi} d^{\xi} f_i^{\xi},$$

$$C_{ij} = \sum_{\xi} f_i^{\xi} f_j^{\xi}.$$

Substituting computed coefficients into (8) we obtain desired matrix  $M$ .

5. Matrix  $M$  allows to update euclidean projection matrix:  $E \leftarrow EM$ .

6. Putting updated matrix  $E$  into (6), we actualize matrix  $P$ . After that, we wait for the next camera frame and jump to the beginning of the algorithm.

Note that approach described here does not require high computatiuonal resources owing to the usage of the simple wireframe model. Note also that due to the same reasons as in previous section, using pure LSM for  $\alpha_i$  estimation may cause ill-posed results (especially in the case of noisy images). In order to rise reliability of the LSM, it is proposed to use its weighed modification choosing:

$$s(d^{\xi}) = \frac{1}{c + |d^{\xi}|}, \quad (12)$$

as the weighting factor ( $c$  is a numeric parameter).

**Pose tracking.** If the equations of relative motion of NSO are available, further improvement of the result is possible. For this, the pose tracking problem should be formulated. Equations of motion can be derived from the general principles of dynamics but their usage requires the knowledge of mechanical parameters of the target object. If this is not a problem, the system of equations can be processed by means of certain estimation procedure such as Kalman or Bayesian filtering [9, 10].

Here we will only describe the general scheme of this approach. First of all, equation of motion should be established. We will make use of the Newtonian equations of the motion in the gravitational field of the Earth [10] in order to describe the chaser motion in RF of the target object. Although the attitude dynamics is nonlinear, it is possible to linearize it and express the final system in the canonical form:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (13)$$

where  $x = (x_1, x_2, x_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3)$  is the state vector,  $u = (F_1, F_2, F_3, N_1, N_2, N_3)$  is the vector of control action (which includes forces and torques along each axis respectively),  $A$  is the matrix of the system,  $B$  is control matrix. We recall that the state of the system is specified in terms of the phase space which in our case consists of translational and rotational parts. With this in mind, matrices from (13) are written in the block form as follows:

$$A = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ A_p^{(1)} & A_p^{(2)} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & A_a^{(1)} & I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & A_a^{(2)} \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} \\ B_p \\ 0_{3 \times 3} \\ B_a \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Here submatrices  $A_p^{(i)}, B_p$  contain internal parameters and control describing movement of the mass center, whilst  $A_a^{(i)}, B_a$  correspond to attitude dynamics. They can be expressed in terms of dynamical parameters in the following way:

$$\begin{aligned} A_p^{(1)} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & 3\omega^2 \end{pmatrix}; & A_a^{(1)} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & \omega_0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\omega_0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \\ A_p^{(2)} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & 0 & 0 \\ -2\omega & 0 & 0 \end{pmatrix}; & A_a^{(2)} &= \omega_0 J^{-1} \begin{pmatrix} J_{31} & 2J_{32} & J_{33} - J_{22} \\ -J_{32} & 0 & J_{12} \\ J_{22} - J_{11} & -J_{12} & -J_{13} \end{pmatrix}; \\ B_p &= \frac{1}{m_c} I_{3 \times 3}; & B_a &= J^{-1}, \end{aligned} \quad (15)$$

where  $\omega = \sqrt{GM/r_t^3}$  is the angular rate of the chaser with respect to the target,  $G$  is universal gravitational constant,  $M$  is the mass of the Earth,  $r_t$  is the orbital altitude of the target above the Earth;  $\omega_0$  is the angular velocity of rotating RF associated with the chaser;  $m_c$  and  $J$  are respectively its total mass and inertia matrix.

Two principal questions arise here. First is what are the values of the system parameters and second is which quantities should be used as measurements for the stated model. The first question we assume to be answered according to the mission documentation. As for the second one, we will use actual values of configuration variables obtained during previous stage. Furthermore, we will assume that the additive white noise acts on our model. This allows implementation of classical Kalman filtering for estimation of configuration variables.

One-step time discretization for (13) gives the final computational model:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= Fx_k + Gu_k + w_k; \\y_k &= Cx_k + v_k,\end{aligned}\tag{16}$$

where  $F = I + \tau A$ ,  $G = \tau B$ ,  $C = \text{diag}(I_{3 \times 3}, 0_{3 \times 3}, I_{3 \times 3}, 0_{3 \times 3})$ ,  $w_k, v_k$  are independent normally distributed random values whose characteristics are supposed to be given. Alternatively, it is possible to rewrite (16) according to the exact solution of the continuous system (14) in terms of its fundamental matrix [10].

## MAIN RESULTS

In order to illustrate workability of proposed algorithms, we have constructed a simplified 3D model of an abstract geometric object without surface and texture, namely edge skeleton of a tetragonal prism. We suppose that position of the object is fixed and known, whereas attitude is mutable and shall be determined during estimation. Taking into account that, due to symmetry, for different attitudes of this object we may have identical images, we will assume that the set of all possible configurations is reduced in the way where there is one-to-one correspondence between images and configurations. Assume also that rotations of the object during its observation always remain within the set of these configurations. For initialization we take 100 training pictures, pose refinement is implemented with the use of 100 test points for image fitting.

For the aims of modeling, we have utilized results of the previous section. Note that this is the case where the inertia matrix is diagonal. For a fixed initial attitude we have obtained solution of problem (13) and formed associated input images with the step of 0.5 time units.

Subject to specified assumptions, we try to reconstruct configuration variables using the stages explained in previous sections. For this, proposed algorithm has been programmed and executed on a typical desktop PC. After substitution of initial data, the following results were obtained. Initialization stage for the objects of given structure gives acceptable recognition with the error within the range of  $10^\circ$  in the neighborhood of true attitude by each angle. Fig. 2 contains illustration of image fitting for initialization stage. This operation is being executed during about 100 ms. On the other hand, pose refinement restores exact attitude provided that the image flow arrives without interruption. Maximal time for each step was about 10 ms with maximal error of about  $10^{-4}$ . Note that the pose tracking stage for our case did not lead to significant improvements (see Fig. 3). However, if the input flow has discontinuities, it provides validation at good level of accuracy (about  $10^{-2}$ ).

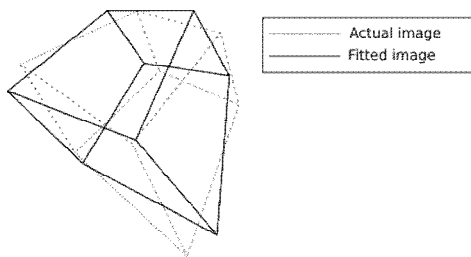


Fig. 2: Initial image fitting

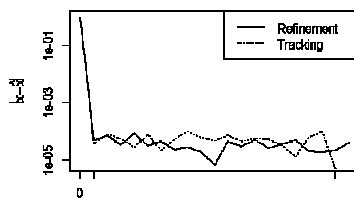


Fig. 3: Observed error of iterative estimation

## CONCLUSION

Our researching has covered crucial stages of the problem of determining space configuration of the target spacecraft with respect to the chaser. Each stage is characterized by its requirements and implementation details. Technically, the most important is initial stage as it does not require a priori information about position and attitude of the moving target and is able to work with static images. Thereafter, initialization, although it gives rather rough estimation of configuration variables, is the most numerically expensive. That's why it is supplemented with two additional stages whose execution is much cheaper and that allow drastically improving the quality of the result. The latter is mainly related to the fact of usage dynamically updated video information. According to this, pose refinement operates with the video stream and is based on the mutual closeness of neighboring scenes. The stage of pose tracking is optional. It requires the equations of relative motion to be known and provides additional validity control in the case of signal loss.

Computational results have confirmed preliminary assumptions about accuracy and complexity of each stage. For the simple example considered in this work we could obtain very high accuracy at moderate performance.

It should also be noted that the content of considered stages may differ depending on mission requirements. Therefore, its program implementation should be replaceable. This, in turn, makes it critical to think over communications protocols and interfaces between the units of onboard computer and implement final subroutines in accordance with these conventions. This will provide independence of the hardware on the software. The present paper has not touched this question.

1. Lowe D.G. Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints // International Journal of Computer Vision, 2004. — 60 (2). — P. 91–110.
2. David P. SoftPOSIT: Simultaneous Pose and Correspondence Determination // International Journal of Computer Vision, 2004. — 59 (3). — P. 259–284.
3. Black M.J., Jepson A.D. EigenTracking: Robust Matching and Tracking of Articulated Objects Using a View-Based Representation // International Journal of Computer Vision, 1998. — 26 (1). — P. 63–84.
4. Trefethen L.N., Bau D. Numerical Linear Algebra. — Philadelphia: SIAM, 1997. — 361 pp.
5. Drummond T., Cipolla R. Real-Time Visual Tracking of Complex Structures // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002. — 24 (7). — P. 932–946.

6. Hartley R., Zisserman A. Multiple View Geometry in Computer Vision // 2nd Edition. — Cambridge University Press, 2004. — 655 pp.
7. Paterson M.S., Yao, F.F. Efficient Binary Space Partitions for Hidden-Surface Removal and Solid Modeling // Discrete and Computational Geometry, 1990. — 5. — P. 485–503.
8. Kelsey J.M., et. al. Vision-Based Relative Pose Estimation for Autonomous Rendezvous and Docking // 2006 IEEE Aerospace Conference. — 20 pp.
9. Wenfu X., et. al. Autonomous Rendezvous and Robotic Capturing of Non-Cooperative Target in Space // Robotica, 2010. — 28. — P. 705–718.
10. Fehse W. Automated Rendezvous and Docking of Spacecraft. — Cambridge University Press, 2003. — 495 pp.

UDC 629.7.05

## USING VIDEO IMAGES FOR DETERMINING RELATIVE DISPOSITION OF TWO SPACECRAFTS

V.A. Simakov, V.F. Gubarev, N.N. Salnikov, S.V. Melnichuk

*Space Research Institute of the National Academy of Science of Ukraine and State Space Agency of Ukraine, Kyiv, Ukraine*

**Introduction.** Automatic orbital berthing systems require permanent availability of relative position and attitude of a target spacecraft. In the most general case the only source of information is video filming. Extracting mutual disposition parameters from a video frame is based upon special techniques which can be divided into two large groups: feature-based and model-based. Major difference between them is defined by data structure used for the target description (individual points for feature-based approach vs. rigorous visual model for model-based one). This article is devoted to the research of mathematical problem that appears in considering pose estimation for two orbital spacecraft in the presence of wireframe model of the target when only video filming is available.

**The purpose** of the article is to construct a model-based method that provides fast and accurate estimation of relative position and attitude of the target spacecraft. We discuss possible drawbacks of direct procedures based on straightforward (pixel-wise) image fitting and propose a subtle algorithm which satisfies formulated conditions.

**Results.** The algorithm composed of three independent parts (initialization, pose refinement and pose tracking) has been developed and tested on simple initial datum. Initialization stage, responding for rough estimation in the absence of preliminary information, has given relatively poor but quite enough accuracy for the aims of initial approximation. Pose refinement stage which is implemented as iterative procedure based on closeness of neighboring frames demonstrated almost total matching with actual values. Pose tracking (state estimation based on equations of motion) was redundant for our simple example as it could not improve the result provided by pose refinement.

**Conclusions.** Constructed algorithm has been tested on simplified situation and demonstrated very high precision. More realistic conditions including noises and occlusions can bring to corrupted result that should be recovered. This requires introducing additional steps into the algorithm which are reflected in the text. The notable feature of the algorithm is its high modularity which allows each stage to

be implemented and configured independently according to available resources and mission requirements.

**Keywords:** orbital rendezvous, pose estimation, orbital video filming, computer vision.

1. Lowe D.G. Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints // International Journal of Computer Vision, 2004. — 60 (2). — P. 91–110.
2. David P. SoftPOSIT: Simultaneous Pose and Correspondence Determination // International Journal of Computer Vision, 2004. — 59 (3). — P. 259–284.
3. Black M.J., Jepson A.D. EigenTracking: Robust Matching and Tracking of Articulated Objects Using a View-Based Representation // International Journal of Computer Vision, 1998. — 26 (1). — P. 63–84.
4. Trefethen L.N., Bau D. Numerical Linear Algebra. — Philadelphia: SIAM, 1997. — 361 pp.
5. Drummond T., Cipolla R. Real-Time Visual Tracking of Complex Structures // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002. — 24 (7). — P. 932–946.
6. Hartley R., Zisserman, A. Multiple View Geometry in Computer Vision // 2nd Edition. — Cambridge University Press, 2004. — 655 pp.
7. Paterson M.S., Yao, F.F. Efficient Binary Space Partitions for Hidden-Surface Removal and Solid Modeling // Discrete and Computational Geometry, 1990. — 5. — P. 485–503.
8. Kelsey J.M., et. al. Vision-Based Relative Pose Estimation for Autonomous Rendezvous and Docking // 2006 IEEE Aerospace Conference. — 20 pp.
9. Wenfu X., et. al. Autonomous Rendezvous and Robotic Capturing of Non-Cooperative Target in Space // Robotica, 2010. — 28. — P. 705–718.
10. Fehse W. Automated Rendezvous and Docking of Spacecraft. — Cambridge University Press, 2003. — 495 pp.

Получено 10.06.16

# ГРУППОВЫЕ ИГРОВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМ С ПЕРЕМЕННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Е.А. Любарщук

*Черновицкий национальный университет им. Ю. Федьковича*

Рассмотрена игровая задача сближения траектории квазилинейного конфликтно-управляемого процесса с цилиндрическим терминальным множеством при наличии переменного запаздывания, что позволяет говорить о гарантированной поимке убегающего. Для дифференциально-разностных игр сближения с запаздыванием обобщается первый прямой метод Л.С. Понтрягина. Это дает возможность сравнить время окончания игры по первому прямому методу Л.С. Понтрягина с методом разрешающих функций. Рассмотрена задача группового преследования и получены достаточные условия сближения в классе квазистратегий, гарантирующие поимку убегающего группой преследователей.

**Ключевые слова:** динамическая игра, конфликтно-управляемый процесс, групповое преследование, многозначное отображение, условие Понтрягина, интеграл Аумана, гарантированное время.

Розглянуто ігрову задачу зближення траєкторії квазілінійного конфліктно-керованого процесу з циліндричною термінальною множиною за наявності змінного запізнення, що гарантує піймання втікача. Для диференціально-різницевих ігор зближення з запізненням узагальнюється перший прямий метод Л.С. Понтрягіна. Це дозволяє порівняти час закінчення гри за першим прямим методом Л.С. Понтрягіна з методом розв'язуючих функцій. Розглянуто задачу групового переслідування та одержано достатні умови зближення в класі квазістратегій, які дозволяють гарантувати піймання втікача групою переслідувачів.

**Ключові слова:** динамічна гра, конфліктно-керований процес, групове переслідування, багатозначне відображення, умова Понтрягіна, інтеграл Аумана, гарантований час.

## ВВЕДЕНИЕ

Многочисленные содержательные результаты в теории дифференциальных игр вызывают интерес исследователей к этой области. Первые исследования, касающиеся основного уравнения теории дифференциальных игр, принадлежат Р. Айзексу [1]. В отдельные направления исследований можно отнести попятные процедуры Понтрягина [2] и правило экстремального прицеливания Н.Н.Красовского [3, 4].

Подход, связанный с правилом экстремального прицеливания Н.Н.Красовского, был использован для решения дифференциально-разностной задачи преследования в работах Ю.С. Осипова, А.Б. Куржанского [9]. Основу решения составляет построение специальных множеств позиций, упирающихся в заданное целевое множество.

Наряду с этим правилом, более простым для решения конкретных задач является первый прямой метод Л.С. Понтрягина [2]. Данный подход был использован для решения линейных дифференциальных игр преследования с запаздыванием в работе М.С. Никольского [10].

Мощным методом при решении задач преследования, которые описываются функционально-дифференциальными уравнениями, является аппарат разрешающих функций [5–8]. Этот подход для дифференциально-разностных игр сближения с постоянным запаздыванием был использован в работе Барановской Л.В. [11].

В данной работе для дифференциальных игр сближения с переменным запаздыванием обобщен первый прямой метод Л.С. Понтрягина. Также в работе исследуется задача сближения, которая описывается системой дифференциально-разностных уравнений с переменным запаздыванием для случая одного убегающего и группы преследователей. Для решения поставленной задачи используется метод разрешающих функций.

**Цель работы** — построение и исследование схем метода разрешающих функций для задач сближения при выполнении условия Понтрягина и однотипной динамики, которая описывается системой дифференциально-разностных уравнений с переменным запаздыванием. Данная задача ставится для случая группы преследователей и одного убегающего, а ее решение отвечает на вопрос возможности гарантированной поимки его.

## СХЕМА МЕТОДА РАЗРЕШАЮЩИХ ФУНКЦИЙ. ПЕРВЫЙ ПРЯМОЙ МЕТОД ПОНТЯГИНА

Рассмотрим задачу преследования, которая описывается системой линейных функционально-дифференциальных уравнений с переменным запаздыванием:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Az(t) + Bz(t - \tau(t)) + \varphi(u, v), \quad t \geq s; \\ z(\xi) &= 0, \xi < s; z(s) = z_0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $z \in R^n$ ,  $A$  и  $B$  —  $n \times n$  постоянные матрицы, непрерывная функция  $\tau(t): [s, +\infty) \rightarrow R_+$ . Блок управления задается функцией  $\varphi(u, v): U \times V \rightarrow R^n$ , которая считается непрерывной по совокупности переменных на прямом произведении непустых компактов  $U \in K(R^n), V \in K(R^n)$ .

Цилиндрическое терминальное множество имеет вид [5]:

$$M^* = M_0 + M, \quad (2)$$

где  $M_0$  — линейное подпространство из  $R^n$ , а  $M$  — непустой компакт из ортогонального дополнения  $L$  к  $M_0$  в пространстве  $R^n$ .

Для задачи преследования (1), (2) рассматривается локальная задача сближения с фиксированным временем.

Управления игроков  $u(t): R_+ \rightarrow U$  и  $v(t): R_+ \rightarrow V$  — измеримые функции времени. Цели игроков противоположны. Если первый игрок ( $u$ ) старается вывести траекторию процесса (1) на терминальное множество за

кратчайшее время, то второй игрок ( $v$ ) пытается избежать встречи или максимально оттянуть момент попадания траектории на множество  $M^*$ .

Примем сторону первого игрока и сориентируемся на выбор противником измеримой функции из  $V$  в качестве управления. Считаем, что игра происходит на интервале времени  $[0, T]$ . Тогда управление первого игрока выбираем на основе информации о начальном положении  $z_0$  и  $v_t(\cdot)$  в виде измеримой функции:

$$u(t) = u(z_0, v_t(\cdot)), \quad t \in [0, T], \quad u(t) \in U, \quad (3)$$

где  $v_t(\cdot) = \{v(s) : s \in [0, t]\}$  — предыстория управления второго игрока до момента  $t$ . Такое управление реализует квазистратегию.

Пусть  $\pi$  — ортопроектор, действующий из  $R^n$  в  $L$ . Положив  $\varphi(U, v) = \{ (u, v) : u \in U \}$ , рассмотрим многозначные отображения:

$$W(t, s, v) = \pi C(t, s) \varphi(U, v),$$

$$W(t, s) = \bigcap_{v \in V} W(t, s, v), \quad t \geq 0,$$

определенные на множествах  $\Delta \times V$  и  $\Delta$  соответственно, где  $\Delta = \{(t, s) : t \geq s \geq 0\}$ ,  $C(t, s)$  — матричная функция Коши из представления решения [12].

**Условие 1.** (Условие Понтрягина) Отображение  $W(t, s) \neq \emptyset$  на множестве  $\Delta$ .

Так как матричная функция  $C(t, s)$  измерима по  $t$  и суммируема по  $s$  для каждого  $t \in R_+$  в силу предположений о параметрах процесса (1), то можно сделать вывод, что при любом фиксированном  $t > 0$  многозначное отображение  $W(t, s, v)$  является измеримым по  $s$  на интервале  $[0, t]$  и замкнутым по  $v, v \in V$ . Тогда согласно [13] отображение  $W(t, s)$  — измеримое по  $s \in [0, t]$  замкнутозначное отображение.

Из условия Понтрягина и теоремы измеримого выбора [13] вытекает, что при любом  $t \geq 0$  существует хотя бы один измеримый по  $s$  селектор  $\gamma(t, s), \gamma(t, s) \in W(t, s), (t, s) \in \Delta$ .

Обозначим через  $\Gamma$  совокупность таких селекторов многозначного отображения  $W(t, s)$ . Зафиксируем некоторый элемент  $\gamma(\cdot, \cdot) \in \Gamma$  и положим:

$$\xi(t, z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) = \pi C(t, s) z_0 + \int_0^t \gamma(t, s) ds. \quad (4)$$

Рассмотрим многозначное отображение:

$$A(t, s, v) = \{\alpha \geq 0 : [W(t, s, v) - \gamma(t, s)] \cap \alpha[M - \xi(t, z_0, \gamma(\cdot, \cdot))] \neq \emptyset\} \quad (5)$$

и его разрешающую функцию

$$\alpha(t, s, v) = \sup\{\alpha : \alpha \in A(t, s, v)\}, \quad (t, s) \in \Delta, \quad v \in V. \quad (6)$$

Несложно показать, что т.к.  $0 \in W(t, s, v) - \gamma(t, s)$  для всех  $v \in V, 0 \leq s \leq t$ , то при  $\xi(t, z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) \in M$  функция  $\alpha(t, s, v) = +\infty$  при всех  $s \in [0, t], v \in V$ . Если же  $\xi(t, z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) \notin M$ , то функция (6) принимает конечные значения.

Введем множество:

$$T(z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) = \{t \geq 0 : \inf_{v \in V} \int_0^t \alpha(t, s, v(s)) ds \geq 1\}. \quad (7)$$

Если  $\xi(t, z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) \in M$ , то  $\alpha(t, s, v) = +\infty$  для  $s \in [0, t], v \in V$  и в этом случае значение интеграла в соотношении (7) естественно положить равным  $+\infty$ , тогда соответствующее неравенство выполнено автоматически. В случае, когда неравенство в фигурных скобках в (7) не выполняется при всех  $t > 0$ , полагаем, что  $T(z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) = \emptyset$ .

**Теорема 1.** Пусть для конфликтно управляемого процесса (1), (2) выполнено условие Понтрягина,  $M = \text{co}M$  и для начального состояния  $z_0$  и некоторого селектора  $\gamma(\cdot, \cdot) \in \Gamma$ ,  $T \in T(z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) \neq \emptyset$ . Тогда траектория процесса (1) может быть приведена из начального состояния  $z_0$  на терминальное множество  $M^*$  в момент  $T$  с помощью управления (3).

#### Схема доказательства.

Мы рассматриваем два случая:  $\xi(t, z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) \notin M$  и  $\xi(t, z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) \in M$ . Для случая  $\xi(t, z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) \notin M$  разбиваем процесс преследования на два временных участка: "активный"  $[0, t_*]$  и "пассивный"  $[t_*, T]$ , где  $t_*$  — момент переключения с одного закона выбора контруправления на другой, зависящий от предыстории управления убегающего. Для случая  $\xi(T, z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) \in M$ , учитывая закон управления преследователя из формулы Коши, получаем необходимые результаты.

**Теорема 2.** (теорема Понтрягина) Пусть выполняется условие Понтрягина для конфликтно-управляемого процесса (1), (2) и для некоторого начального состояния  $z_0$ :  $P(z_0) < +\infty$ , где

$$P(z_0) = \min\{t \geq 0 : \pi z_0 C(t, s) \in M - \int_0^t W(t, s) ds\}. \quad (8)$$

Тогда траектория процесса (1) может быть приведена с начального положения  $z_0$  на терминальное множество в момент  $P(z_0)$ .

Доказательство.

Обозначим  $P_0 = P(z_0)$ . Тогда:

$$\pi z_0 C(t, s) \in M - \int_0^t W(t, s) ds.$$

Это означает, что существует такая точка  $m \in M$  и по определению интеграла Аумана такой измеримый селектор  $\gamma(\cdot, \cdot) \in \Gamma$ , что:

$$\pi z_0 C(t, s) = m - \int_0^t \gamma(t, s) ds.$$

Рассмотрим многозначное отображение:

$$U(s, v) = \{u \in U : \pi C(P_0, s) \phi(u, v) - \gamma(P_0, s) = 0\}, s \in [0, P_0], v \in V. \quad (9)$$

Пусть  $v(s), v: [0, P_0] \rightarrow V$ , — произвольная измеримая функция. Тогда из соотношения (9) вытекает, что отображение  $U(s) = U(s, v(s))$  — компактнозначное измеримое многозначное отображение на интервале  $[0, P_0]$ . Согласно теореме измеримого выбора в нем существует измеримый селектор  $u(s)$ , который и выберем в качестве управления первого игрока на интервале  $[0, P_0]$ .

Из формулы (9), с учетом (8), получим:

$$\pi z(P_0) = \pi z_0 C(P_0, s) + \int_0^{P_0} \pi C(P_0, s) \phi(u(s), v(s)) ds = m \in M. \quad (10)$$

Теорема доказана. Приведенную теорему и способ построения управления называют первым прямым методом Л.С. Понтрягина.

Легко показать, что для конфликтно-управляемого процесса (1), (2) с начальным состоянием  $z_0$  при выполнении условия Понтрягина существует такой селектор  $\gamma(\cdot, \cdot) \in \Gamma$  для которого:

$$T(z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) \leq P(z_0).$$

## ГРУППОВОЕ ПРЕСЛЕДОВАНИЕ

Рассмотрим задачу группового преследования с  $k$  преследователями и одним убегающим. Задача описывается системой линейных функционально-дифференциальных уравнений с переменным запаздыванием:

$$\begin{aligned} \dot{z}_i(t) &= A_i z_i(t) + B_i z_i(t - \tau_i(t)) + \phi_i(u, v), \quad t \geq s; \\ z_i(\xi) &= 0, \quad \xi < s; \quad z_i(s) = z_{0i}, \quad i = 1, \dots, k. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $z_i \in R^{n_i}$ ,  $A_i$  и  $B_i$  —  $n_i \times n_i$  постоянные матрицы, непрерывные функции  $\tau_i(t): [s, +\infty) \rightarrow R_+$ . Блоки управления задаются функциями  $\phi_i(u_i, v): U_i \times V \rightarrow R^{n_i}$ , которые считаются непрерывными по совокупности

переменных на прямом произведении непустых компактов  $U_i \in K(R^n), V \in K(R^n)$ .

Цилиндрические терминальные множества имеют вид [5]:

$$M_i^* = M_i^0 + M_i, \quad M_i^* \subset R^{n_i}, \quad i = 1, \dots, k. \quad (12)$$

где  $M_i^0$  — линейное подпространство из  $R^{n_i}$ , а  $M_i$  — непустой компакт из ортогонального дополнения  $L_i$  к  $M_i^0$  в пространстве  $R^{n_i}$ . В пространстве  $R^n$  выделим терминальное множество  $M^*$ , состоящее из множеств  $M_i^*$ ,  $i = 1, \dots, k$ .

Для задачи преследования (11), (12) рассматривается локальная задача сближения с фиксированным временем.

Управления игроков  $u_i(t): R_+ \rightarrow U_i$ ,  $i = 1, \dots, k$  и  $v(t): R_+ \rightarrow V$  — измеримые функции времени. Цели игроков противоположны. Преследователи ( $u_i$ ,  $i = 1, \dots, k$ ) стараются вывести траекторию процесса (11) на терминальное множество за кратчайшее время, а убегающий ( $v$ ) пытается избежать встречи или максимально оттянуть момент попадания траектории на множество  $M^*$ .

Примем сторону преследователей и сориентируемся на выбор противником измеримой функции из  $V$  в качестве управления. Считаем, что игра происходит на интервале времени  $[0, T]$ . Тогда управление преследователей выбираем на основе информации о начальном положении  $z_i^0$  и  $v_t(\cdot)$  в виде измеримой функции:

$$u_i(t) = u(z_i^0, v_t(\cdot)), \quad t \in [0, T], \quad u_i(t) \in U, \quad (13)$$

где  $v_t(\cdot) = \{v(s): s \in [0, t]\}$  — предыстория управления второго игрока до момента  $t$ . Такое управление реализует квазистратегию.

Пусть  $\pi_i$  — ортопроектор, действующий из  $R^{n_i}$  в  $L_i$ . Положив  $\phi_i(U_i, v) = \{ (u_i, v): u_i \in U_i \}$ , рассмотрим многозначные отображения:

$$W_i(t, s, v) = \pi_i C_i(t, s) \phi_i(U_i, v),$$

$$W_i(t, s) = \bigcap_{v \in V} W_i(t, s, v), \quad t \geq 0,$$

определенные на множествах  $\Delta \times V$  и  $\Delta$  соответственно, где  $\Delta = \{(t, s): t \geq s \geq 0\}$ ,  $C_i(t, s)$  — матричная функция Коши из представления решения [12].

**Условие 2.** (Условие Понтрягина) Отображение  $W_i(t, s) \neq \emptyset$  на множестве  $\Delta$  для всех  $i = 1, \dots, k$ .

Так как матричная функция  $C_i(t, s)$  измерима по  $t$  и суммируема по  $s$

для каждого  $t \in R_+$  в силу предположений о параметрах процесса (11), то можно сделать вывод, что при любом фиксированном  $t > 0$  многозначное отображение  $W_i(t, s, v)$  является измеримым по  $s$  на интервале  $[0, t]$  и замкнутым по  $v, v \in V$ . Тогда согласно [13] отображение  $W(t, s)$  — измеримое по  $s \in [0, t]$  замкнутозначное отображение.

Из условия Понтрягина и теоремы измеримого выбора [13] вытекает, что при любом  $t \geq 0$  существует хотя бы один измеримый по  $s$  селектор  $\gamma_i(t, s), \gamma_i(t, s) \in W_i(t, s), (t, s) \in \Delta, i = 1, \dots, k$ .

Обозначим через  $\Gamma_i$  совокупность таких селекторов многозначного отображения  $W_i(t, s), i = 1, \dots, k$ . Зафиксируем некоторый элемент  $\gamma_i(\cdot, \cdot) \in \Gamma_i$  и положим:

$$\xi_i(t, z_i^0, \gamma_i(\cdot, \cdot)) = \pi_i C_i(t, s) z_i^0 + \int_0^t \gamma_i(t, s) ds. \quad (14)$$

Рассмотрим многозначные отображения:

$$A_i(t, s, v) = \{\alpha \geq 0 : [W_i(t, s, v) - \gamma_i(t, s)] \cap \alpha[M_i - \xi_i(t, z_i^0, \gamma_i(\cdot, \cdot))] \neq \emptyset\}, \quad (15)$$

$$i = 1, \dots, k.$$

и их разрешающие функции:

$$\alpha_i(t, s, v) = \sup\{\alpha : \alpha \in A_i(t, s, v)\}, \quad (t, s) \in \Delta, \quad v \in V, i = 1, \dots, k. \quad (16)$$

Несложно показать, что т.к.  $0 \in W_i(t, s, v) - \gamma_i(t, s)$  для всех  $v \in V, 0 \leq s \leq t, i = 1, \dots, k$ , то при  $\xi_i(t, z_i^0, \gamma_i(\cdot, \cdot)) \in M_i$  функция  $\alpha_i(t, s, v) = +\infty$  при всех  $s \in [0, t], v \in V, i = 1, \dots, k$ . Если же  $\xi_i(t, z_i^0, \gamma_i(\cdot, \cdot)) \notin M_i$ , то функция (16) принимает конечные значения.

Введем множество:

$$T_k(z^0, \gamma(\cdot, \cdot)) = \{t \geq 0 : \inf_{v \in V} \max_{i=1, \dots, k} \int_0^t \alpha_i(t, s, v(s)) ds \geq 1\}, \quad (17)$$

$$\gamma(\cdot, \cdot) = \text{column}(\gamma_1(\cdot, \cdot), \dots, \gamma_k(\cdot, \cdot)), \quad \gamma_i(\cdot, \cdot) \in \Gamma_i.$$

Если для некоторого номера  $i = 1, \dots, k$   $\xi_i(t, z_i^0, \gamma_i(\cdot, \cdot)) \in M_i$ , то  $\alpha_i(t, s, v) = +\infty$  для  $s \in [0, t], v \in V$ , и в этом случае значение интеграла в соотношении (17) естественно положить равным  $+\infty$ , тогда соответствующее неравенство выполнено автоматически. В случае, когда неравенство в фигурных скобках в (17) не выполняется при всех  $t > 0$ , полагаем, что  $T_k(z^0, \gamma(\cdot, \cdot)) = \emptyset$ .

**Теорема 3.** Пусть для конфликтно управляемого процесса (11), (12) выполнено условие Понтрягина,  $M = \text{co}M$  и для начального состояния

$z^0 = (z_1^0, \dots, z_k^0)$  и некоторого селектора  $\gamma(\cdot, \cdot) \in \Gamma$ ,  $T \in T_k(z^0, \gamma(\cdot, \cdot)) \neq \emptyset$ . Тогда траектория процесса (11) может быть приведена из начального состояния  $z^0$  на соответствующее терминальное множество  $M_i^*$  в момент  $T$  с помощью управления (13).

Доказательство. Пусть  $v(s) : [0, T] \rightarrow V$  — произвольная измеримая функция. Рассмотрим случай  $\xi_i(t, z_i^0, \gamma_i(\cdot, \cdot)) \notin M_i$  для всех  $i = 1, \dots, k$ .

Для этого введем контрольную функцию:

$$h(t) = 1 - \max_{i=1, \dots, k} \int_0^t \alpha(T, s, v(s)) ds, \quad t \geq 0.$$

Она непрерывна, не возрастает и  $h(0) = 1$ . Из определения времени  $T$  следует, что существует такой момент  $t_* = t(v(\cdot))$ ,  $0 < t_* \leq T$ , что  $h(t_*) = 0$ .

Разобьем процесс преследования на два временных участка: "активный"  $[0, t_*]$  и "пассивный"  $[t_*, T]$ , где  $t_*$  — момент переключения с одного закона выбора контруправления на другой, зависящий от предыстории управления убегающего. На первом из них работает собственно метод разрешающих функций. Когда в момент  $t_*$  интеграл от разрешающей функции станет равным единице, то процесс преследования переключим на первый прямой метод Л.С. Понтрягина.

Определим следующий закон выбора управления преследователя.

Введем многозначные отображения:

$$U_{1i}(s, v) = \{u_i \in U_i : \pi_i C_i(T, s) \phi_i(u_i, v) - \gamma_i(T, s) \in \alpha_i(T, s, v) [M_i - \xi_i(T, z_i^0, \gamma_i(\cdot, \cdot))]\}. \quad (18)$$

В силу теоремы об обратном образе отображения  $U_{1i}(s, v)$   $L \times B$ -измеримы, а значит, согласно теореме измеримого выбора [13] в каждом из этих многозначных отображений существует хотя бы один  $L \times B$ -измеримый селектор  $u_{1i}(s, v)$ .

Управления преследователей на интервале  $[0, t_*)$  положим равным:

$$u_{1i}(s) = u_{1i}(s, v(s)), \quad i = 1, \dots, k.$$

На пассивном участке  $[t_*, T]$  "накапливать" разрешающую функцию больше не имеет смысла, поэтому здесь разрешающая функция полагается равной нулю:

$$\alpha_i(T, s, v) = 0, \quad s \in [t_*, T], \quad i = 1, \dots, k,$$

а управление преследователей выбираем теперь в соответствии с прямым методом Л.С. Понтрягина.

Рассмотрим отображения:

$$U_{2i}(s, v) = \{u_i \in U_i : \pi_i C_i(T, s) \varphi_i(u_i, v) - \gamma_i(T, s) = 0\},$$

$$s \in [t_*, T], v \in V, i = 1, \dots, k$$

которые являются  $L \times B$ -измеримым и их селекторы  $u_{2i}(s, v)$  —  $L \times B$ -измеримы.

Управление преследователей на интервале  $[t_*, T)$  положим равным:

$$u_{2i}(s) = u_{2i}(s, v(s)), i = 1, \dots, k. \quad (19)$$

Пусть  $\xi_i(T, z_i^0, \gamma_i(\cdot, \cdot)) \in M_i$  для некоторого номера  $i$ . Тогда управление  $i$ -го преследователя на интервале  $[0, T)$  выберем в виде (19), а управления остальных преследователей выберем произвольными.

Таким образом, определены законы управления преследователей для любых возможных ситуаций.

Покажем, что при этом хотя бы для одного  $i = 1, \dots, k$  траектория процесса (11) в момент  $T$  попадет на соответствующее множество  $M_i^*$  при любых управлениях убегающего.

Из формулы Коши [12] для системы (11) следует представление:

$$\pi_i z_i(T) = \pi_i z_i^0 C_i(T, s) + \int_0^T \pi_i C_i(T, s) \varphi_i(u_i(s), v(s)) ds. \quad (20)$$

Проанализируем сначала случай  $\xi_i(T, z_0, \gamma(\cdot, \cdot)) \notin M_i$  для всех  $i = 1, \dots, k$ . Для этого прибавим и вычтем из правой части равенства (20) вектор  $\int_0^T \gamma_i(T, s) ds$ . Тогда с использованием закона выбора управления преследователем (13), получим:

$$\pi_i z_i(T) = [\pi_i z_i^0 C_i(T, s) + \int_0^{t_*} \gamma_i(T, s) ds] + \int_0^{t_*} [\pi_i C_i(T, s) \varphi_i(u_i(s), v(s)) - \gamma_i(T, s)] ds$$

$$\pi_i z_i(T) \in \xi_i(T, z_i^0, \gamma_i(\cdot, \cdot)) (1 - \int_0^{t_*} \alpha_i(T, s, v(s)) ds) + \int_0^{t_*} \alpha_i(T, s, v(s)) M_i ds,$$

в котором учтено равенство  $\alpha_i(T, s, v(s)) = 0, s \in [t_*, T]$ . Но т.к.

$M_i \in coK(R^{n_i})$  и учитывая, что  $\int_0^{t_*} \alpha_i(T, s, v(s)) ds = 1$  для индекса  $i$ , на

котором достигается максимум интеграла в определении функции  $h(t_*)$ ,

имеем  $\int_0^{t_*} \alpha_i(T, s, v(s)) M_i ds = M_i$ . А значит  $\pi_i z_i(T) \in M_i$ .

Пусть для некоторого  $i$   $\xi_i(T, z_i^0, \gamma_i(\cdot; \cdot)) \in M_i$ . Тогда учитывая законы управления преследователей из представления (20) следует включение  $z_i(T) \in M_i^*$ .

Теорема доказана.

Таким образом, для задачи группового преследования получены достаточные условия гарантированной поимки убегающего группой преследователей.

## Выводы

Обобщен первый прямой метод Л.С. Понтрягина для дифференциально-разностных игр в классе квазистратегий. Конфликтно-управляемый процесс описывается системой дифференциально-разностных уравнений с переменным запаздыванием. Получены достаточные условия разрешимости задачи сближения за некоторое гарантированное время. Построена и исследована схема метода разрешающих функций для задачи группового преследования.

1. Isaacs R. Differential games: a mathematical theory with applications to warfare and pursuit, control and optimization // Wiley. — 1965. — P. 418.
2. Понтрягин Л.С. Избранные научные труды. В 3-х т. — М.: Наука, 1988. — 736 с.
3. Красовский Н.Н. Игровые задачи о встрече движений. — М.: Наука, 1970. — 420 с.
4. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. — М.: Наука, 1974. — 456 с.
5. Чикрий А.А. Конфликтно управляемые процессы. — Киев: Наукова думка, 1992. — 384 с.
6. Чикрий А.А. Об одном аналитическом методе в динамических играх сближения // Труды Математического института им. В.А. Стеклова. — 2010. — 271. — С. 76–92.
7. Пилипенко Ю.В., Чикрий А.А. Колебательные конфликтно управляемые процессы // Прикладная математика и механика. — 1993. — Т. 57, № 3. — С. 3–14.
8. Чикрий А.А., Чикрий Г.Ц. Групповое преследование в дифференциально-разностных играх // Диф. уравнения. — 1984. — № 5. — С. 802–810.
9. Осипов Ю.С. Дифференциальные игры систем с последствием // ДАН СССР. — 1971. — Т. 196, № 4. — С. 779–782.
10. Никольский М.С. Линейные дифференциальные игры преследования при наличии запаздывания // ДАН СССР. — 1971. — Т. 197, № 5. — С. 1018–1021.
11. Chikrii A., Baranovskaya L. A type of controlled systems with delay // Cybernetics and Computing Technology. Complex Control Systems. — 1995. — No. 107. — P. 3–11.
12. Азбелев Н.В., Симонов П.М. Устойчивость решений уравнений с обыкновенными производными — Пермь: Изд-во Пермского университета, 2001. — 230 с.
13. Aubin J., Frankowska H. Set-valued Analysis // Birkhäuser. — 1990. — P. 461.

# GROUP PURSUIT IN DIFFERENTIAL-DIFFERENCE GAMES WITH VARIABLE DELAY

I.A. Liubarshchuk

*Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University, Chernivtsi, Ukraine*

**Introduction.** A variety of interesting examples stimulated the development of the Mathematical Control Theory, in particular, the Dynamic Games Theory. First fundamental results in Differential Games Theory were obtained by R. Isaacs. Some others directions of research are Pontryagin's procedures and Krasovskii's extremal aiming principle. The further development of Pontryagin's ideas by his disciples and followers resulted in the Method of Resolving Functions, one of the most powerful methods of dynamic game theory.

The essence of the Method of Resolving Functions is in the construction of some numeric resolving function on the known parameters of the process. The resolving function outlines the course of the process. At the moment at which its integral turns into unit the trajectory of the process hits the terminal set.

This method was used by Baranovskaya for local convergence problems with fixed time, which are described by a system of differential-difference equations of delay-type.

**The purpose of the article is to** investigate group problem, which is described by a system of differential-difference equations with variable delay. The necessary and sufficient conditions for solvability of such problems are established.

**Results.** We considered a pursuit problem in 2-person differential game, one player is a pursuer and another one is an evader. The problem was given by the system of the differential-difference equations of delay-type and for such a conflict-controlled process we presented conditions on its parameters and initial state, which were sufficient for capturing the evader. For differential-difference games with time lag we generalized Pontryagin's First Direct Method. That gave us a possibility to compare results obtained by the Method of Resolving Functions for such conflict-controlled processes to Pontryagin's First Direct Method. The necessary and sufficient conditions for group problem solvability were established.

**Conclusions.** A general scheme of the Method of Resolving Functions for the local convergence problem with fixed time is presented. The conflict-controlled process is described by a system of differential-difference equations of delay-type with variable delay.

For differential-difference games with variable delay we generalized Pontryagin's First Direct Method.

We also considered the group pursuit problem in differential game. For such conflict-controlled process we obtained and investigated general scheme of the Method of Resolving Functions.

**Keywords:** Dynamic game, conflict-controlled process, group pursuit, set-valued map, Pontryagin's condition, Aumann's integral, guaranteed time.

1. Isaacs R. Differential games: a mathematical theory with applications to warfare and pursuit, control and optimization // Wiley. — 1965. — P. 418.
2. Pontryagin L.S. Selected Scientific Works. — Moscow: Nauka, 1988. — 736 p. (in Russian)

3. Krasovskii N.N. Game Problems on Motions Encounter. — Moscow: Nauka, 1970. — 420 p. (in Russian)
4. Krasovskii N.N., Subbotin A.I. Positional differential games. — Moscow: Nauka, 1974. — 456 p. (in Russian)
5. Chikrii A.A. Conflict Controlled Processes. — Kiev: Naukova dumka, 1992. — 384 p. (in Russian)
6. Chikrii A.A. On one analytic method for dynamic approach games. // Trudy Matematicheskogo Instituta imeni V.A. Steklova. — 2010. — no. 271 — P. 76–92. (in Russian)
7. Pilipenko Y.V., Chikrii A.A. Oscillation conflict controlled processes // Prikladnaya matematika i mehanika. — 1993. — vol. 57. — no. 3. — P. 3–14. (in Russian)
8. Chikrii A.A., Chikrii G.C. Group pursuit in differential-difference games // Dif. uravneniya, — 1984. — no. 5. — P. 802–810. (in Russian)
9. Osipov Y.S. Differential games for systems with time lag. DAN SSSR. — 1971. — vol. 196. — no. 4. — P. 779–782. (in Russian)
10. Nikolskii M.S. Linear differential pursuit games with time lag. DAN SSSR. — 1971., — vol. 197. — no. 5. — P. 1018–1021. (in Russian)
11. Chikrii A.A., Baranovskaya L.V. A type of controlled systems with delay. // Cybernetics and Computing Technology. Complex Control Systems. — 1995. — no. 107. — P. 3–11.
12. Azbelev N.V., Simonov P.M. Stability of equations solutions with ordinary derivatives. Perm: Izd-vo Permskogo universiteta, 2001. — 230 p.
13. Aubin J., Frankowska H. Set-valued Analysis // Birkhäuser. — 1990. — P. 461.

Получено 19.05.16

# Медицинская и биологическая кибернетика

УДК 617.751-057-07

## ОЦЕНКА СТРУКТУРЫ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ ФУНКЦИОНАЛЬНЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ ОПЕРАТОРОВ ПРИ ЗРИТЕЛЬНОМ ТРУДЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФАКТОРНЫХ МОДЕЛЕЙ

А.С. Евтушенко<sup>1</sup>, Л.М. Козак<sup>2</sup>, М.Л. Кочина<sup>3</sup>

<sup>1</sup>КУОЗ «Харьковская городская клиническая больница №14 им. проф. Л.Л. Гиришмана»

<sup>2</sup>Международный научно-учебный центр информационных технологий и систем НАН Украины и МОН Украины

<sup>3</sup>Харьковская медицинская академия последипломного образования

Представлены результаты анализа динамики структуры связей в факторных моделях, построенных с использованием показателей зрительной системы и самооценки функционального состояния профессиональных операторов в процессе зрительного труда. Показано, что в зрительной системе с высокими функциональными возможностями существует два равнозначных механизма, обеспечивающих зрительное восприятие вдаль и на близком расстоянии, а в зрительной системе с низкими функциональными возможностями преобладает механизм восприятия вблизи, о чем свидетельствует конфигурация связей в факторных моделях.

**Ключевые слова:** факторные модели, зрительная система, функциональное состояние, операторский труд.

Надано результати аналізу динаміки структури зв'язків у факторних моделях, які побудовано з використанням показників зорової системи та самооцінки функціонального стану професійних операторів в процесі зорової праці. Показано, що в зоровій системі з високими функціональними можливостями існує два рівнозначні механізми, які забезпечують зорове сприйняття удалину і на близькій відстані, а в зоровій системі з низкими функціональними можливостями переважає механізм сприйняття зблизька, про що свідчить конфігурація зв'язків у факторних моделях.

**Ключові слова:** факторні моделі, зорова система, функціональний стан, операторська праця.

## ВВЕДЕНИЕ

Значительное усложнение деятельности специалистов ряда профессиональных категорий за счет повышения интенсивности и длительности действия умственных и зрительных нагрузок приводит к необходимости разработки методов, средств и информационных технологий оценки и прогнозирования функционального состояния (ФС) организма [6, 7, 11, 13]. Использование современных информационных технологий для

исследования и оценки состояния организма человека позволяет не только получить новую информацию о процессах, протекающих в норме, при патологии и в динамике каких-либо видов деятельности, но и разработать критерии профессионального отбора, а также меры профилактики расстройств здоровья.

Работа операторов ПК связана с необходимостью восприятия больших объемов информации с экрана монитора, требует высокой концентрации внимания и особой ответственности при выполнении производственного задания, что приводит к высокому нервно-эмоциональному напряжению и, соответственно, влияет на функциональное состояние (ФС). Высокие требования к зрительной системе, нервное напряжение, а также монотонный характер труда и вынужденная рабочая поза вызывают большое количество жалоб работающих на повышенное общее и зрительное утомление [3–5, 8, 16]. Кроме того, у людей, постоянно пользующихся компьютером, отмечается целый ряд функциональных перестроек зрительной системы, что обеспечивает максимально возможную адаптацию к специфическому зрительному труду, но может приводить и к развитию астенопических состояний и зрительной патологии [2, 9, 10, 12, 17–19]. Тяжелые зрительные астенопии у операторов ПК могут наблюдаться на фоне нормальных функциональных показателей зрительной системы, что требует выявления причин подобных состояний и разработки действенных мер их профилактики.

В этой связи особую актуальность приобретает анализ взаимосвязей между показателями зрительной системы и показателями самооценки ФС, поскольку значительное количество жалоб операторов связаны с состоянием именно зрительной системы.

**Цель работы** — оценка влияния зрительного труда на близком расстоянии на структуру связей между показателями зрительной системы и показателями самооценки ФС операторов ПК.

## **ОБЪЕКТ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ**

В исследовании принял участие 41 оператор ПК, средний возраст испытуемых составил  $(29,6 \pm 4,0)$  лет с размахом от 21-го до 38-ми лет. Все операторы имели профессиональный стаж работы на ПК не менее трех лет. Исследования проводились в условиях производства. Операторы выполняли производственное задание один час (45 минут работы, 15 минут регламентированный перерыв). У всех испытуемых была нормальная острота зрения (не менее единицы) и бинокулярное зрение. До и после работы у всех испытуемых определялись положительные резервы аккомодации (Ра) обоих глаз, положение ближайших точек ясного зрения (Бт) обоих глаз и конвергенции (Бтк). Самооценка ФС проводилась с использованием теста ТРАНС (тревожность, работоспособность, активность, настроение, самочувствие). Кроме того, был проведен анализ жалоб испытуемых (рис. 1) с использованием разработанной анкеты, содержащей 24 вопроса, 12 из которых касались непосредственно жалоб. Степень выраженности каждой из

жалоб определялась в баллах по следующей шкале: 0 баллов — отсутствие жалобы; 1 — признаки жалобы выражены слабо; 2 — признаки жалобы выражены в средней степени; 3 — жалоба выражена сильно. После заполнения анкеты был проведен подсчет суммарных баллов по следующим позициям: выраженность жалоб общего характера, зрительных жалоб, глазных жалоб, а также определялась степень восстановления после ночного отдыха и выходных.



Рис. 1. Структура жалоб операторов ПК.

Обработка результатов исследования проводилась с использованием методов описательной статистики, кластерного и факторного анализа.

**АНАЛИЗ ИЗМЕНЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ОПЕРАТОРОВ ПРИ ЗРИТЕЛЬНОМ ТРУДЕ**

*Изменение зрительных функций операторов.* Сравнение результатов исследования зрительных функций операторов до и после зрительного труда (табл. 1) не выявила достоверных отличий. Можно отметить, что средние значения показателей зрительной системы несколько ниже норм для данной возрастной группы [1, 13].

**Таблица 1**

*Средние значения функциональных показателей зрительной системы операторов до и после выполнения производственного задания*

Условия регистрации	Показатель				
	РАОД (Д)	РАОС (Д)	Бт ОД (см)	Бт ОС (см)	Бтк (см)
До	4,2±2,3	4,9±2,7	8,9±4,4	8,8±3,8	7,1±4,5
После	4,4±2,3	4,2±2,3	9,1±4,0	8,9±3,9	8,0±4,0

*Изменение характеристик самооценки функционального состояния операторов.* Анализ результатов самооценки функционального состояния операторов до и после зрительного труда с использованием теста ТРАНС (табл.2) показал, что показатели самооценки имеют существенный разброс,

поэтому для их описания до и после зрительного труда были использованы медиана (Me) и межквартильный размах.

На основании данных табл. 2 можно отметить, что межквартильный размах показателей после работы существенно не изменился по сравнению с исходным состоянием, а вот Me всех показателей уменьшились. Сравнение значений исследованных показателей с использованием непараметрического критерия Вилкоксона позволило выявить достоверные ( $P < 0,05$ ) отличия между показателями работоспособности (Р), настроения (Н) и самочувствия (С) до и после зрительного труда. Таким образом, зрительный труд в течение 45 минут вызвал достоверное снижение почти всех показателей самооценки операторов.

**Таблица 2**

*Средние тенденции показателей самооценки операторов до и после зрительного труда*

Показатель самооценки	До работы		После работы	
	Me	Межквартильный размах	Me	Межквартильный размах
Т	41	44	22	45
Р	41	48	26	37
А	33	33	29	38
Н	55	49	30	46
С	50	36	23	53

Оценка выраженности жалоб операторов с использованием разработанной анкеты (рис. 1) показала: жалобы общего характера составили ( $5,2 \pm 2,2$ ) балла, зрительные — ( $6,3 \pm 2,8$ ) балла, глазные — ( $1,6 \pm 1,0$ ) балла, восстановление после ночного сна — ( $4,3 \pm 1,7$ ) балла. Анализ жалоб показал, что наиболее выраженными являются жалобы общего характера, связанные с функциональным состоянием организма, и зрительные жалобы. Зрительные жалобы обусловлены прежде всего состоянием аккомодации, обеспечивающей восприятие информации на близком расстоянии.

*Анализ особенностей функционального состояния зрительной системы в однородных группах испытуемых.* Оценка значений показателей зрительной системы (табл. 1) не выявила достоверных отличий между ними при разных условиях регистрации, а значительный разброс показателей позволил предположить наличие неоднородности группы испытуемых. Для проверки этого предположения была проведена кластеризация данных до и после зрительного труда по алгоритму k-средних. В результате группа операторов была разделена на два кластера (табл.3), состав и объем которых до и после работы отличается. Первый кластер до работы составили 26 операторов со средним возрастом ( $28,4 \pm 3,7$ ) года с размахом возраста от 21-го года до 34-х лет, второй кластер — 15 операторов со средним возрастом ( $31,2 \pm 4,6$ ) года с размахом от 25-ти до 38-ми лет. В возрастном аспекте достоверных отличий между кластерами не выявлено, хотя ко второму кластеру отнесены операторы старшего возраста.

Анализ значений показателей в кластерах до работы позволил установить некоторые закономерности. К более многочисленному первому кластеру отнесены операторы с высокими функциональными показателями,

соответствующими возрастным нормам [1, 13]. Во втором кластере собраны операторы с низкими функциональными показателями как для дали, так и для близи, что проявляется низкими Ра и удаленными от глаз Бт и Бтк. Полученные значения показателей не соответствуют нормам зрительных функций для данной возрастной группы.

Кластеризация данных, полученных после работы, позволила установить, что исходный объем кластеров изменился. Объем кластера с более высокими показателями сократился, а с низкими — увеличился. В возрастном аспекте кластеры выровнялись, поскольку средний возраст испытуемых первого и второго кластеров составил  $(29,4 \pm 4,5)$  года с размахом от 21-го года до 38-ми лет. В первом кластере по-прежнему собраны операторы с более высокими показателями, во втором — с низкими. Полученное разделение подтверждает существенное влияние зрительного труда на близком расстоянии в течение короткого срока (45 мин) на ФС зрительной системы.

**Таблица 3**

*Средние значения функциональных показателей зрительной системы операторов в кластерах до и после выполнения производственного задания*

Условия регистр.	Кластер	Показатель				
		РАОД (Д)	РАОС (Д)	Бт ОД (см)	Бт ОС (см)	Бтк (см)
До	1 (n = 26)	$5,1 \pm 2,1$	$5,7 \pm 2,5$	$7,4 \pm 3,0$	$7,2 \pm 1,8$	$5,6 \pm 2,8$
	2 (n = 15)	$2,7 \pm 1,8$	$3,7 \pm 2,5$	$10,3 \pm 3,7$	$10,3 \pm 3,0$	$8,4 \pm 4,3$
После	1 (n = 19)	$6,0 \pm 1,4$	$6,0 \pm 1,7$	$6,7 \pm 2,0$	$6,8 \pm 2,3$	$5,7 \pm 2,1$
	2 (n = 22)	$2,9 \pm 1,2$	$2,8 \pm 1,3$	$11,2 \pm 4,1$	$10,8 \pm 4,1$	$9,9 \pm 4,2$

В каждом из выделенных кластеров как до, так и после работы, были определены средние значения показателей самооценки и проведен анализ жалоб, предъявляемых операторами.

# **ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ ФУНКЦИОНАЛЬНЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ ЗРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ОПЕРАТОРОВ ПРИ ЗРИТЕЛЬНОМ ТРУДЕ**

Для выявления влияния зрительного труда на ФС зрительной системы была проведена оценка структуры связей между показателями в полученных кластерах. Факторные модели были построены с использованием показателей зрительной системы операторов, отнесенных к разным кластерам, до и после зрительного труда с учетом возраста (рис. 2).

До работы в обоих кластерах были выделены по два фактора, что указывает на пластичность исследуемой системы. В первом кластере влияние первого фактора приводит к уменьшению Ра при увеличении возраста, что является закономерным. Фактор назван нами «аккомодационно-возрастным», причем данный фактор связан со зрительным восприятием удаленных объектов. Вклад фактора в общую дисперсию составляет 35 %, причем вклад второго фактора составляет также 35 %, что указывает на их равнозначность в исследуемой системе.

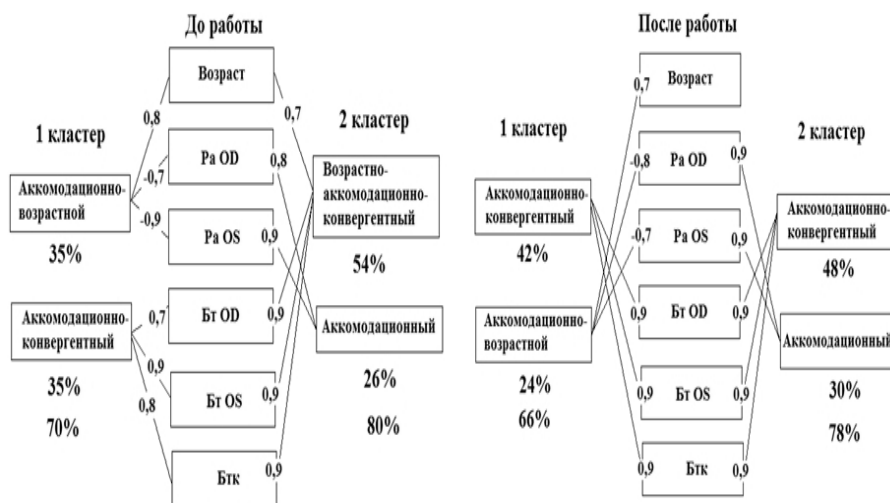


Рис. 2. Структура связей между показателями зрительной системы в факторных моделях до и после зрительного труда.

Второй фактор первого кластера назван нами «аккомодационно-конвергентным», этот фактор обеспечивает работу на близком расстоянии за счет одностороннего изменения показателей Бт обоих глаз и Бтк. Конфигурация связей в системе указывает на ее универсальность, поскольку факторы, обеспечивающие зрительное восприятие вблизи и вдаль, вносят одинаковый вклад в общую дисперсию. Учитывая то, что зрительные функции операторов, образовавших первый кластер, более высокие, можно говорить об эффективности полученной структуры.

Во втором кластере до работы факторы имеют конфигурацию, отличную от конфигурации в первом кластере. Так, показатель возраста в первом факторе входит в него вместе с Бт и Бтк, которые связаны с работой на близком расстоянии. С увеличением возраста показатели увеличиваются, что соответствует их реальному изменению. Этот фактор назван нами «возрастно-аккомодационно-конвергентным», его вклад в общую дисперсию большой и составляет 54%. Можно говорить о его ведущей роли в системе, что свидетельствует о специализации полученной системы на восприятие информации на близком расстоянии. Второй фактор - «аккомодационный» — обеспечивает восприятие удаленных объектов, он не связан с возрастом и его вклад в общую дисперсию составляет всего 26 %. Суммарный вклад факторов в общую дисперсию составляет всего 80 %, на случайную составляющую приходится только 20 %, что подтверждает удачный выбор показателей для описания состояния системы. Можно отметить, что во втором кластере собраны операторы с низкими зрительными функциями. Полученная конфигурация зрительной системы операторов второго кластера менее универсальна и предназначена, в основном, для восприятия информации на близком расстоянии.

После работы конфигурация первого фактора в первом кластере изменилась. Этот фактор назван нами «аккомодационно-конвергентным», его влияние приводит к однонаправленному изменению Бт и Бтк, которые связаны с восприятием вблизи. Вклад фактора в общую дисперсию увеличился до 42 %, тогда как вклад «аккомодационного» фактора уменьшился до 24 %. Зрительный труд на близком расстоянии привел к увеличению роли фактора, обеспечивающего именно этот вид деятельности. Во втором кластере после работы также изменилась конфигурация связей. Первый фактор — «аккомодационно-конвергентный» теперь не связан с возрастом, а влияет только на показатели, обеспечивающие зрительное восприятие на близком расстоянии. Второй фактор — «аккомодационный» по-прежнему обеспечивает восприятие вдаль.

Таким образом, зрительный труд на близком расстоянии приводит к изменению конфигурации связей в системе, обеспечивающей зрительное восприятие, причем изменения зависят от ее функционального состояния. При высоких функциональных возможностях системы в исходном состоянии существует два равнозначных механизма, обеспечивающих зрительное восприятие вдаль и на близком расстоянии. При зрительном труде на близком расстоянии в этой системе на первый план выходит механизм, обеспечивающий такой вид деятельности. В системе с низкими функциональными возможностями в исходном состоянии на первом плане находится механизм, обеспечивающий зрительное восприятие вблизи, а второй механизм, обеспечивающий восприятие вдаль, представлен намного слабее. После зрительного труда такое соотношение между этими механизмами сохраняется.

Представляет интерес анализ результатов самооценки состояния операторов из разных кластеров, проведенный с использованием разработанной нами анкеты. Подсчет средних баллов в соответствии со структурой жалоб (рис. 1) показал, что в первом кластере жалобы общего характера оценены в  $(5,9 \pm 2,1)$  балла, зрительные —  $(7,2 \pm 2,6)$  балла, глазные —  $(1,9 \pm 1,3)$  балла, восстановление после ночного сна — в  $(4,5 \pm 1,5)$  балла. Во втором кластере жалобы общего характера составили  $(3,8 \pm 1,8)$  балла, зрительные —  $(4,9 \pm 2,5)$  балла, глазные —  $(1,1 \pm 0,7)$  балла, восстановление после ночного сна —  $(3,9 \pm 2,0)$  балла. При сравнении полученных в кластерах результатов самооценки с использованием непараметрического критерия Манна-Уитни было установлено, что во втором кластере достоверно слабее, чем в первом, выражены жалобы общего характера ( $p < 0,05$ ,  $U = 90$ ) и зрительные жалобы ( $p < 0,05$ ,  $U = 101$ ). По остальным позициям достоверных различий не выявлено, хотя средние баллы во втором кластере несколько ниже. Полученные результаты могут свидетельствовать о том, что лица, отнесенные ко второму кластеру, больше приспособлены к работе на близком расстоянии, что также подтверждается и конфигурацией связей в факторных моделях (рис. 2).

В связи с этим представляет определенный интерес анализ структуры связей между исследованными показателями самооценки в выделенных кластерах с учетом возраста (рис. 3).

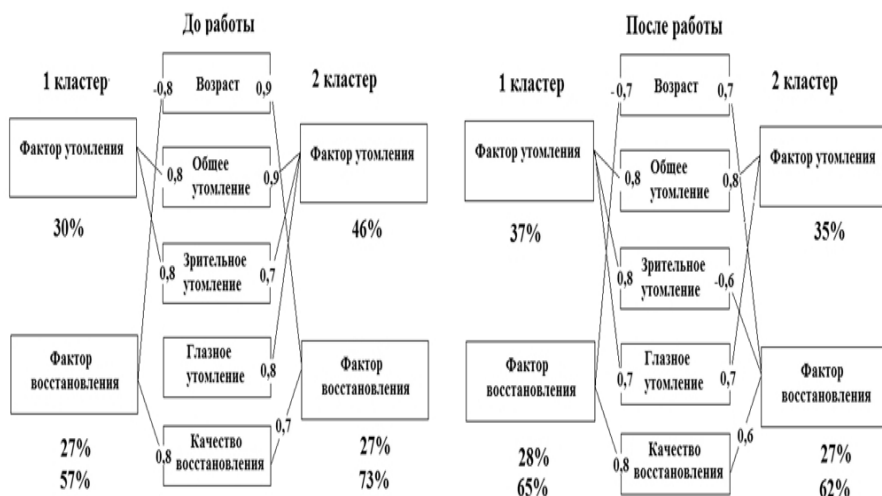


Рис. 3. Структура связей между показателями самооценки операторов в факторных моделях до и после зрительного труда.

До работы в первом кластере было выделено два фактора. Первый фактор, названный нами фактором «утомления», приводит к росту общего и зрительного утомления. Вклад этого фактора в общую дисперсию составляет 30 %. Второй фактор — фактор «восстановления», вклад которого в общую дисперсию составил 27 %. Этот фактор повышает качество восстановления после ночного отдыха, причем оно существенно зависит от возраста. Суммарный вклад этих двух факторов в общую дисперсию составил 57 %, что указывает на значительное влияние случайной составляющей. Во втором кластере фактор «утомления» объединяет все варианты показателей утомления и приводит к их росту. Вклад фактора в общую дисперсию составляет 46 %. Фактор «восстановления» в этом кластере имеет такую же конфигурацию связей, как и в первом кластере, но направление этих связей отличается. В этом кластере восстановление лучше при увеличении возраста. Суммарный вклад факторов, выделенных во втором кластере, составляет 73 %, что существенно выше, чем в первом кластере.

Различия между кластерами состоят в значениях функциональных показателей. В первом кластере показатели высокие и соответствуют возрасту, а качество восстановления снижается с увеличением возраста, что можно объяснить напряжением аккомодационной функции и развитием состояния, сходного со спазмом аккомодации. Спазм аккомодации обычно не проходит без проведения соответствующих лечебных мероприятий [13–15].

Во втором кластере качество восстановления после отдыха повышается с увеличением возраста, что может быть связано с более частым развитием у операторов старшего возраста состояния зрительного утомления. Это состояние является физиологическим и обычно проходит после отдыха и не требует специальной коррекции.

Как было указано ранее, состав кластеров после работы несколько изменился. Средний возраст операторов в кластерах одинаковый. В первом кластере по-прежнему собраны операторы с более высокими зрительными функциями, чем во втором. Теперь в первом кластере фактор «утомления» объединяет все три показателя утомления и приводит к их росту, фактор «восстановления» сохранил свою конфигурацию. Суммарный вклад факторов в общую дисперсию повысился и составляет 65 %.

Во втором кластере фактор «утомления» связан с общим и глазным утомлением. Фактор «восстановления» в этом кластере связан с возрастом и зрительным утомлением, причем качество восстановления после ночного отдыха улучшается при снижении зрительного утомления.

Полученная конфигурация факторных моделей подтверждает различную организацию зрительной системы у операторов с высокими и низкими зрительными функциями.

На основании проведенных исследований можно утверждать, что у операторов более молодого возраста с более высокими зрительными функциями (первый кластер) зрительный труд на близком расстоянии вызывает состояние, сходное со спазмом аккомодации, причем восстановление после ночного отдыха в этом кластере хуже. У операторов старшего возраста с более низкими зрительными функциями качество восстановления после ночного отдыха выше, что обусловлено развитием у них в результате зрительного труда состояния зрительного утомления, которое лучше проходит после ночного отдыха.

## **ИНДЕКСЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ ЗРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ОПЕРАТОРОВ**

Анализ динамики функциональных показателей ЗС в результате зрительного труда на близком расстоянии показал наличие различных сочетаний их изменений. Поскольку зрительное восприятие вдаль и вблизи обеспечивается разными механизмами, то соотношение значений функциональных показателей ЗС может быть различным. На основании проведенных исследований нами выявлены основные варианты изменений функциональных показателей ЗС, что позволило предложить следующую классификацию (табл. 4).

Учитывая многообразие возможных сочетаний изменений функциональных показателей ЗС, обеспечивающих прием визуальной информации, для сравнения результатов исследований нами был введен индекс функционального состояния зрительной системы (IFSVS). Расчет IFSVS осуществлялся следующим образом.

1. Вычислялись отношения конечного значения показателя (после зрительной нагрузки) к его исходному значению (до нагрузки). Расчет проводился для каждого из пяти показателей функционального состояния ЗС (Ра OD и OS, Бт OD и OS, Бтк). В результате были получены относительные значения этих показателей. Если полученное относительное значение было больше единицы, то зрительный труд вызывал рост Ра или удаление от глаз

Бт и Бтк, если меньше, то Ра уменьшились, а Бт и Бтк приблизились к глазам. Перечисленные изменения характерны для разных состояний ЗС. Если показатель не изменялся (его относительное значение равнялось единице) — это свидетельствовало о стабильном функционировании ЗС.

**Таблица 4**

*Классификация возможных соотношений изменений значений функциональных показателей зрительной системы при зрительном труде*

Состояние ЗС	Характер изменения показателей		
	Ра	Бт	Бтк
Транзиторная миопия	Рост	Уменьшение	Уменьшение
Зрительное утомление	Уменьшение	Рост	Рост
Спазм аккомодации	Без изменения или уменьшение	Уменьшение	Уменьшение
Утомление, связанное с восприятием вблизи	Без изменения или уменьшение	Рост	Рост
Стабильное функционирование	Без изменения	Без изменения	Без изменения

2. Все полученные относительные значения функциональных показателей ЗС суммировались, а полученное значение IFSVS использовалось для дальнейших исследований.

Чем выше значение IFSVS было получено, тем более выраженные изменения в состоянии ЗС вызывал зрительный труд. Однако при оценке динамики значений показателей ЗС в результате зрительного труда были выявлены их разнонаправленные изменения (например, рост Ра сочетался с уменьшением Бт и Бтк), что может привести к одинаковым значениям IFSVS при разных ФС. Чтобы учесть возможность такой ситуации и исключить ее влияние на результаты исследований были введены еще два индекса: индекс приема зрительной информации вблизи (IRVISD) и индекс аккомодации (IA) (табл. 5). IRVISD вычислялся так же, как и IFSVS, но включал только сумму относительных изменений более специфических для зрительного труда на близком расстоянии показателей (Бт обоих глаз и Бтк). IA рассчитывался как сумма относительных изменений Ра обоих глаз. Фактически

$$IFSVS = IRVISD + IA.$$

Расчет всех трех индексов позволяет учесть все возможные изменения показателей ЗС при зрительном труде.

Поскольку большую проблему составляют в настоящее время астенопические состояния операторов, для оценки степени их выраженности был введен индекс зрительных астенопий (IVA). Индекс рассчитывался как сумма баллов, соответствующая зрительным и глазным жалобам, а также жалобам общего характера (рис. 1). Использование IVA позволяет количественно оценить степени выраженности зрительных астенопий у каждого испытуемого, отнесенного к соответствующему кластеру и выявить их связь с ФС зрительной системы.

**Таблица 5**

*Средние значения относительных показателей зрительной системы  
и индексов в выделенных кластерах*

Показатели	Кластеры	
	1	2
Pa OD	1,2±0,6	1,0±0,7
Pa OS	0,99±0,8	0,8±0,4
Bт OD	0,99±0,4	1,0±0,4
Bт OS	1,1±0,5	1,1±0,4
Bтк	0,95±0,5	0,99±0,3
IFSVS	6,8±3,3	4,9±1,4
IRVISD	4,6±2,9	3,1±1,0 *
IA	2,2±1,2	1,8±1,0
IVA	15,0±4,6	9,9±4,8*

Примечание: \* — различия между средними значениями показателей первого и второго кластера достоверны по критерию Манна-Уитни ( $P < 0,05$ ).

Анализ значений индексов (табл. 5) показал, что по показателю IFSVS достоверные отличия между кластерами не выявлены, что может быть связано с наличием разных вариантов сочетаний изменений функциональных показателей. Значения IRVISD, характеризующего восприятие визуальной информации вблизи, в кластерах достоверно различаются. Можно отметить, что более выраженные изменения показателей, обеспечивающих восприятие вблизи, имели место в первом кластере. С другой стороны, в этом кластере получены достоверно ( $P < 0,05$ ) большие значения IVA. Полученные результаты позволяют говорить о большей степени выраженности зрительных астенопий у операторов первого кластера и большей выраженности относительных изменений в системе приема визуальной информации вблизи, что подтверждают результаты, приведенные ранее. Этот факт может быть использован для построения модели индивидуального прогноза степени выраженности зрительных астенопий, возникающих в результате зрительного труда.

Значения IA в обоих кластерах небольшие, что объясняется особенностью зрительного труда операторов. Не выявлено достоверных отличий по этому показателю между кластерами, что указывает на сходные изменения в аппарате аккомодации при зрительном восприятии удаленных объектов.

Астенопические состояния ухудшают ФС оператора, оказывают влияние на качество выполнения производственных заданий, существуют длительное время и требуют специальной коррекции и лечения [6]. В связи с этим, при проведении профессионального отбора на операторские специальности, целесообразно было бы оценить склонность кандидата к развитию зрительных астенопий. При выявлении наличия у кандидата склонности к подобным состояниям возможны два пути решения проблемы: рекомендовать кандидату профессию, связанную с меньшим зрительным напряжением, или индивидуальную программу коррекции имеющегося состояния ЗС и профилактики зрительных астенопий. Эта программа может включать соответствующую оптическую коррекцию, медикаментозные средства, соответствующие упражнения для глаз и зрительной системы.

**ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ ИНДЕКСАМИ  
ФУНКЦИОНАЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ ЗРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ОПЕРАТОРОВ ПРИ  
ЗРИТЕЛЬНОМ ТРУДЕ**

С использованием разработанных нами индексов ФС зрительной системы для каждого из кластеров были построены факторные модели (рис. 4). Каждая из полученных структур пластична, поскольку образована двумя факторами. Можно отметить, что суммарный вклад факторов в общую дисперсию в обоих кластерах достаточно большой (80 % и 87 %), что указывает на оптимальный выбор показателей для описания исследуемой системы, поскольку вклад случайной составляющей незначителен.

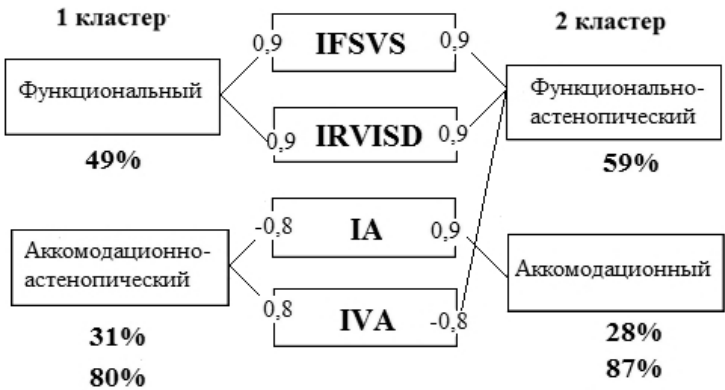


Рис. 4. Структура связей между индексами функционального состояния зрительной системы операторов при зрительном труде.

В первом кластере (рис. 4) первый фактор назван нами «функциональным», поскольку он влияет на IFSVS и IRVSD и вызывает их однонаправленные изменения. Вклад этого фактора в общую дисперсию в данной структуре основной и составляет 49 %, тогда как вклад второго фактора составляет только 31 %. Второй фактор — «аккомодационно-астенопический» — влияет на состояние аккомодации вдаль и индекс зрительных астенопий IVA. Причем снижение IA связано с ростом IVA, т.е. ухудшение аккомодации вдаль, характерное для зрительного утомления, приводит к росту выраженности астенопических жалоб у операторов, отнесенных к первому кластеру. В этом кластере также наблюдается достоверно более выраженное изменение показателей аккомодации для близи в результате зрительного труда (табл. 5).

Во втором кластере имеет место быть другая ситуация. IVA входит в первый фактор — «функционально-астенопический» и снижается при увеличении IFSVS и IRVSD. В данном случае удаление от глаз ближайших точек ясного зрения, характерное для развития состояния зрительного утомления, приводит к снижению степени выраженности астенопических жалоб. Данный фактор в структуре главный, поскольку его вклад в общую дисперсию вдвое больше второго фактора. Ранее указывалось, что в первом кластере зрительные астенопии выражены сильнее, чем во втором, причем во втором кластере собраны операторы с более низкими зрительными

функциями, а в первом — более молодые операторы с высокими зрительными функциями. Полученная конфигурация связей в факторах разных кластеров может указывать на разные механизмы адаптации операторов к работе на ПК, которые зависят от состояния их зрительных функций.

Во втором кластере второй фактор — «аккомодационный» — влияет только на IА.

Таким образом, IVA в первом кластере связан с показателем, характеризующим зрительное восприятие удаленных объектов, а во втором — зрительное восприятие вблизи. Разная структура связей индексов в кластерах указывает на разные механизмы зрительного восприятия, обеспечивающие профессиональную деятельность. Большая выраженность зрительных астенопий у операторов, отнесенных к первому кластеру, указывает на необходимость: углубленных исследований зрительных функций при приеме на операторские специальности, проведения дополнительных тестов для выявления склонности к астенопическим состояниям при профессиональном отборе и разработки индивидуальных программ профилактики зрительных расстройств.

## Выводы

Зрительный труд на близком расстоянии приводит к изменению конфигурации связей между показателями зрительной системы, обеспечивающими зрительное восприятие, причем характер изменений зависит от значений этих показателей.

При высоких функциональных возможностях зрительной системы в исходном состоянии существует два равнозначных механизма, обеспечивающих зрительное восприятие вдаль и на близком расстоянии, что свидетельствует об универсальности такой системы. При зрительном труде на близком расстоянии в этой системе на первый план выходит механизм, обеспечивающий этот вид зрительного восприятия, о чем свидетельствует изменение конфигурации связей между показателями в факторной модели.

В системе с низкими функциональными возможностями в исходном состоянии на первом плане находится механизм, обеспечивающий зрительное восприятие вблизи, а второй механизм, обеспечивающий восприятие вдаль, представлен намного слабее. После зрительного труда такое соотношение между этими механизмами сохраняется.

Анализ результатов самооценки состояния операторов с разными функциональными возможностями зрительной системы с использованием разработанной анкеты показал, что у операторов с низкими функциональными возможностями достоверно слабее (по критерию Манна-Уитни) выражены жалобы общего характера ( $p < 0,05$ ,  $U = 90$ ) и зрительные жалобы ( $p < 0,05$ ,  $U = 101$ ), чем у операторов с высокими функциональными возможностями. Полученный результат может указывать на большую приспособленность операторов с низкими функциональными возможностями зрительной системы к зрительному труду на близком расстоянии.

На основании анализа конфигурации связей в факторных моделях, построенных с использованием показателей самооценки операторов и показателей зрительной системы, можно утверждать, что у операторов более молодого возраста с более высокими зрительными функциями зрительный труд на близком расстоянии вызывает состояние, сходное со спазмом аккомодации, причем восстановление после ночного отдыха у них недостаточное. У операторов старшего возраста с более низкими зрительными функциями качество восстановления после ночного отдыха выше, что обусловлено развитием у них в результате зрительного труда состояния зрительного утомления, которое лучше проходит после ночного отдыха.

1. Даниличев В.Ф. Современная офтальмология: руководство — Изд.Дом «Питер». — 2009. — 684 с.
2. Дядина У.В., Розенблум Ю.З. Причины и механизмы астенопии // Вестник оптометрии. — 2003. — Т.1, №3. — С.26–28.
3. Емельянов Г.А. Состояние аккомодации как индикатор синдрома хронической усталости у пациентов зрительно-напряженного труда // Катарактальная и рефракционная хирургия. — 2013. — №1. — С.23–25.
4. Емельянов Г.А., Щукин С.Ю. Субъективные нарушения аккомодационно-рефракционной системы глаза у человека-оператора зрительно-напряженного труда // Военно-медицинский журнал. — 2012. — Т.133, №2. — С.60–62.
5. Емельянов Г.А., Гусев Ю.А., Капкова С.Г. Динамика объективных показателей аккомодации у лиц без патологии органа зрения в процессе зрительно-напряженного труда // Инновационные технологии в офтальмологической практике регионов. — Астрахань. — 2012. — С. 62–63.
6. Кальниш В.В., Ена А.И. Современное состояние профессионального психофизиологического отбора в Украине // Медицина труда и промышленная экология. — 2006. — № 3. — С. 12–17.
7. Кочина М.Л., Козак Л.М., Евтушенко А.С. Анализ изменения факторных структур показателей функционального состояния человека при разных видах зрительной нагрузки // Вісник проблем біології і медицини. — 2013. — Вип.1, том 1(98). — С.41–45.
8. Аккомодационные нарушения у лиц зрительно-напряженного труда с явлениями психологической дезадаптации /И.Г.Овечкин [и др.] // Российский офтальмологический журнал. — 2014. — №1. — С.39–41.
9. Овечкин И.Г., Рагимова Н.Р. Исследование динамики функционального состояния сенсорного отдела зрительного анализатора в процессе профессиональной деятельности на персональном компьютере // Офтальмология. — 2010. — Т7, №4. — С. 32–35.
10. Применение функциональной коррекции органа зрения пациентам-операторам зрительного профиля с позиций современных требований к медицинской реабилитации / И.Г.Овечкин [и др.] // Российский офтальмологический журнал. — 2015. — Т8, №1. — С.90–97.
11. Результаты оценки функционального состояния человека при зрительном труде / А. С. Евтушенко, Л. М. Козак, М. Л. Кочина, А. В. Яворский // Світ медицини та біології. — 2015. — № 2. — С. 39-44.
12. Розенблум Ю.З., Корнюшина Т.А., Фейгин А.А. Профессиональная офтальмопатия // Медицина труда и промышленная экология. — 1995. — №4. — С. 14–16.
13. Сомов Е.Е. Методы офтальмоэргономики. АН СССР, отделение физиологии — Л. : Наука, 1989. — 157 с.
14. Шакула А.В., Емельянов Г.А. Оценка состояния аккомодации и «качества жизни» у пациентов зрительно-напряженного труда с расстройствами психологической

- адаптации // Вестник восстановительной медицины. — 2013. — №4. — С.52–56.
15. Шаповалов С.Л., Милявская Т.И., Игнатьев С.А. Аккомодация глаза и ее нарушения [Текст]: монография — Изд-во: МиК. — 2012. — 188 с.
16. Шаповалов С.Л., Александров А.С. Материалы к проблеме зрительного утомления у операторов видеодисплейных терминалов — М. : ГКБГ им. Академика Н.Н. Бурденко, 1999. — 174 с.
17. Anshe, J. Accommodation for computer users ... and more // Optometry. — 2002. — Vol.73, №7. — P.405–406.
18. Collins M., Davis B., Atchison D. VDT screen reflections and accommodation response. // Ophthical. Physiol. Opt. — 2004. — Vol.14, N4. — P.193–198.
19. Mocci F., Serra A., Corrias G.A. Psychological factors and visual fatigue in working with video display terminals // J. Occup. Environ. Med. — 2001. — Vol.58, №4. — P. 267–271.

UDC 617.751-057-07

## THE ASSESMENT OF CONNECTION STRUCTURE BETWEEN THE FUNCTIONAL INDEXES OF PC OPERATORS DURING THE VISUAL WORK WITH FACTOR MODELS' USE

A.S. Evtushenko<sup>1</sup>, L.M. Kozak<sup>2</sup>, M.L.Kochina<sup>3</sup>

<sup>1</sup>*MIHP "Kharkiv Municipal Clinical Hospital №14 named by Prof. L.L. Girshman"*

<sup>2</sup>*International reasearch and training center for information technologies and systems of National Academy of Science and Ministry of Science of Ukraine (Kyiv)*

<sup>3</sup>*Kharkiv Medical Academy of Postgraduate Education (Kharkiv)*

**Introduction.** PC operators' work is connected to necessity of information large amounts perception from PC display. Such activities require of high attention concentration and particular responsibility for production goals. Arduous visual work of PC operators on close distance results in high psychoemotional stress and exerts an impact on functional state. Severe visual asthenopias in PC operators may be observed on the background of normal values of visual system's functional indexes that require of such states causes determination for prophylaxis measures development.

**The purpose** of the article is to evaluate the impact of the visual work at close distance on the structure of relationships between visual system's indexes and functional state's indexes.

**Methods.** 41 PC operators took part in the study. The average age of study subjects was  $(29,6 \pm 4,0)$  y.o. The functional indexes of visual system were measured in all PC operators before and after visual work. The indexes of functional state were also measured by self-assessment using developed questionnaire. The obtained results processing was performed using descriptive statistics methods, cluster and factor analysis.

**Results.** On the background of performed research using clustering and factor analysis it was found that younger PC operators with higher visual functions the visual work on close distance results in state similar to spasm of accommodation. The recovery after night rest was worse than in PC operators with low visual functions. Older PC operators have higher quality of recovery after night rest. It may be determined by development of visual fatigue as the result of visual work .

The recovery after night rest in case of visual fatigue is better than in case of accommodation spasm.

**Conclusion.** Visual work on close distance results in configuration change of connection between indexes of visual system that support visual perception. The peculiarities of these changes depend on visual system's indexes. The results of PC operators functional state's self-assessment using the questionnaire developed by us had shown that in PC operators with low functional possibilities the common and visual complaints rate was certainly lower than in operators with high functional possibilities.

**Keywords:** factor models, visual system, functional state, PC operator work.

1. Danilichev V.F. *Sovremennaya oftal'mologiya: rukovodstvo*. — Izd. Dom «Piter». — 2009. — 684p.
2. Dyadina U.V., Rozenblyum YU.Z. Prichiny i mekhanizmy astenopii // *Vestnik optometrii*. — 2003. — Vol.1, №3. — P. 26–28.
3. Yemel'yanov G.A. Sostoyaniye akkomodatsii kak indikator sindroma khronicheskoy ustalosti u patsiyentov zritel'no-napryazhennogo truda // *Kataraktal'naya i refraktsionnaya khirurgiya*. — 2013. — №1. — P. 23–25.
4. Yemel'yanov G.A., Shchukin S.YU. Sub'yektivnyye narusheniya akkomodatsionno-refraktsionnoy sistemy glaza u cheloveka-operatora zritel'no-napryazhennogo truda // *Voyenno-meditsinskiy zhurnal*. — 2012. — Vol.133, № 2. — P.60–62.
5. Yemel'yanov G.A., Gusev YU.A., Kapkova S.G. Dinamika ob'yektivnykh pokazateley akkomodatsii u lits bez patologii organa zreniya v protsesse zritel'no-napryazhennogo truda // *Innovatsionnyye tekhnologii v oftal'mologicheskoy y praktike regionov*. — Astrakhan'. — 2012. — P. 62–63.
6. Kal'nish V.V., Yena A.I. Sovremennoye sostoyaniye professional'nogo psikhofiziologicheskogo otbora v Ukraine // *Meditsina truda i promyshlennaya ekologiya*. — 2006. — № 3. — P. 12–17.
7. Kochina M.L., Kozak L.M., Yevtushenko A.S. Analiz izmeneniya faktornykh strukturpokazateley funktsional'nogo sostoyaniya cheloveka pri raznykh vidakh zritel'noy nagruzki // *Visnik problem biologii? i meditsini*. — 2013. — Vol. 1, №1(98). — P. 41–45.
8. Akkomodatsionnyye narusheniya u lits zritel'no-napryazhennogo truda s yavleniyami psikhologicheskoy dezadaptatsii / I.G.Ovechkin [i dr.] // *Rossiyskiy oftal'mologicheskii zhurnal*. — 2014. — №1. — P.39–41.
9. Ovechkin I.G., Ragimova N.R. Issledovaniye dinamiki funktsional'nogo sostoyaniya sensornogo otdela zritel'nogo analizatora v protsesse professional'noy deyatel'nosti na personal'nom komp'yutere // *Oftal'mologiya*. 2010. — T7, №4. — P. 32–35.
10. Primeneniye funktsional'noy korrektsii organa zreniya patsiyentam-operatoram zritel'nogo profilya s pozitsiy sovremennykh trebovaniy k meditsinskoy reabilitatsii / I.G. Ovechkin [i dr.] // *Rossiyskiy oftal'mologicheskii zhurnal*. — 2015. — Vol.8, №1. — P. 90–97.
11. Rezul'taty otsenki funktsional'nogo sostoyaniya cheloveka pri zritel'nom trude / A.S. Yevtushenko, L.M. Kozak, M.L. Kochina, A.V. Yavorskiy // *Svit meditsini ta biologii*. — 2015. — № 2. — P. 39–44.
12. Rozenblyum YU.Z., Korniyushina T.A., Feygin A.A. Professional'naya oftal'mopatiya // *Meditsina truda i promyshlennaya ekologiya*. — 1995. — №4. — P. 14–16.
13. Somov Ye.Ye. *Metody oftal'moergonomiki*. AN SSSR, otdeleniye fiziologii. — L. : Nauka, 1989. — 157 p.
14. Shakula A.V., Yemel'yanov G.A. Otsenka sostoyaniya akkomodatsii i «kachestva zhizni» u patsiyentov zritel'no-napryazhennogo truda s rasstroystvami psikhologicheskoy adaptatsii // *Vestnik vosstanovitel'noy meditsiny*. — 2013. — №4. — P. 52–56.

15. Shapovalov S.L., Milyavskaya T.I., Ignat'yev S.A. Akkomodatsiya glaza i yeye narusheniya [Tekst]: monografiya — Izd-vo: MiK. —2012. — 188 p.
16. Shapovalov S.L., Aleksandrov A.S. Materialy k probleme zritel'nogo utomleniya u operatorov videodispleynykh terminalov — M. : GKVG im. Akademika N.N. Burdenko, 1999. — 174 p.
17. Anshe, J. Accomodation for computer users ... and more // Optometry. — 2002. — Vol.73, №7. — P.405–406.
18. Collins M., Davis B., Atchison D. VDT screen reflections and accomodation responce // Ophthical. Physiol. Opt. — 2004. — Vol.14, N4. — P.193–198.
19. Mocci F., Serra A., Corrias G.A. Psychological factors and visual fatigue in working with video display terminals // J. Occup. Environ. Med. — 2001. — Vol.58, №4. — P. 267–271.

Получено 20.05.16

# МОДЕЛИРОВАНИЕ АНТИМИКРОБНОЙ АКТИВНОСТИ АНТИБИОТИКА «ЦЕФАЗОЛИН» В КОМБИНАЦИИ С НАНОЧАСТИЦАМИ СЕРЕБРА

М.Ю. Антомонов, Л.И. Романенко

*ГУ «Институт общественного здоровья им. А.Н. Марзеева НАМН Украины»*

Экспериментально исследована эффективность действия раствора наночастиц серебра «Серебряный щит - 1000», антибиотика «Цефазолин» и композита на их основе. На основании полученных данных построена математическая модель зависимости гибели тест-микрорганов от времени экспозиции и концентрации этих веществ, что позволило рассчитать критическое значение концентрации композита, вызывающее полное отмирание тест-микрорганов. По математическим моделям проведено сравнение эффективности действия наночастиц серебра, антибиотика и их композиционной смеси.

**Ключевые слова:** наночастицы серебра, антибиотик «Цефазолин», скорость отмирания тест-микрорганов, математическая модель.

Експериментально досліджено ефективність дії розчину наночастинок срібла «Срібний щит - 1000», антибіотика «Цефазолін» і композиту на їх основі. На основі одержаних даних побудовано математичну модель залежності загибелі тест-мікроорганізмів від часу експозиції та концентрації цих речовин, що дозволило розрахувати критичне значення концентрації композиту, яка викликає повне відмирання тест-мікроорганізмів. За математичними моделями проведено порівняння ефективності дії наночастинок срібла, антибіотиків та їх композиційної суміші.

**Ключові слова:** наночастинок срібла, антибіотик «Цефазолін», швидкість відмирання тест-мікроорганізмів, математична модель.

## ВВЕДЕНИЕ

В области медицины идет активный поиск новых препаратов в наноразмерном диапазоне, обладающих биоцидными свойствами. Активно развивается конструирование комбинированных препаратов, в составе которых используются наночастицы (НЧ). К наиболее актуальным разработкам относятся композиции НЧ с антибиотиками [1, 2, 3]. До настоящего времени антибиотикотерапия остается основной стратегией в борьбе с инфекционной заболеваемостью, которая, несмотря на разработку комплексов профилактических мероприятий, продолжает оставаться на высоком уровне. Однако следует учитывать формирование резистентности микроорганизмов к антибиотикам. Лабильность генетического аппарата возбудителей обуславливает довольно высокую скорость роста антибиотикорезистентности среди микроорганизмов.

Последние исследования показали, что сочетание металлических НЧ с антибиотиками не только снижает токсичность обоих агентов по отношению к клеткам человека, уменьшая потребность в больших дозах, но также увеличивает бактерицидность [4, 5, 6].

Среди имеющихся НЧ металлов при создании композитов серебра принадлежит одно из ведущих мест. Весомым достоинством серебра является низкая вероятность возникновения резистентности микроорганизмов к этому бактерициду [7].

Исследование антимикробного действия НЧ Ag в сочетании с антибиотиками получили распространение с начала 2000-х годов. На сегодня известны результаты эффектов действия НЧ в сочетании с такими антибиотиками как пенициллин, амоксициллин, эритромицин, клиндамицин, ванкомицин, хлорамфеникол, имипинен, ципрофлоксацин, триметаприм. При этом чаще всего наблюдается явление синергизма. Значительно реже встречаются нейтральное действие и антагонизм [8].

Провести сравнительный анализ антимикробных эффектов композиционных смесей, полученных разными авторами, достаточно сложно. Если антибиотики являются стандартизированными препаратами, то выдвинуть такие же требования к НЧ невозможно. Антимикробное действие НЧ зависит от их размеров, формы, наличия примесей, способа получения и метода определения. Поэтому антимикробную активность композиционной смеси НЧ серебра с антибиотиками необходимо изучать отдельно для каждого вида НЧ, полученных конкретным способом.

Результаты любого медико-биологического исследования приобретают значительно большую научную значимость, если они подвергаются полноценной статистической и математической обработке. Наиболее эффективный и значимый математический прием заключается в построении математической модели исследуемого процесса. Модель позволяет приблизиться к теоретическому пониманию явления, описать процесс в виде математических функций, получить прогноз результата при изменении уровня факторов и времени их воздействия, провести анализ свойств модели и получить новые результаты без проведения дополнительных экспериментов [9].

**Цель работы** — выявление особенностей антимикробной активности НЧ Ag в комбинации с антибиотиком «Цефазолин» с помощью математической модели их действия («концентрация — время — эффект»).

## ОБЪЕКТЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В работе исследованы антимикробные свойства композита, состоящего из антибиотика «Цефазолин» в соединении с НЧ Ag. Концентрированный коллоидный раствор НЧ Ag в глицерине «Серебряный щит - 1000» разработан в Институте сверхтвёрдых материалов им. В.М. Бакуля НАН

Украины и получен с помощью модуля плазменного диспергирования одностадийным физическим способом приготовления высококонцентрированных коллоидных растворов ультрадисперсных частиц электропроводящих материалов [10]. Концентрированный коллоидный раствор «Серебряный щит - 1000» представляет собой темно-серую прозрачную жидкость с концентрацией наночастиц серебра 60 мг/л и размером частиц серебра 10–80 нм. Выпуск раствора производился в соответствии с требованиями ТУ 05417377-13-09.

Изучение антимикробных свойств композита и их компонентов проводили с использованием штаммов тест-микроорганизмов (МО): *Escherichia coli* ATCC 25922 (*E. coli*) и *Staphylococcus aureus* ATCC 6538 (*S. aureus*).

*Схема эксперимента.* Для определения бактерицидной активности коллоидного раствора наносеребра «Серебряный щит - 1000» был использован суспензионный метод. Испытания по определению антимикробной активности растворов с наночастицами серебра суспензионным методом выполняли при следующих условиях. Разведение наночастиц серебра проводили стерильной дистиллированной водой. К испытуемому образцу добавляли разбавленную в дистиллированной воде суспензию микроорганизмов (МО) в объеме, который обеспечивал инокулум  $10^7$  КОЕ/см<sup>3</sup>. Продолжительность экспозиции опыта составляла от 5-ти минут до 24-х часов. По истечении срока экспозиции проводили посев образцов поверхностным методом по 0,5 см<sup>3</sup> на соответствующую плотную питательную среду в разбавлениях  $10^0$ ,  $10^{-1}$  и дополнительном —  $10^{-2}$  для удобства подсчета полученных результатов.

В качестве контроля штаммов МО использовали валидационную суспензию. После инкубации посевов (36°C в течение 24-х часов) проводили учет результатов испытаний путем подсчета количества МО на чашках, которое не превышало 330 КОЕ, и расчета средних значений двух чашек каждого из разведенных в пересчете на 1,0 см<sup>3</sup>. Результаты испытаний коллоидного раствора наносеребра сравнивали с результатами контроля культуры МО, проведенного аналогично опыту.

Определение минимальной ингибирующей концентрации и минимальной бактерицидной концентрации (МБК) антибиотика (как составляющего компонента композита) проводили методом серийных разведений, который применяется для определения чувствительности микроорганизмов к антибиотикам.

По результатам исследований объединяли антибиотик «Цефазолин» и раствор наносеребра «Серебряный щит - 1000» на уровне МБК и ниже.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ АНТИМИКРОБНОГО ДЕЙСТВИЯ КОЛЛОИДНОГО РАСТВОРА НАНОСЕРЕБРА «СЕРЕБРЯНЫЙ ЩИТ - 1000»**

На первом этапе проведения экспериментов была выполнена оценка изолированного действия коллоидного раствора наносеребра «Серебряный щит - 1000» (табл. 1).

Поскольку факторами, влияющими на процесс отмирания МО ( $y$ ), были концентрация раствора ( $C$ ) и время его действия ( $T$ ), модель описания процесса имела следующий общий вид:

$$y = y(\{a\}, C, T), \tag{1}$$

где:  $\{a\}$  — набор параметров модели.

**Таблица 1**

*Результаты исследования антимикробной активности раствора НЧ Ag «Серебряный щит - 1000» (КОЕ/см<sup>3</sup>)*

Время экспозиции (мин)	Разведение НЧ Ag «Серебряный щит - 1000» (мкг/см <sup>3</sup> )				Контроль культуры E. coli
	15,0	7,5	3,75	1,875	
5	55	58	46	52	65
60	15	27	30	33	61
120	13	24	18	19	62
180	0	6	10	12	63

Исходя из вида графиков динамики (рис. 1) и общих теоретических представлений о динамике процессов гибели МО, в качестве математической модели  $y(T)$  была выбрана экспоненциальная функция:

$$y = y_0(C) \exp[-\alpha(C) T], \tag{2}$$

где  $y_0(C)$  — начальное значение функции при  $T = 0$   $y_0 = y(T = 0)$ ;  $\alpha(C)$  — скорость отмирания МО.

Величину  $y_0$  примем равной среднему значению в контроле:

$$y_0(C) = y_0 = \text{const} = 62,75 \text{ КОЕ/см}^3.$$

Модель (2) приобретает вид зависимости функции только от параметра скорости  $\alpha$ :

$$y = y_0 \exp[-\alpha(C) T]. \tag{3}$$

Средние значения этого параметра, а также их ошибки ( $S_\alpha$ ), коэффициенты Стьюдента ( $t_\alpha$ ) и достоверность ( $p_\alpha$ ) для каждой концентрации ( $C$ ) были рассчитаны по исходным данным численными методами (Левенберга-Марквардта) с помощью программного продукта STATISTICA 10.0 и приведены в табл. 2.

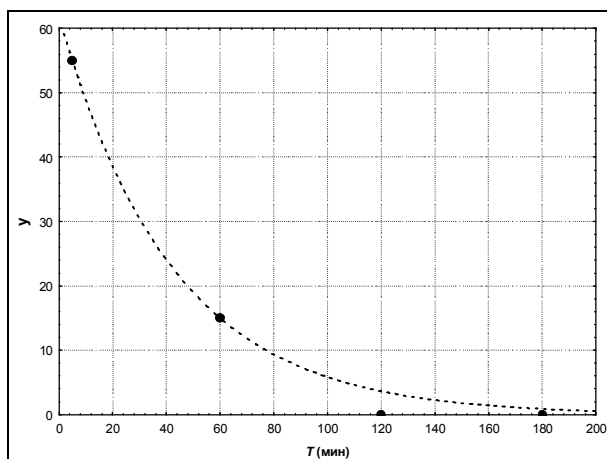


Рис. 1. Пример эмпирической кривой динамики отмирания МО

**Таблица 2**

*Результаты расчета параметра скорости ( $\alpha$ ) для исследованных концентраций раствора «Серебряный щит - 1000» (математическая модель (3))*

$C(\text{мкг/см}^3)$	Статистические характеристики			
	$\alpha$	$S_\alpha$	$t_\alpha$	$p_\alpha$
15	0,020	0,004	5,527	0,012
7,5	0,011	0,002	6,424	0,008
3,75	0,011	0,003	4,444	0,021
1,875	0,010	0,001	7,813	0,004

Из таблицы следует, что значения параметра  $\alpha$  для всех исследованных концентраций  $C$  были достоверны ( $p < 0,05$ ), что свидетельствует об адекватности предложенной модели.

Далее была исследована зависимость параметра скорости от концентрации раствора «Серебряный щит - 1000» ( $\alpha(C)$ ). В соответствии с графиком  $\alpha(C)$  и с учетом малого количества точек для построения модели для описания этой зависимости была выбрана простая линейная функция:

$$\alpha(C) = a + bC. \quad (4)$$

Для упрощения дальнейших построений используем граничные условия. Очевидно, что при отсутствии воздействия скорость отмирания МО будет равна нулю ( $\alpha(C = 0) = 0$ ), т.е. в модели (4) должен отсутствовать свободный член и зависимость  $\alpha(C)$  приобретает наиболее простой вид:

$$\alpha(C) = bC. \quad (5)$$

Значения параметров  $b$  и их статистические характеристики приведены в табл. 3.

**Таблица 3**

*Значения параметров модели изменения скорости процесса отмирания МО при изменении концентрации раствора «Серебряный щит-1000»*

Параметр	Статистические характеристики			
	среднее	ошибка	<i>t</i>	<i>p</i>
<i>b</i>	0,0025	0,0003	8,15	0,001

Полученные значения параметров  $y_0 = 62,75$  и  $b = 0,0025$  можно считать начальными приближениями общей функции «концентрация — время — эффект» для действия раствора «Серебряный щит - 1000»:

$$y = y_0 \exp(-bTC). \quad (6)$$

Используя начальные приближения, можно получить численными методами точные значения параметров модели (табл. 4).

**Таблица 4**

*Результаты расчетов параметров функции (6)*

Параметр	Статистические характеристики			
	среднее	ошибка	<i>t</i>	<i>p</i>
$y_0$	58,178	3,3026	17,62	<0,001
<i>b</i>	0,0026	0,0005	5,59	<0,001

Следовательно, в окончательном виде модель зависимости отмирания МО при действии раствора «Серебряный щит - 1000» запишется в таком виде:

$$y = y_0 \exp(-bTC) = 58,18 \exp(-0,0026TC). \quad (7)$$

График этой функции представлен на рис 2.

Содержательное использование полученной модели состояло в расчете такого прогнозного значения концентрации  $C^*$ , при котором происходило бы полное отмирание МО практически сразу же после начала воздействия ( $T^*$ ).

$$C^* = (-\ln(y^*/y_0)) / (bT^*). \quad (8)$$

Поскольку по условиям проведения эксперимента первая точка регистрации количества МО происходит на 5-й минуте, а чувствительность метода измерения МО — на уровне 15 (КОЕ/см<sup>3</sup>), можно считать граничными значениями  $T^* = 5$  мин  $y^* = 14$  (КОЕ/см<sup>3</sup>). При подстановке этих значений в полученную функцию рассчитано среднее критическое значение концентрации МО.

Однако практически более значимым является минимальное значение  $C^*_{min}$ , которое находится на нижней границе доверительного интервала

изменения концентрации МО. Подставляя в формулу (8) соответствующие граничные значения параметров  $y_0$  и  $b$ , получаем  $C^*_{min} = 69,15 \text{ мкг/см}^3$ .

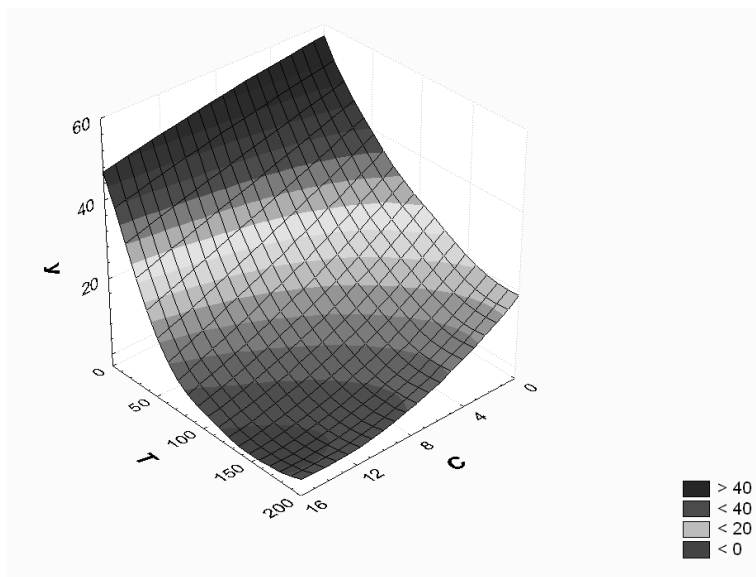


Рис. 2. Графическое представление зависимости отмирания МО ( $y$  — КОЕ/см<sup>3</sup>) при изменении времени ( $T$  — мин) и концентрации раствора «Серебряный щит -1000» ( $C$  — мкг/м<sup>3</sup>)

Для проверки адекватности этой модели и верификации ее параметров был проведен дополнительный эксперимент. С учетом погрешности методики и из удобства постановки опыта была использована критическая концентрация  $C^*_{min} = 70 \text{ (мкг/см}^3\text{)}$ .

В результате эксперимента было подтверждено, что при такой концентрации антибиотика полное отмирание МО ( $y < 14 \text{ КОЕ/см}^3$ ) происходило уже на 5-й минуте воздействия.

Таким образом, доказана адекватность построенной математической модели и установлена критическая концентрация раствора «Серебряный щит - 1000», приводящая к требуемому эффекту.

#### **АНАЛИЗ АНТИМИКРОБНОГО ДЕЙСТВИЯ КОМПОЗИТА ИЗ АНТИБИОТИКА «ЦЕФАЗОЛИН» С РАСТВОРОМ НАНОСЕРЕБРА «СЕРЕБРЯНЫЙ ЩИТ - 1000»**

Следующим этапом было исследование антимикробного действия композиционной смеси раствора НЧ Ag «Серебряный щит - 1000» ( $3,75 \text{ мкг/см}^3$ ) и антибиотика «Цефазолин».

По результатам исследований антимикробной активности составляющих композита определяли концентрации для объединения их в композиционную смесь. Композит получали путем объединения растворов коллоидного наносеребра и антибиотика в концентрациях на уровне МБК и ниже. В качестве растворителя компонентов композита использовали буферный раствор pH 7,0.

Результаты экспериментального исследования приведены в табл. 5.

Как и ранее, считалось, что характеристиками, влияющими на процесс отмирания МО ( $y$ ), были концентрация воздействующего фактора ( $C$ ) и время его действия ( $T$ ). То есть модель в общем виде записывалась так же, как и (1).

Графики динамики процесса гибели МО так же, как и в первой части исследования, имели вид спадающих экспонент.

Исходя из условий эксперимента, логично допустить, что в нулевой момент времени все значения  $y_0$  будут равны среднему в контроле, т.е. считаем, что для всех моделей  $y_0 = 54,00$  (мкг/см<sup>3</sup>).

**Таблица 5**

*Результаты антимикробной активности раствора «Серебряный щит - 1000» в комбинации с антибиотиком «Цефазолин» (КОЕ/см<sup>3</sup>).*

Вре- мя экспо- зиции (мин)	Концентрация антибиотика, мкг/ см <sup>3</sup>								«Сереб- ряный щит - 1000»	Контроль культуры <i>S.aureus</i> ,
	КОМПОЗИТ				«Цефазолин»					
	3,12 5	1,5 6	0,7 8	0,3 9	3,125	1,5 6	0,78	0,3 9	3,75 мкг/см <sup>3</sup>	
5	0	20	40	48	0	21	25	33	55	57
60	0	5	6	7	0	18	30	37	17	55
120	0	0	0	2	0	11	28	26	10	54
180	0	0	0	2	0	10	24	30	5	50

В таком случае построение математических моделей снова будет сводиться только к расчету параметра скорости  $\alpha$ . Значения  $\alpha$  и их статистические характеристики (ошибки —  $S_\alpha$ , коэффициенты Стьюдента —  $t_\alpha$  и достоверности —  $p_\alpha$ ) были рассчитаны, как и ранее, по исходным данным численными методами (Левенберга-Марквардта) с помощью программного продукта STATISTICA 10.0 и приведены в табл. 6.

Далее была исследована зависимость  $\alpha(C)$  при действии только антибиотика «Цефазолин» и при его действии совместно с раствором «Серебряный щит - 1000».

Как и ранее, в соответствии с графиком  $\alpha(C)$  в качестве модели была выбрана линейная функция без свободного члена (5).

Рассчитаны значения параметров  $b$  (и их статистические характеристики) при действии только антибиотика «Цефазолин» и при его действии совместно с раствором «Серебряный щит – 1000» (табл. 7).

Поскольку значения параметров модели достоверные, выбранную модель можно считать адекватной.

Значения  $b$ , а также принятые за  $y_0$  средние в контроле были использованы в качестве начальных приближений при расчете полной модели (6).

**Таблица 6**

*Значения статистических характеристик параметров скорости  $\alpha$  при действии раствора «Серебряный щит - 1000» в комплексе с антибиотиком «Цефазолин».*

Фактор	С (мкг/см <sup>3</sup> )	Статистические характеристики			
		$\alpha$	$S_{\alpha}$	$t_{\alpha}$	$p_{\alpha}$
композит	1,56	0,199	0,029	6,882	0,006
	0,78	0,048	0,008	6,031	0,009
	0,39	0,031	0,004	8,443	0,003
«Цефазолин»	1,56	0,189	0,128	1,472	0,238
	0,78	0,153	0,219	0,701	0,534
	0,39	0,005	0,002	2,295	0,105

**Таблица 7**

*Значения параметров модели (5) процесса отмирания микроорганизмов при действии композита и антибиотика*

Фактор	Статистические характеристики			
	среднее	ошибка	$t$	$p$
Композит	0,142	0,024	5,93	<0,01
Антибиотик	0,121	0,008	15,885	<0,001

Результаты уточнения, выполненные методом Левенберга-Марквардта с помощью программного продукта STATISTICA 10.0, приведены в табл. 8.

**Таблица 8.**

*Результаты расчетов параметров функции (6)*

Параметр	Статистические характеристики			
	среднее	ошибка	$t$	$p$
$y_0$	60,098	1,516	39,65	<0,001
$b$ композита	0,118	0,011	10,32	<0,001
$b$ антибиотика	0,012	0,003	3,54	0,003

Таким образом, математическая модель «концентрация — время — эффект» для действия композита запишется в виде:

$$y = y_0 \exp(-bTC) = 60,098 \exp(-0,118T \text{ C}). \quad (9)$$

Аналогично, модель при изолированном действии антибиотика будет иметь вид:

$$y = y_0 \exp(-bTC) = 60,098 \exp(-0,012T \text{ C}). \quad (10)$$

Из таблицы следует, что скоростной параметр  $b$  для композита на порядок больше, чем для антибиотика. Отношение этих значений ( $k$ ) можно считать характеристикой эффективности действия композита по сравнению с

изолированным действием антибиотика:

$$k = b \text{ композита} / b \text{ антибиотика} = 0,118 / 0,012 = 9,72.$$

Используя исходную таблицу результатов этого этапа экспериментального исследования (табл. 7), можно также выполнить построение модели для изолированного действия раствора «Серебряный щит - 1000» и анализ ее параметров. Поскольку раствор действовал в одной концентрации ( $C = 3,75 \text{ мкг/см}^3$ ), модель имела вид:

$$y = y_0 \exp(-bT) \quad (11)$$

Результаты расчетов приведены в табл. 9.

Значение параметра  $y_0$  для модели (11) не отличалось достоверно от  $y_0$  в моделях (9), (10). А значение параметра  $b$  было существенно меньше, чем в предыдущих моделях.

**Таблица 9.**

*Значения параметров модели процесса отмирания МО при действии раствора «Серебряный щит - 1000»*

Параметр	Статистические характеристики			
	среднее	ошибка	$t$	$p$
$y_0$	59,768	2,323	25,73	<0,001
$b$	0,0048	0,0006	8,58	0,003

По аналогии с подходами, принятыми в токсикологии, можно оценить характер совместного действия композита (раствора «Серебряный щит - 1000» и антибиотика «Цефазолин») по сравнению с суммой их изолированного действия. А именно, если результат совместного действия меньше суммы эффектов изолированных воздействий, то принято говорить об антагонизме. Приблизительное равенство сумме свидетельствует о суммации. Результат совместного действия, который больше суммы раздельных эффектов, свидетельствует о синергизме (потенцировании).

Если считать, что параметр  $b$  характеризует антимикробную активность действующих веществ, то в нашем исследовании можно однозначно утверждать, что композит проявляет потенцирующий эффект:

$$b \text{ композита} \gg (b \text{ антибиотика} + b \text{ раствора}),$$

поскольку

$$0,118 \gg (0,012 + 0,0048) = 0,0168.$$

Таким образом, применение методов математического моделирования позволило провести сравнительное сопоставление эффективности антимикробной деятельности антибиотика «Цефазолин» и его композита с наночастицами серебра, рассчитать минимально действующую

концентрацию раствора «Серебряный щит - 1000», определить характер совместного действия антибиотика и раствора наночастиц.

## Выводы

Предложена математическая модель скорости отмирания тест-микроорганизмов при изменении времени действия и концентрации раствора наносеребра «Серебряный щит - 1000», рассчитаны ее параметры по экспериментальным данным. С помощью математической модели определена минимально действующая бактерицидная концентрация этого раствора. Дополнительный эксперимент, в котором была исследована эта концентрация раствора, продемонстрировал отсутствие его действия, что свидетельствует об адекватности математической модели и справедливости расчетов, полученных с ее помощью.

По результатам экспериментального изучения антимикробной активности антибиотика «Цефазолин» и его композиционной смеси с раствором наносеребра «Серебряный щит - 1000» построены математические модели отмирания микроорганизмов при изменении времени и концентрации действующих веществ. По параметрам математических моделей рассчитан коэффициент эффективности композита по сравнению с антимикробным действием только антибиотика «Цефазолин» и показано, что композит на порядок эффективнее антибиотика.

При сравнении раздельного действия антибиотика «Цефазолин» и раствора наносеребра «Серебряный щит - 1000» с совместным их действием в составе композиционной смеси показано, что антимикробное действие композита значительно больше, чем сумма их изолированных эффектов, что свидетельствует о потенцирующем характере его действия.

1. Нанометали: стан сучасних досліджень та використання в біології, медицині та ветеринарії / В.Ф. Шаторна, В.І. Гарець, В.В. Крутенко та інші. // Вісник проблем біології і медицини. — 2012. — Вип. 3. — Т. 2. — С. 29–33.
2. Андрусишина И.Н. Наночастицы металлов: способы получения, физико-химические свойства, методы исследования и оценка токсичности // Сучасні проблеми токсикології. — 2011. — № 3. — С. 5–13.
3. Чекман І.С., Ніцак О.В. Нанофармакологія: стан та перспективи наукових досліджень // Вісник фармакології та фармації. — 2007. — № 11. — С. 7–10.
4. Biogenic synthesis of silver nanoparticles and their synergistic effect with antibiotics: a study against gram-positive bacteria / A.M. Fayas, K. Balaji, M. Girial et al. // Nanomedicine. — 2010. — Vol. 6(1). — P. 103–109.
5. Synergistic antibacterial effects of beta-lactam antibiotic combined with silver nanoparticles / P. Li, J. Li, C. Wu et al. // Nanotechnology. — 2005. — Vol. 16(9). — P. 1912–1917.
6. Coping with antibiotic resistance: combining nanoparticles with antibiotics and other antimicrobial agents / A.M. Allahverdiev, K.V. Kon, E.S. Abamor et al. // Expert Rev Anti Infect ther. — 2011. — Vol. 9(11). — P. 1035–1052.

7. Препарати срібла: вчора, сьогодні і завтра / О.Б. Щербаков, Г.І. Корчак, І.М. Скороход та ін. // Фармацевтичний журнал. — 2006. — № 5.
8. Synthesis and effect of silver nanoparticles on the antibacterial activity of different antibiotics against *Staphylococcus aureus* and *Escherichia coli* / A.R. Shahverdi, A. Fakhimi, H.R. Shahverdi, S. Minaian // *Nanomedicine*. — 2007. — Vol. 3. — P. 168–171.
9. Антомонов М.Ю. Математическая обработка и анализ медико-биологических данных. — Киев: Изд-во „Малый друк”, 2006. — 558с.
10. Дудко Д. А., Садохін В. П., Кістерські Л. Одностадійний спосіб приготування висококонцентрованих суспензій нанорозмірних часток електропровідних матеріалів на основі водорозчинних і водонерозчинних рідин та пристрій для його здійснення UA 80513 C2 25.09.2007

UDK 519.876.5:615.33

## MODELING ANTIMICROBIAL ACTIVITY ANTIBIOTIC "CEFAZOLIN" AND SILVER NANOPARTICLES

M.Y. Antomonov, L.I. Romanenko

*Marzeev's Public Health Institute of the National Medical Academy  
of Science of Ukraine of Ukraine (Kiev)*

**Introduction.** The creation of combined drugs, which are used in the composition of nanoparticles (NPs) is actively developing. The most relevant developments include the NPs composition and antibiotics. Mathematical models of the process under investigation lead to a theoretical understanding of this phenomenon, allow us to describe the process in the form of mathematical functions, make it possible to predict the outcome, to analyze the properties of the model and to obtain new data, without undue experimentation.

**The purpose** of the article is to determine the characteristics of antimicrobial activity of Ag NP in combination with an antibiotic "Cefazolin" with the help of mathematical models of their actions ("concentration - time - effect").

**Results.** Antimicrobial properties of the composite material were considered, which is called the "Silver Shield-1000", and which consists of antibiotic "Cefazolin" and NPs Ag. Isolated action "Silver Shield-1000" was considered at the first stage of the experiment. For this purpose dilution nanosilver 15,0; 7,5; 3,75; 1,875 (g/cm<sup>3</sup>), and the holding time was 5, 60, 120, 180 minutes. Based on experimental plots and the general theoretical ideas about the dynamics of the process of the withering away of microbes, mathematical model,  $y(t)$  has been selected as the exponential function  $y = y_0(C) \exp[-\alpha(C) T]$ . The values of the model parameters were calculated based on the original data using numerical methods (Levenberg-Marquardt) and software STATISTICA 10,0. The final model organisms, dying under the influence of the "Silver Shield-1000" had the following form:  $y = y_0 \exp(-btC) = 59,74 \exp(-0,0013 TC)$ . Using this model, the expected value of the concentration  $C^*$  at which should occur almost complete disappearance of microorganisms immediately after the start of the exposure ( $C^* = 73,15 \text{ g/cm}^3$ ) was calculated. An additional experiment was performed, which

confirmed this value that verifies the adequacy of the model as a whole.

In the second phase of researching it was experimentally investigated the combined effect of "Silver Shield" — 1000 ( $3.75 \text{ g/cm}^3$ ) and the antibiotic "Cefazolin" on the death of microorganisms. A mathematical model "concentration — time — effect" for the composite:  $y = 60,098\exp(-0,118 TC)$  and an antibiotic:  $y = 60,098\exp(-0,012 TC)$ . This made it possible to calculate the efficiency of the composite action compared with isolated action of an antibiotic ( $k = 9.72$ ). Furthermore, it was shown that the composite exhibits have a much greater effect than the sum of the isolated antibiotic action "Cefazolin" and "Silver shield — 1000". It is possible to determine the nature of such action as potentiation.

**Conclusion.** Mathematical modeling of the results of an experimental study of the antimicrobial activity of the antibiotic "Cefazolin" in combination with nanoparticles of silver allowed the calculation of the quantitative characteristics of the effectiveness of the active ingredients and performed a meaningful forecast of their action.

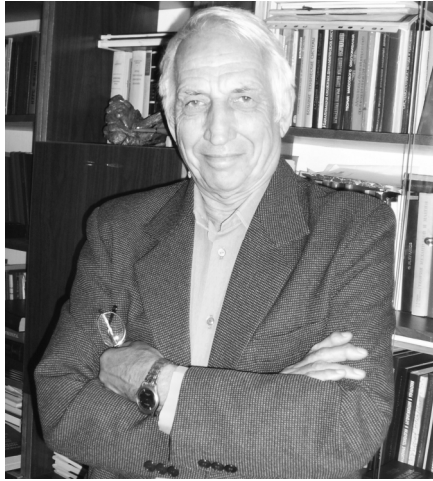
**Keywords:** silver nanoparticles, antibiotic "Cefazolin", death of microorganisms, mathematical model.

1. Nanometaly: the state of current research and use in biology, medicine and veterinary / V.F. Shatorna V.I. Harets V.V. Krutenko et al. // Herald problems of biology and medicine. — 2012. — Vol. 3. — T. 2. — P. 29–33.
2. Nanoparticles of metals: methods of preparation, physical and chemical properties, methods of research and evaluation of the toxicity // Suchasni problemi toksikologii. — 2011. — № 3. — P. 5–13.
3. I.S. Chekman Nanopharmacology: state and prospects of research // Journal of Pharmacology and Pharmacy. — 2007. — № 11. — P. 7–10.
4. Biogenic synthesis of silver nanoparticles and their synergistic effect with antibiotics: a study against gram-positive bacteria / A.M. Fayas, K. Balaji, M. Girial, et al. // Nanomedicine. — 2010. — Vol. 6(1). — P. 103–109.
5. Synergistic antibacterial effects of beta-lactam antibiotic combined with silver nanoparticles / P. Li, J. Li, C. Wu et al. // Nanotechnology. — 2005. — Vol. 16(9). — P. 1912–1917.
6. Coping with antibiotic resistance: combining nanoparticles with antibiotics and other antimicrobial agents / A.M. Allahverdiyev, K.V. Kon, E.S. Abamor et al. // Expert Rev Anti Infect Ther. — 2011. — Vol. 9(11). — P. 1035–1052.
7. Preparations silver: yesterday, today and tomorrow / O.B. Shcherbakov, G.I. Korczak, I.N. Skorokhod et al. // Pharmaceutical Journal. — 2006. — № 5.
8. Syntesis and effect of silver nanoparticles on the antibacterial activity of different antibiotics against *Stafphylococcus aureus* and *Escherichia coli* / A.R. Shahverdi, A. Fakhimi, H.R. Shahverdi, S. Minaian // Nanomedicine. — 2007. — Vol. 3. — P. 168–171.
9. M.Y. Antomonov The mathematical processing and analysis of medical and biological data. — Kiev: Publishing house "Malii Druk", 2006. — 558p.
10. Dudko DA, Sadohin VP, Kisterski AL-stage method of preparation of highly concentrated suspensions of nanoscale particles of conductive materials based on water-soluble and water-insoluble liquids and device for its implementation UA 80513 C2 25.09.2007

Получено 16.06.16

## **ПАВЛОВ ВАДИМ ВЛАДИМИРОВИЧ**

11.01.1933 – 06.06.2016



6 июня 2016 года ушел из жизни известный ученый в области кибернетики и автоматического управления, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН Украины и МОН Украины, член редколлегии журнала КВТ Павлов Вадим Владимирович.

Более четверти века В.В. Павлов возглавлял отдел эргатических систем управления, основал новую теорию в области кибернетики и автоматического управления — теория нелинейной инвариантности. Фундаментальные разработки интеллектуальных систем управления динамическими объектами, опубликованные в более 400 научных работах Павлова В.В., являются весомым вкладом в мировую науку.

За выдающиеся научные результаты В.В. Павлову была присуждена Государственная премия Украины в области науки и техники, премия им. В.М. Глушкова, присвоено почетное звание Заслуженного изобретателя НАН Украины, ученый отмечен многими государственными и международными наградами, избран действительным академиком Академии навигации и управления движением и Международной академии компьютерных наук.

Редколлегия журнала и коллеги скорбят об утрате и выражают соболезнование родным, близким и друзьям.

## **PAVLOV VADIM VLADIMIROVICH**

11.01.1933 – 06.06.2016

June 6, 2016, died a well-known scientist in the field of cybernetics and automatic control, doctor of technical sciences, professor, head of department at the International Research and Training Centre for Information Technologies and Systems NAS and MES of Ukraine, member of the editorial board of the Journal Pavlov Vadim Vladimirovich.

V.V. Pavlov more than a quarter century led the Department of ergatic control systems, was the founder of a new theory in cybernetics and automatic control — invariance of the nonlinear theory.

The Editorial Board and colleagues mourn about the loss and express their condolences to the family, relatives and friends.

## АВТОРЫ НОМЕРА

**Антомонов Михаил Юрьевич**, доктор биологических наук, профессор, заведующий лабораторией медицинской информатики ГУ «Институт общественного здоровья имени А.Н. Марзеева НАМН Украины», ул. Попудренко, 50, г. Киев-94, 02660, email: antomonov@gmail.com

**Губарев Вячеслав Федорович**, член-корреспондент НАН Украины, доктор технических наук, заведующий отделом управления динамическими системами Института космических исследований НАН Украины и ГКА Украины, пр. Академика Глушкова, 40, корпус 4/1, г. Киев, 03680, e-mail: v.f.gubarev@gmail.com

**Евтушенко Андрей Сергеевич**, врач-офтальмолог КУОЗ «Харьковская городская клиническая больница №14 имени проф. Л.Л. Гиршмана», ул. Олесь Гончара, 5, Харьков, 61023, e-mail: andrey-eye@yandex.ru

**Житецкий Леонид Сергеевич**, кандидат технических наук, и. о. зав. отделом автоматизированных систем обработки данных Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН Украины и МОН Украины, пр. Академика Глушкова 40, г. Киев, 03680 ГСП, e-mail: leonid\_zhiteckii@i.ua

**Козак Людмила Михайловна**, доктор биол. наук, старший научный сотрудник, ведущий научный сотрудник отдела медицинских информационных систем Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН Украины и МОН Украины, пр. Академика Глушкова, 40, г. Киев, 03680 ГСП, e-mail: lmkozak52@gmail.com

**Кочина Марина Леонидовна**, доктор биологических наук, профессор, профессор кафедры клинической информатики и информационных технологий в управлении здравоохранением Харьковской медицинской академии последипломного образования, ул. Корчагинцев, 58, Харьков, 61176, e-mail: m\_kochina@yahoo.com

**Любарщук Евгений Анатолієвич**, ассистент кафедры прикладной математики и информационных технологий Черновицкого Национального университета им. Ю. Федьковича, ул. Университетская, 28, г. Черновцы, 58008, e-mail: finvara@gmail.com

**Мельничук Сергей Викторович**, кандидат технических наук, научный сотрудник отдела управления динамическими системами Института космических исследований НАН Украины и ГКА Украины, пр. Академика Глушкова, 40, корпус 4/1, г. Киев, 03680, e-mail: sergvik@ukr.net

**Пильчевский Андрей Юрьевич**, аспирант Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН Украины и МОН Украины, пр. Академика Глушкова 40, г. Киев, 03680 ГСП, e-mail: terosjj@gmail.com

**Романенко Людмила Ивановна**, научный сотрудник лаборатории микробиологии ГУ «Институт общественного здоровья имени А.Н. Марзеева НАМН Украины», ул. Попудренко, 50, г. Киев-94, 02660, e-mail: Luda\_romanenko@ukr.net

**Сальников Николай Николаевич**, кандидат технических наук, старший научный сотрудник отдела управления динамическими системами Института космических исследований НАН Украины и ГКА Украины, пр. Академика Глушкова, 40, корпус 4/1, г. Киев, 03680, e-mail: nikolai.salnikov@gmail.com

**Симаков Владимир Александрович**, инженер отдела управления динамическими системами Института космических исследований НАН Украины и ГКА Украины, пр. Академика Глушкова, 40, корпус 4/1, г. Киев, 03680, e-mail: simakovvladimir@gmail.com

**Соловчук Клавдия Юрьевна**, аспирантка Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН Украины и МОН Украины, пр. Академика Глушкова 40, г. Киев, 03680 ГСП, e-mail: solovchuk\_ok@mail.ru

**Суровцев Игорь Викторович**, кандидат технических наук, старший научный сотрудник Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН Украины и МОН Украины, пр. Академика Глушкова, 40, г. Киев, 03680 ГСП, e-mail: dep175@irtc.org.ua

### **Внимание!**

**Оформление подписки для желающих  
опубликовать статьи в нашем журнале обязательно.  
В розничную продажу журнал не поступает.**

Подписной индекс в „Каталог видань України” 86598

Подписка (ретроподписка) осуществляется также в агентстве «Укринформнаука»

НАН Украины: ukrinformnauka@gmail.com

Подписной индекс 10029

## ВНИМАНИЮ АВТОРОВ!

### Требования к рукописям статей

1. Рукопись предоставляется на белой бумаге в двух экземплярах (язык — русский, 10–14 с.) и электронная версия. К рукописи прилагаются:

— аннотации — на русском и украинском языках (УДК, фамилия, инициалы автора/ов, название статьи, 5–6 строк текста, ключевые слова), на английском языке (фамилия, инициалы автора/ов, место работы, город, страна, название статьи, от 250 слов, с выделением рубрик: введение, цель, результаты, выводы, ключевые слова);

— согласие автора/ов на публикацию;

— сведения об авторе должны включать: ФИО, ученую степень, научное звание, должность, отдел, место работы, почтовый адрес организации, телефон (служ., моб., дом.), E-mail.

2. Текст статьи подается с обязательными рубриками: введение, постановка задачи, цель, результаты, четко сформулированные выводы.

3. Поданные статьи проходят рецензирование ведущими специалистами в данной области.

### Структура статьи в КВТ

#### УДК

#### НАЗВАНИЕ

**И.О.Фамилия / и**

**Организация/и**

Аннотация (рус., 5-10 строк)

Ключевые слова: (5-8 слов)

Анотація (укр., 5-10 рядків)

Ключові слова: (5-8 слів)

#### Введение

#### Цель

#### Постановка задачи

#### Результаты (1-3 раздела с названиями)

#### Выводы

Список литературы на языке оригинала (в порядке упоминания в тексте, по стандарту ДСТУ ГОСТ 7.1 : 2006, ДСТУ ГОСТ 7.80 : 2007).

**Abstract** 0,5-0,7 p.

ФИО, Название статьи на английском языке

*Название организации – на английском языке.*

С обязательными рубриками:

**Introduction.**

**Purpose.**

**Results.**

**Conclusion.**

**Keywords:**

Список литературы — перевод источников на английский язык, фамилии и инициалы авторов — транслитерация

(Author A.A. Article. *Journal*, 2000, vol. 1, № 2, pp. 111–112.  
Author A.A., Author B.B. *Book*. City: Publisher, 2000. 111 p. (in Russian).

### **Требования к текстовому файлу**

Формат файла \*.doc, \*.rtf. Файл должен быть подготовлен с помощью текстового редактора Microsoft Word 2003.

Используемые стили: шрифт Times New Roman, высота 12 пт, межстрочное расстояние — полуторное. Формат бумаги А4, поля (слева, справа, сверху, внизу) 2 см.

*Формулы* набираются в редакторе формул Microsoft Equation Editor 3.0.

Опции редактора формул — (10,5; 8,5; 7,5; 14; 10). Ширина формул не более 12 см.

*Рисунки* должны быть достаточно качественными, созданы встроенным редактором рисунков Word Picture либо иными Windows-приложениями (в этом случае рисунки должны быть представлены отдельными файлами соответствующих форматов). Ширина рисунков не более 12 см.

*Таблицы* выполняются стандартным встроенным в Word инструментарием «Таблица».

В розничную продажу журнал не поступает

### **Оформление подписки для желающих опубликовать статьи в нашем журнале обязательно.**

Подписка осуществляется:

- „Каталог видань України”, подписной индекс 86598
- в агентстве «Укринформнаука» НАН Украины [ukrinformnauka@gmail.com](mailto:ukrinformnauka@gmail.com),  
подписной индекс 10029

Підп. до друку 30.09.2016. Формат 70×108/16. Папір офсетний.  
Ум. друк. арк. 10,33. Обл. вид. арк. 9,84. Тираж 100. Зам. №3211

---

Видавничий дім “Академперіодика” НАН України  
01004, Київ 4, вул. Терещенківська, 4.  
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб’єкта видавничої справи  
Серії ДК №544 від 27.07.2001 р.