

# КИБЕРНЕТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

CYBERNETICS AND COMPUTER ENGINEERING

Выпуск 181

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в 1965 г.

Периодичность: 4 раза в год

КИЕВ 2015

## СОДЕРЖАНИЕ

### Информатика и информационные технологии

- Файнзильберг Л.С., Ориховская К.Б.* Информационная технология оценки адаптационных резервов организма в полевых условиях ..... 4
- Даник Ю.Г., Писарчук А.А., Тимчук С.В.* Ситуативный синтез автоматизированной системы сбора и обработки информации ..... 23

### Интеллектуальное управление и системы

- Грищенко Ю.В., Скрипец А.Н., Тронько В.Д.* Анализ возможности управления траекторией движения самолета по корреляционной функции ..... 35
- Zhiteckii L.S., Nikolaienko S.A., Solovchuk K.Yu.* Adaptation and Learning in Some Classes of Identification and Control Systems
- Житецкий Л.С., Николаенко С.А., Соловчук К.Ю.* Адаптация и обучение в некоторых классах систем идентификации и управления ..... 47
- Мельничук С.В.* Метод идентификации многосвязных систем по частотным характеристикам ..... 66

### Медицинская и биологическая кибернетика

- Майоров О.Ю., Фенченко В.Н.* Мультифрактальный анализ в исследовании биоэлектрической активности мозга ..... 81

- Авторы номера** ..... 95

# КИБЕРНЕТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

CYBERNETICS AND COMPUTER ENGINEERING

Issue 181

SCIENTIFIC JOURNAL

Founded in 1965

Periodicity: 4 issues per year

KIEV 2015

## TABLE OF CONTENTS

### Informatics and Information Technologies

*Fainzilberg L.S., Orikhovska K.B.* Information Technology of the Organism  
Adaptation Reserves Assessment in Field Conditions ..... 4

*Danik Y.G., Pisarchuk A.A., Timchuk S.V.* Situation Synthesis of Automated  
System of Collection and Processing Information ..... 23

### Intellectual Control and Systems

*Hryshchenko Y.V., Skrypets A.V., Tronko V.D.* Analysis of the Opportunity of  
Control over the Trajectory of the Plane on the Correlation Function ..... 35

*Zhiteckii L.S., Nikolaienko S.A., Solovchuk K.Yu.* Adaptation and Learning in  
Some Classes of Identification and Control Systems ..... 47

*Melnychuk S.V.* Method of Structural Parametric Multivariable System  
Identification Using Frequency Characteristics ..... 66

### Medical and Biological Cybernetics

*Mayorov O.Yu., Fenchenko V.N.* Multifractal Analysis in the Study of Brain  
Bioelectric Activity ..... 81

**Our authors** ..... 95

# КІБЕРНЕТИКА ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА

CYBERNETICS AND COMPUTER ENGINEERING

Випуск 181

НАУКОВИЙ ЖУРНАЛ

Заснований у 1965 р.

Періодичність: 4 рази на рік

КИЇВ 2015

## ЗМІСТ

### Інформатика та інформаційні технології

<i>Файнзільберг Л.С., Оріховська К.Б.</i> Інформаційна технологія оцінки адаптаційних резервів організму в польових умовах .....	4
<i>Даник Ю.Г., Писарчук О.О., Тимчук С.В.</i> Ситуативний синтез автоматизованої системи збору і оброблення інформації .....	23

### Інтелектуальне керування та системи

<i>Ю.В. Грищенко, А.В. Скрипець, В.Д. Тронько</i> Аналіз можливості керування траєкторією руху літака за кореляційною функцією .....	35
<i>Житецький Л.С., Николаєнко С.А., Соловчук К.Ю.</i> Адаптація та навчання в деяких класах систем ідентифікації та керування .....	47
<i>Мельничук С.В.</i> Метод ідентифікації багатозв'язкових систем за частотними характеристикам .....	66

### Медична та біологічна кібернетика

<i>Майоров О.Ю., Фенченко В.М.</i> Мультифрактальний аналіз в дослідженні біоелектричної активності мозку .....	81
---	----

<b>Інформація про авторів</b> .....	95
-------------------------------------	----

# Информатика и информационные технологии

УДК 616.12

## ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ОЦЕНКИ АДАПТАЦИОННЫХ РЕЗЕРВОВ ОРГАНИЗМА В ПОЛЕВЫХ УСЛОВИЯХ

Л.С. Файнзильберг, К.Б. Ориховская

*Международный научно-учебный центр информационных технологий и систем НАН Украины и МОН Украины*

Предложен метод определения резервных возможностей сердечно-сосудистой системы, который включает в себя качественную и количественную оценку реакции организма на нагрузку. Определены доминантные классы паттернов, которые порождаются показателями ЭКГ и вариабельности сердечного ритма у тренированных и нетренированных лиц в состоянии покоя, под нагрузкой и в период реституции. Представлен алгоритм классификации паттернов. Приведены примеры адекватной и неадекватной реакции организма на нагрузку.

**Ключевые слова:** информационная технология, сердечно-сосудистая система, оценка резервных возможностей организма.

Запропоновано метод визначення резервних можливостей серцево-судинної системи, який включає якісну і кількісну оцінку реакції організму на навантаження. Визначено домінантні класи патернів, які породжуються показниками ЕКГ і варіабельності серцевого ритму у тренуваних і нетренуваних осіб у стані спокою, під навантаженням і в період реституції. Представлено алгоритм класифікації патернів. Наведені приклади адекватної та неадекватної реакції організму на навантаження.

**Ключові слова:** інформаційна технологія, серцево-судинна система, оцінка резервних можливостей організму.

## ВВЕДЕНИЕ

Построение эффективных информационных технологий (ИТ), обеспечивающих оценку резервных возможностей организма и адекватных его реакций на физические и эмоциональные перегрузки, имеет как познавательное, так и практическое значение. Актуальность таких ИТ возрастает в наше непростое время, когда необходимо обеспечить достоверные результаты не только в медицинских учреждениях, но и в полевых условиях, при занятиях спортом, на рабочем месте, в местах подготовки к выполнению специальных задач и т.п.

Понятно, что традиционные клинические методы, связанные с использованием дорогостоящей аппаратуры, сложными и продолжительными процедурами обработки данных, малопригодны для проведения таких исследований. Нужны оперативные, удобные и надежные средства получения результатов тестирования, которые будут понятны не только лицу,

принимающему решение, но и самому обследуемому, не имеющему медицинского образования.

Известно, что ритм сердца — универсальная реакция организма на любое воздействие со стороны внешней и внутренней среды. Он содержит в себе информацию о функциональном состоянии всех звеньев регулирования жизнедеятельности человека как в норме, так и при различных патологиях [1–3]. Поэтому компьютерные технологии анализа variability (изменчивости) сердечного ритма получили достаточно широкую известность для оценки состояния вегетативной нервной системы (симпато-вагусного баланса) и оценки адаптационных возможностей организма при физических и эмоциональных нагрузках [3].

В то же время, только на основе анализа variability ритма сердца нельзя судить о функциональном состоянии самого сердца как основного системообразующего органа. Поэтому для повышения достоверности заключения о функциональном состоянии организма анализ variability сердечного ритма должен быть дополнен анализом показателей электрокардиограммы (ЭКГ).

**Цель статьи** — предложить новую информационную технологию оценки адекватности реакции организма и восстановительных процессов сердечно-сосудистой системы человека по комплексу показателей одноканальной ЭКГ, регистрируемой в спокойном состоянии, на высоте нагрузки и в период релаксации.

## **БАЗОВЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ**

Резервные возможности сердечно-сосудистой системы и устойчивость организма к действию физических и эмоциональных перегрузок являются важнейшими факторами, определяющими здоровье человека. Существует достаточно много методов оценки адаптационных возможностей человека: функциональные пробы Руфье, Гориневского, Летунова, Котова-Дениша, Мартине-Кушелевского [4], в которых оценка восстановительных процессов сердечно-сосудистой системы при нагрузке основана на измерении частоты сердечных сокращений (ЧСС) и артериального давления (АД). Такие методики достаточно просты и удобны для использования в полевых условиях.

Однако, по оценке специалистов, принятие решений *только* по этим показателям недостаточно. В частности, многочисленные наблюдения спортивных врачей свидетельствуют [5], что изменение ЧСС под нагрузкой не всегда отображает адекватную информацию о функциональном состоянии организма. Недаром в современных рекомендациях по контролю тренировочного процесса появилась крылатая фраза: «Не будь в плену ЧСС!» [6].

Для экспресс контроля функциональных резервов миокарда и адекватности реакции организма на нагрузку в [7] предложен метод, который основан на анализе показателя  $\beta_T$ , характеризующего симметрию участка реполяризации одноканальной ЭКГ на фазовой плоскости с координатами

$x(t), \dot{x}(t)$ , где  $\dot{x}(t)$  — скорость изменения сигнала, несущего информацию об электрической активности сердца в момент времени  $t$ . Как показали масштабные исследования, этот показатель является чувствительным биомаркером начальных признаков ишемии миокарда. Поэтому адекватность реакции на нагрузку можно оценить по изменению показателя  $\beta_T$  после дозированной физической нагрузки. Показатель  $\beta_T$  автоматически определяется отечественным портативным электрокардиографом — программно-техническим комплексом ФАЗАГРАФ® [8], который можно использовать в полевых условиях.

В то же время, изменение одного лишь показателя  $\beta_T$  тоже не дает всестороннюю оценку функциональных резервов организма. Более полную оценку механизма адаптации сердечно-сосудистой системы дает метод [9], основанный на измерении нескольких нормированных по ЧСС амплитудно-временных показателей ЭКГ, в том числе показателя  $\beta_T$ , в состояниях покоя, на пике нагрузки и в период реституции.

Следует заметить, однако, что нормирование показателей по ЧСС не всегда является оправданным, поскольку некоторые показатели ЭКГ, в частности показатель  $\beta_T$ , не связаны с ЧСС. Известно [10], что увеличение симметрии зубца  $T$  несет информацию об усилении электрической неомогенности реполяризации вследствие апоптоза кардиомиоцитов. Поэтому, как показывают результаты клинических исследований, у тренированных лиц при нагрузке показатель  $\beta_T$  может практически не изменяться при существенном увеличении ЧСС. С другой стороны, у лиц с недостаточными резервами сердечно-сосудистой системы часто наблюдаются значительное увеличение  $\beta_T$  даже при незначительных изменениях ЧСС под действием нагрузок. Аналогичная особенность обнаружена и для других показателей ЭКГ, в частности, амплитуд зубцов  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$  и  $T$ .

Кроме того, согласно [9], цена нагрузки определяется отношениями отдельно взятых показателей для состояний «максимум нагрузки/состояние покоя» и «максимум нагрузки/после завершения периода реституции». Полагается [9], что эти отношения должны принадлежать вполне конкретному диапазону значений 0,8–1,2. Однако, даже при адекватной реакции на нагрузку такие условия не всегда выполняются из-за различной динамики изменения показателей, что усложняет настройку метода для обеспечения достоверных результатов.

Можно указать и целый ряд других ограничений, присущих указанным выше методам. Анализ достоинств и недостатков этих и других известных подходов позволил сформулировать следующие требования к перспективной ИТ оценки адаптационных резервов организма, ориентированной на тестирование в полевых условиях:

- *оперативность* — результат должен быть получен *не более* чем за 5 мин;

- *удобство* — тестирование должно проводиться без снятия одежды и других подготовительных операций;
- *информативность* — возможность интегральной оценки начальных признаков снижения функциональных резервов сердечно-сосудистой системы и нарушения регуляторных механизмов организма;
- *гибкость* — легкость перестройки системы для тестирования разных групп населения с учетом их возраста, пола, степени тренированности и уровня адаптационного потенциала;
- *доступность* — результат тестирования должен быть понятен лицу, не имеющему специального медицинского образования (в том числе, самому тестируемому), и основываться не только на количественных, но и на наглядных качественных критериях.

## ОБЩАЯ ИДЕЯ И СТРУКТУРА ИНФОРМАЦИОННОЙ ТЕХНОЛОГИИ

Для обеспечения перечисленных требований предлагаемая ИТ (рис. 1) содержит совокупность взаимодействующих модулей, в частности, модуль ввода и обработки ЭКГ, реализованный на комплексе ФАЗАГРАФ® [8]. Комплекс обеспечивает удобство регистрации сигнала первого стандартного отведения (правая и левая рука) с помощью специального сенсора с пальцевыми электродами, а компьютерная программа позволяет автоматически определить три группы показателей ЭКГ и variability сердечного ритма (ВСР)

$$x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, x_i^{(3)}, i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

которые вычисляются в состоянии покоя ( $x_i^{(1)}$ ), сразу после дозированной нагрузки ( $x_i^{(2)}$ ) и после 3-х минутного отдыха после завершения нагрузки ( $x_i^{(3)}$ ), где  $N$  — общее количество показателей.

В качестве показателей ЭКГ используются амплитудно-временные параметры, которые могут быть измерены по сигналу одного отведения, в том числе:

- ЧСС (уд./мин.) — средняя частота сердечных сокращений;
- $A_P, A_Q, A_R, A_S, A_T$  (мВ) — соответственно, амплитуды зубцов  $P, Q, R, S, T$ ;
- $\Delta_Q$  (мс) — продолжительность зубца  $Q$ ;
- $\Delta_{PQ}, \Delta_{QT}$  (мс) — соответственно, продолжительности интервалов  $PQ$  и  $QT$ ;
- $\delta_{ST}$  (мВ) — смещение вниз (депрессия) или вверх (элевация) сегмента  $ST$  относительно изоэлектрической линии;
- $\beta_T$  (ед.) — показатель симметрии зубца  $T$  на фазовой плоскости;

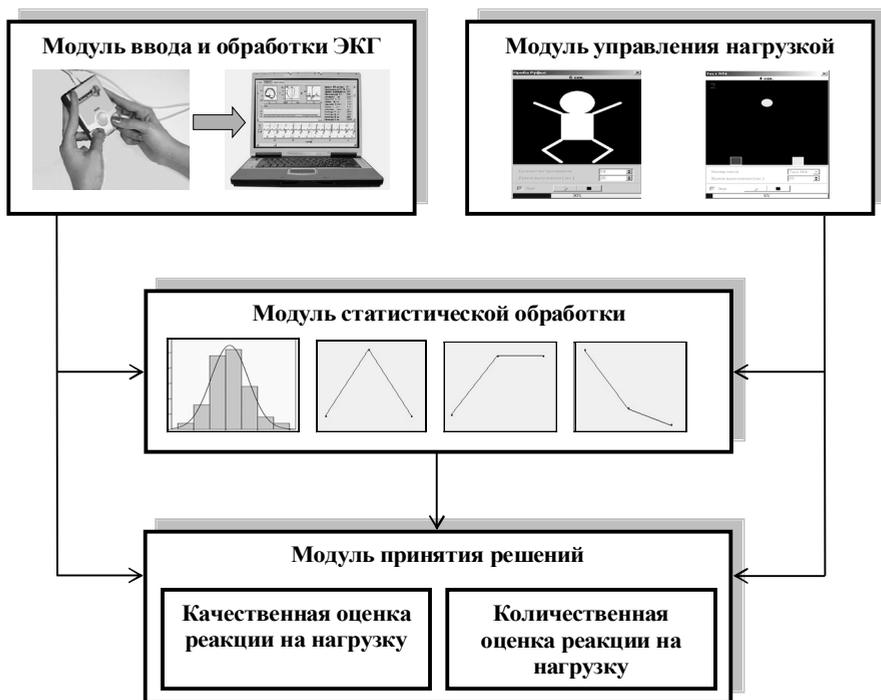


Рис. 1. Структура информационной технологии

- $SKO_{\beta T}$  (ед.) — среднее квадратическое отклонение симметрий зубцов  $T$  на последовательности зарегистрированных циклов ЭКГ;
- $S_{PR}$  и  $S_{TR}$  (ед.) отношение площадей зубцов  $P$  к  $R$  и  $T$  к  $R$ , соответственно.

В качестве показателей ВСП используются статистические и спектральные показатели ритмограммы, в том числе:

- $SDNN$  (мс) — среднее квадратическое отклонение продолжительностей нормальных  $RR$ -интервалов;
- $RMSSD$  (мс) — квадратный корень из суммы разностей последовательного ряда кардиоинтервалов;
- $PNN50$  (%) — процент пар кардиоинтервалов с разностью более 50 мс от общего числа кардиоинтервалов в массиве;
- $CV$  (%) — коэффициент вариации полного массива кардиоинтервалов;
- $Mo$  (мс) — мода ритмограммы;
- $AMo$  (%) — амплитуда моды ритмограммы;
- $MxDMn$  (мс) — разность между максимальным и минимальным значениями нормальных  $RR$ -интервалов;
- ИИ (ед.) — индекс Баевского (индекс напряжения регуляторных систем);
- $HF$  (%) — спектр мощности ритмограммы в диапазоне высоких частот (более 15 Гц);

- $LF$  (%)— спектр мощности ритмограммы в диапазоне низких частот (0,4–15 Гц);
- $LF/HF$  (ед.) — симпато-вагусный баланс.

Общее число измеряемых показателей составляет  $N = 32$ . Для надежного определения показателей ВСП регистрируются не менее 100 кардиоциклов.

Модуль управления нагрузкой обеспечивает возможность оценки показателей ЭКГ и ВСП после дозированных физической и/или эмоциональной нагрузки. Для управления физической нагрузкой (20 глубоких приседаний за 30 с) используется метроном, который задает темп выполнения нагрузки.

Для формирования эмоциональной нагрузки используются разработанные «стресс-тесты», стимулирующие простые и сложные зрительно-моторные реакции тестируемого на предъявляемые компьютером стимулы. Такие стимулы представляют собой перемещающиеся по экрану графические фигуры, имеющие характер сигналов возбуждающего типа, на которые испытуемый должен реагировать нажатием соответствующих клавиш, и тормозного типа, на которые он не должен реагировать.

При правильных действиях темп предъявления стимулов автоматически ускоряется, а при ошибочных замедляется, что создает стрессовую ситуацию для испытуемого.

В ИТ реализованы тесты разной степени сложности, в том числе, следующие.

**Тест 1.** На экране монитора в случайные моменты времени появляются графические фигуры двух цветов, которые испытуемый клавишами Left — Right должен направить в корзину определенного цвета.

**Тест 2.** Дополнительная эмоциональная нагрузка по отношению к тесту 1 обеспечивается тем, что на экране появляется символ тормозного типа, на который испытуемый не должен реагировать.

**Тест 3.** Дополнительная эмоциональная нагрузка по отношению к тесту 2 обеспечивается тем, что в случайные моменты времени цвета корзин и стимулов изменяются.

Тесты завершаются по истечении 1 мин. Поскольку время реституции ограничивается 3-мя минутами, то общее время тестирования не превышает 5 мин.

Принятие решений об адекватной или неадекватной реакции организма на физическую или эмоциональную нагрузки реализуется на основе качественной и количественной оценки.

## КАЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА РЕАКЦИИ ОРГАНИЗМА НА НАГРУЗКУ

Качественная оценка реакции организма на нагрузку осуществляется следующим образом. Каждая  $i$ -я тройка показателей (1) формирует один из пяти классов паттернов, которые характеризуют динамику изменений показателя при нагрузке и в период реституции (рис. 2).

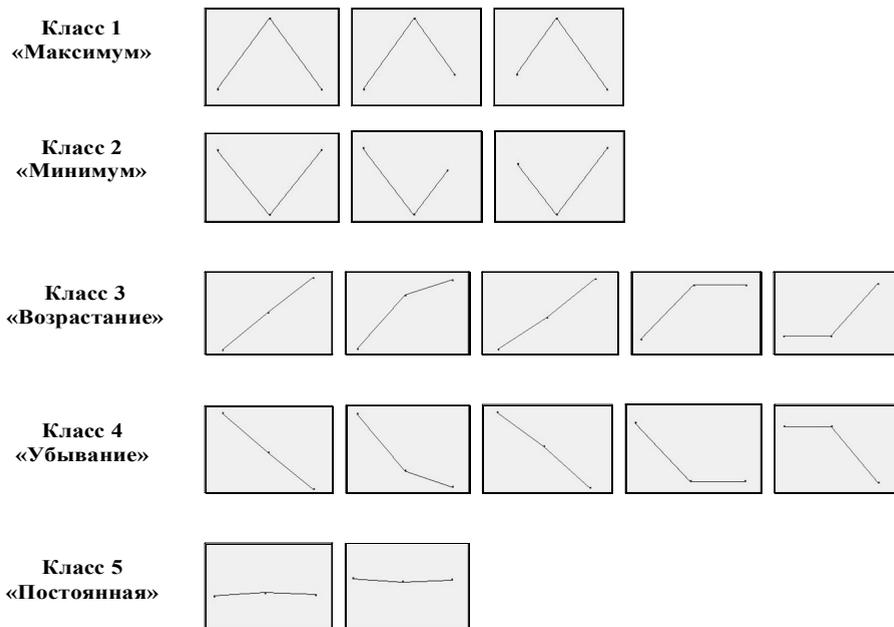


Рис 2. Варианты формы пяти классов паттернов

Классы паттернов определяются последовательной проверкой следующих условий:

**класс 1 «Максимум»,** если

$$(x_i^{(2)} - x_i^{(1)}) > h_i \wedge (x_i^{(2)} - x_i^{(3)}) > h_i, \quad (2)$$

**класс 2 «Минимум»,** если

$$(x_i^{(1)} - x_i^{(2)}) > h_i \wedge (x_i^{(3)} - x_i^{(2)}) > h_i, \quad (3)$$

**класс 3 «Возрастание»,** если

$$(x_i^{(2)} - x_i^{(1)}) > h_i \vee (x_i^{(3)} - x_i^{(2)}) > h_i \vee (x_i^{(3)} - x_i^{(1)}) > h_i, \quad (4)$$

**класс 4 «Убывание»,** если

$$(x_i^{(1)} - x_i^{(2)}) > h_i \vee (x_i^{(2)} - x_i^{(3)}) > h_i \vee (x_i^{(1)} - x_i^{(3)}) > h_i, \quad (5)$$

**класс 5 «Постоянная»,** если

$$\text{соотношения (1)–(4) не выполняются} \quad (6)$$

где  $h_i$  — пороговая величина, которая вычисляется как абсолютная величина заданного процента  $h_0$  от значения  $i$ -го показателя в состоянии покоя:

$$h_i = \left| h_0 \cdot x_i^{(1)} \right|, \quad (7)$$

или же как абсолютная величина заданного процента  $h_0$  от среднего значения показателей в трех состояниях:

$$h_i = \left| h_0 \cdot \frac{x_i^{(1)} + x_i^{(2)} + x_i^{(3)}}{3} \right|, \quad (8)$$

причем  $h_0$  принимается одинаковым для всех параметров, например,  $h_0 = 4\%$ .

Величина  $h_0$  определяет зону нечувствительности к изменениям показателя при нагрузке и в период реституции. Поскольку величина  $h_i$  всегда положительна, то последовательная проверка условий (2)–(6) позволяет однозначно определить класс паттерна (рис. 3), независимо от того, какие знаки принимают сами показатели  $x_i^{(1)}$ ,  $x_i^{(2)}$ ,  $x_i^{(3)}$ ,  $i = 1, \dots, N$ .

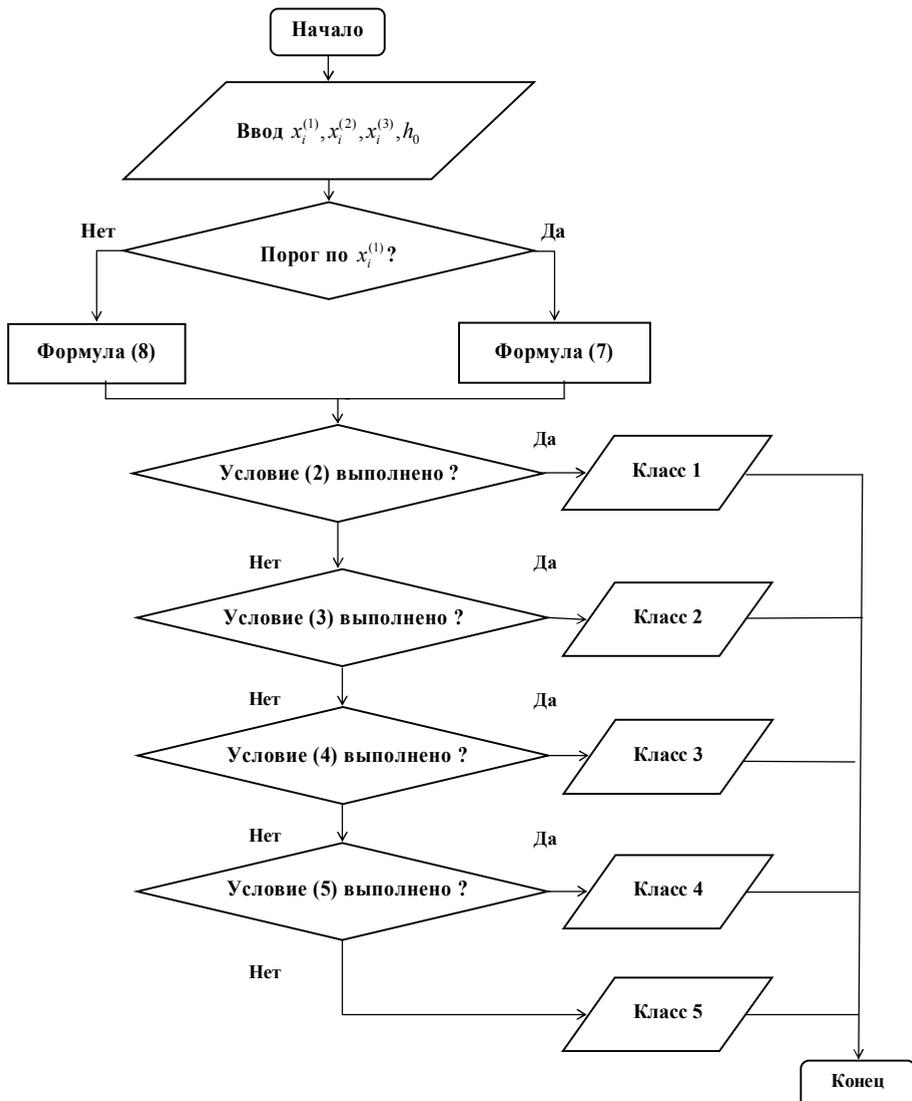


Рис. 3. Блок схема алгоритма классификации паттернов

С помощью модуля статистической обработки на этапе предварительных исследований для каждого  $i$ -го показателя строится распределение классов паттернов и определяется доминантный паттерн, который чаще всего встречается в группе тренированных волонтеров.

При последующем тестировании определяются паттерны всех показателей, которые сравниваются с доминантными. На основе такого сравнения формируется заключение о том, что реакция на нагрузку адекватная, если *все* паттерны показателей совпадают с доминантными, или решение об условной адекватности на нагрузку, если паттерн одного из показателей не совпадает с доминантным, или же решение о *неадекватной* реакции на нагрузку, если паттерны двух и более показателей не совпадают с доминантными.

### КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА РЕАКЦИИ ОРГАНИЗМА НА НАГРУЗКУ

Для количественной оценки реакции организма на нагрузку также используются значения тройки показателей (1). Если приращение  $i$ -го показателя под нагрузкой превышает порог нечувствительности, то определяется степень восстановления этого показателя в период реституции (*индекс восстановления*) по формуле

$$\hat{x}_i = \frac{|x_i^{(3)} - x_i^{(1)}|}{|x_i^{(2)} - x_i^{(1)}|}, \quad i = 1, \dots, N. \quad (9)$$

Предлагаемый индекс (9) определяет индивидуальные резервы организма тестируемого к восстановлению  $i$ -го показателя после дозированной нагрузки: чем меньше значение  $\hat{x}_i$ , тем выше адаптационные резервы организма.

Далее определяется *обобщенный индекс восстановления*:

$$\eta = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N \hat{x}_i^2}, \quad (10)$$

представляющий собой нормированную по числу показателей длину вектора  $x^{(N)} = (\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_N)$  с компонентами  $\hat{x}_i$ , вычисленными по формуле (9).

Решение об адекватности или неадекватности реакции организма на нагрузку принимается по правилу:

$$\begin{aligned} &\text{Реакция адекватная, если } \eta < \eta_0^{(1)}; \\ &\text{Реакция условно адекватная, если } \eta_0^{(1)} \leq \eta \leq \eta_0^{(2)}; \\ &\text{Реакция неадекватная, если } \eta > \eta_0^{(2)}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\eta_0^{(1)}$  и  $\eta_0^{(2)}$  — пороговые величины, определенные по результатам статистической обработки данных, полученных в группах тренированных и нетренированных волонтеров.

Возможны и другие схемы принятия решений об адекватности реакции на нагрузку, например, по знаку линейной дискриминантной функции

$$D = \sum_{i=1}^N a_i \widehat{x}_i + a_0 \quad (12)$$

или же по значению логистической регрессии

$$Z = \frac{1}{1 + e^{-z}} \quad (13)$$

с показателем степени

$$z = \sum_{i=1}^N b_i \widehat{x}_i + b_0,$$

в которых коэффициенты  $a_0, a_1, \dots, a_N$  и  $b_0, b_1, \dots, b_N$  так же определяются на этапе предварительной статистической обработки.

И, наконец, для количественного анализа различий динамики показателей ЭКГ и ВСР в определенной группе обследуемых по аналогии с (9) предлагается *групповой индекс восстановления*

$$W_i = \frac{|\bar{x}_i^{(3)} - \bar{x}_i^{(1)}|}{|\bar{x}_i^{(2)} - \bar{x}_i^{(1)}|}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (14)$$

который определяет среднюю величину индекса восстановления  $i$ -го показателя в группе. Величины (14) вычисляются по усредненным в соответствующей группе значениям показателей  $\bar{x}_i^{(1)}, \bar{x}_i^{(2)}, \bar{x}_i^{(3)}$ .

Заметим, что в силу определения величин (9) и (14), в общем случае

$$W_i \neq \sum_{k=1}^K \widehat{x}_i[k], \quad i = 1, \dots, N, \quad (15)$$

где  $\widehat{x}_i[k]$  — степень восстановления значения  $i$ -го показателя у  $k$ -го представителя группы из  $K$  человек. Другими словами, неправомерно вычислять групповые индексы восстановления (14), проводя усреднение индивидуальных индексов (9) отдельных тестируемых в группе.

## ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Приведем некоторые из результатов предварительных исследований, полученные при тестировании молодых волонтеров обоого пола в возрасте 18-24 года, которые были разделены на две группы:

- **Группа 1** — 28 спортсменов высшей квалификации, которые занимаются боксом, разными видами борьбы и триатлоном;

- **Группа 2** — 40 человек, не занимающихся спортом.

Исследования проводились при выполнении 20 приседаний за 30 с.

В таблицах 1 и 2 приведены результаты оценки распределений классов паттернов, формируемых разными показателями, которые наблюдались в указанных группах. Классификация паттернов проводилась в соответствии с условиями (2)–(6) при пороге  $h_0 = 4\%$ . В таблицах выделены ячейки, соответствующие доминантным паттернам в группах.

**Таблица 1.**

*Оценка распределений классов паттернов в группе 1*

Показатель	Классы паттернов, %				
	1	2	3	4	5
<b>ЧСС, уд/мин</b>	<b>60,71</b>	0,00	21,43	10,72	7,14
$A_p$ , мВ	10,71	<b>60,71</b>	10,71	17,87	0,00
$A_Q$ , мВ	14,29	35,71	17,86	32,14	0,00
$A_R$ , мВ	0,00	<b>75,00</b>	3,57	17,86	3,57
$A_S$ , мВ	39,29	25,00	7,14	28,57	0,00
$A_T$ , мВ	7,14	<b>53,57</b>	7,14	28,57	3,58
$\Delta_Q$ , мс	<b>43,48</b>	21,74	21,74	13,04	0,00
$\Delta_{PQ}$ , мс	10,71	35,71	10,72	32,14	10,72
$\Delta_{QT}$ , мс	0,00	<b>60,71</b>	17,86	3,57	17,86
$\delta_{ST}$ , мВ	21,43	<b>46,43</b>	3,57	28,57	0,00
$\beta_T$ , ед	<b>67,86</b>	3,57	17,86	7,14	3,57
СКО_ $\beta_T$ , ед	39,29	0,00	39,29	21,42	0,00
$S_{PR}$ , ед	13,04	<b>56,52</b>	13,04	13,04	4,36
$S_{TR}$ , ед	32,14	<b>42,86</b>	3,57	21,43	0,00
$SDNN$ , мс	<b>71,43</b>	10,71	7,14	10,72	0,00
$RMSSD$ , мс	<b>67,86</b>	10,71	7,14	14,29	0,00
$PNN50$ , %	<b>50,00</b>	25,00	17,86	7,14	0,00
$CV$ , %	<b>82,14</b>	3,57	0,00	14,29	0,00
$Mo$ , мс	7,14	<b>53,57</b>	7,14	28,57	3,58
$AMo$ , %	7,14	<b>64,29</b>	17,86	10,71	0,00
$MxDMn$ , мс	<b>75,00</b>	10,72	7,14	7,14	0,00
ИН, ед	14,29	<b>60,71</b>	17,86	7,14	0,00
$HF$ , %	46,43	28,57	17,86	7,14	0,00
$LF$ , %	7,14	<b>50,00</b>	21,43	21,43	0,00
$LF/HF$ , ед	14,29	<b>53,57</b>	7,14	25,00	0,00

Из таблиц 1 и 2 видно, что для одних показателей чаще всего наблюдался доминантный класс 1 («Максимум»), а для других — класс 2 («Минимум»), причем доминантные классы совпадали в указанных группах. В то же время наблюдалось различие частот появления паттернов одного и того же класса в группах.

Для подтверждения достоверности таких различий была проведена дополнительная обработка данных на основе вычисления доверительных интервалов, в которые с заданной доверительной вероятностью попадают наблюдаемые частоты.

Таблица 2.

Оценка распределений классов паттернов в группе 2

Показатель	Классы паттернов, %				
	1	2	3	4	5
ЧСС, уд/мин	85,71	0,00	14,29	0,00	0,00
$A_p$ , мВ	7,69	61,54	2,56	25,64	2,57
$A_Q$ , мВ	14,29	59,52	2,38	21,43	2,38
$A_R$ , мВ	0,00	66,67	9,52	21,43	2,38
$A_S$ , мВ	4,76	35,71	9,52	45,24	4,77
$A_T$ , мВ	9,52	59,52	0,00	26,19	4,77
$\Delta_Q$ , мс	40,63	12,50	37,50	6,25	3,12
$\Delta_{PQ}$ , мс	20,51	38,46	20,51	15,38	5,14
$\Delta_{QT}$ , мс	4,76	78,57	2,38	7,15	7,14
$\delta_{ST}$ , мВ	2,38	59,52	7,14	30,96	0,00
$\beta_T$ , ед	78,57	0,00	16,67	4,76	0,00
СКО_ $\beta_T$ , ед	54,76	9,52	11,90	21,43	2,39
$S_{PR}$ , ед	25,00	50,00	9,37	15,63	0,00
$S_{TR}$ , ед	21,43	40,48	16,67	21,43	0,00
SDNN, мс	54,76	19,05	7,14	19,05	0,00
RMSSD, мс	38,10	30,95	7,14	23,81	0,00
PNN50, %	33,33	30,95	4,76	30,96	0,00
CV, %	71,43	0,00	4,76	21,43	2,38
Mo, мс	2,38	85,71	2,38	9,53	0,00
AMo, %	23,81	40,48	30,95	4,76	0,00
MxDMn, мс	45,24	19,05	7,14	28,57	0,00
ИИ, ед	38,10	30,95	26,19	4,76	0,00
HF, %	33,33	35,71	19,06	11,90	0,00
LF, %	9,52	57,14	14,29	19,05	0,00
LF / HF, ед	19,05	50,00	11,90	19,05	0,00

Согласно [11, с. 332], частота  $p^*$  случайного события  $X$ , вычисленная на выборке объемом  $n$ , с доверительной вероятностью  $p$  определяет границы доверительного интервала  $I_X = [p_1, p_2]$  для вероятности этого события  $P_X$  по формулам

$$p_1 = \frac{p^* + \frac{1}{2} \frac{t_\beta^2}{n} - t_\beta \sqrt{\frac{p^*(1-p^*)}{n} + \frac{1}{4} \frac{t_\beta^2}{n^2}}}{1 + \frac{t_\beta^2}{n}}, \quad (16)$$

$$p_2 = \frac{p^* + \frac{1}{2} \frac{t_\beta^2}{n} + t_\beta \sqrt{\frac{p^*(1-p^*)}{n} + \frac{1}{4} \frac{t_\beta^2}{n^2}}}{1 + \frac{t_\beta^2}{n}}, \quad (17)$$

где  $t_\beta$  определяется по специальным таблицам [11, с. 321].

Используя эти соотношения, установлено, что для ряда показателей доверительные интервалы вероятности появления однотипных паттернов не пересекаются в группах (табл. 3). Этот факт свидетельствует о достоверном различии динамики соответствующих показателей под действием нагрузки у тренированных и нетренированных лиц.

**Таблица 3.**

*Достоверные различия вероятностей наблюдения паттернов в группах*

Показатель	Паттерн	Вероятность в группе 1	Вероятность в группе 2	Доверительная вероятность
ЧСС, уд/мин	«Максимум»	< 0,743	> 0,747	$p = 0,9$
$A_S$ , мВ	«Максимум»	> 0,236	< 0,158	$p = 0,95$
$\delta_{ST}$ , мВ	«Максимум»	> 0,115	< 0,09	$p = 0,9$
СКО $\beta_T$ , ед	«Возрастание»	> 0,257	< 0,225	$p = 0,9$
RMSSD, мс	«Максимум»	> 0,526	< 0,508	$p = 0,9$
$M_o$ , мс	«Минимум»	< 0,705	> 0,722	$p = 0,95$
$MxDm_n$ , мс	«Максимум»	> 0,598	< 0,578	$p = 0,9$
ИН, ед	«Минимум»	> 0,457	< 0,435	$p = 0,9$

Рассмотрим два примера практического использования полученных результатов при качественной оценке реакции организма на нагрузку при тестировании двух испытуемых. Для упрощения продемонстрируем эти результаты при тестировании по  $N = 4$  показателям.

При тестировании первого испытуемого (табл. 4) все паттерны совпали с доминантными классами. Поэтому принято решение об адекватности реакции организма на нагрузку.

При тестировании второго испытуемого (табл. 5) принимается решение о неадекватной реакции на нагрузку, поскольку паттерны двух показателей (показателя  $\beta_T$  и  $LF/HF$ ) не соответствуют доминантным паттернам, указанным в таблицах 1 и 2.

Таблица 4.

Качественная оценка реакция на нагрузку: АДЕКВАТНАЯ

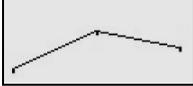
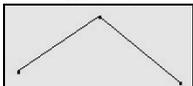
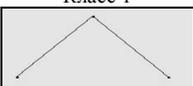
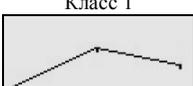
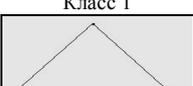
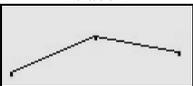
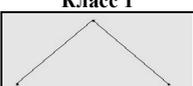
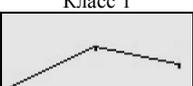
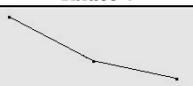
Показатели	Результаты тестування				Доминантний паттерн
	$x_i^{(1)}$	$x_i^{(2)}$	$x_i^{(3)}$	Паттерн	
ЧСС, уд./мин	79	102	92	Класс 1 	Класс 1 
$\beta_T$ , ед.	0,73	0,94	0,7	Класс 1 	Класс 1 
SDNN, ед.	39	85	55	Класс 1 	Класс 1 
LF/HF, ед.	1,8	0,75	1,15	Класс 2 	Класс 2 

Таблица 5.

Качественная оценка реакция на нагрузку: НЕАДЕКВАТНАЯ

Показатели	Результаты тестирования				Доминантний паттерн
	$x_i^{(1)}$	$x_i^{(2)}$	$x_i^{(3)}$	Паттерн	
ЧСС, уд./мин.	65	97	73	Класс 1 	Класс 1 
$\beta_T$ , ед.	<b>0,76</b>	<b>0,94</b>	<b>1,2</b>	Класс 3 	Класс 1 
SDNN, ед.	34	97	43	Класс 1 	Класс 1 
LF/HF, ед.	<b>3,5</b>	<b>2,4</b>	<b>1,15</b>	Класс 4 	Класс 2 

Для количественной оценки реакции организма тестируемых на нагрузку проводилась статистическая обработка данных, которая показала, что средние значения ряда показателей *достоверно* различаются в группах (табл. 6, 7).

При этом, как и следовало ожидать, у спортсменов приращения средних значений показателей под нагрузкой по отношению к покою были существенно ниже, чем у лиц, не занимающихся спортом (табл. 6) .

Например, при нагрузке 20 приседаний за 30 с средние изменения ЧСС у спортсменов были более чем в два раза ниже чем у лиц, не занимающихся спортом (соответственно 9,5 уд/мин и 20,5 уд/мин). Аналогичным образом изменялись и другие показатели ЭКГ и ВСР.

У спортсменов наблюдались также существенно меньшие отклонения средних значений показателей от исходных после 3-х минутного отдыха (табл 7).

**Таблица 6.**

*Различия средних значений показателей в группах, ( $x \pm Sx$ ),  $n=68$*

Показатель	Покой		Нагрузка	
	Группа 1	Группа 2	Группа 1	Группа 2
ЧСС, уд/мин	67,9±9,9***	76,8±9,7	77,4±9,8***	97,3±14
$A_T$ , мВ	0,25±0,1*	0,202±0,1	0,207±0,07**	0,157±0,07
$\Delta_{PQ}$ , мс	0,146±0,02*	0,134±0,02	0,135±0,02	0,129±0,03
$\Delta_{QT}$ , мс	0,399±0,03***	0,369±0,02	0,376±0,04***	0,339±0,031
$\delta_{ST}$ , мВ	0,003±0,02*	0,01±0,02	-0,004±0,02	-0,003±0,02
$\beta_T$ , ед	0,729±0,1	0,727±0,1	0,806±0,1*	0,886±0,2
СКО_ $\beta_T$ , ед	0,063±0,63	0,077±0,05	0,091±0,05*	0,109±0,06
$S_{PR}$ , ед	0,248±0,2	0,193±0,1	0,197±0,2	0,164±0,1
$S_{TR}$ , ед	3,82±2,7*	2,46±1,2	3,76±2,97*	2,35±1,5
SDNN, мс	97,1±39,8**	69±22,4	141±55***	82,6±45,6
RMSSD, мс	81,4±53,2*	56,1±21,7	101,1±53**	64,2±53,9
PNN50, %	40,1±18,3*	30,8±15,3	42,5±17,9**	25,98±19,5
CV, %	10,8±4,4*	8,7±2,5	17,6±5,3***	12,8±5,3
Mo, мс	909±163***	787,5±112	777±174***	606±136,7
AMo, %	25,3±6,2***	31,8±8,5	20,5±7,6***	31,8±11,6
MxDMn, мс	445±179**	320±101	573±187***	369,9±217
ИН, ед	41,4±30,1***	77±49,8	34,5±46,6**	118±132,2

**Примечание:** достоверность различий по критерию Стьюдента: \* —  $p < 0,05$ ; \*\*  $p < 0,01$ ; \*\*\*  $p < 0,001$

Таблица 7.

Различия средних значений показателей в группах, ( $x \pm Sx$ ),  $n=68$ 

Показатель	Покой		Восстановление	
	Группа 1	Группа 2	Группа 1	Группа 2
ЧСС, уд/мин	67,9±9,9***	76,8±9,7	69±9,9***	82,5±11,7
$A_T$ , мВ	0,25±0,1*	0,202±0,1	0,229±0,1*	0,181±0,1
$\Delta_{PQ}$ , мс	0,146±0,02*	0,134±0,02	0,143±0,02*	0,132±0,03
$\Delta_{QT}$ , мс	0,399±0,03***	0,369±0,02	0,408±0,04***	0,369±0,03
$\delta_{ST}$ , мВ	0,003±0,02*	0,01±0,02	-0,003±0,02	0,01±0,02
$\beta_T$ , ед	0,729±0,1	0,727±0,1	0,741±0,1	0,758±0,1
$S_{PR}$ , ед	0,248±0,2	0,193±0,1	0,246±0,1*	0,164±0,1
$S_{TR}$ , ед	3,82±2,7*	2,46±1,2	3,8±2,99*	2,32±1,41
$SDNN$ , мс	97,1±39,8**	69±22,4	82,1±29,5*	64,3±36,8
$RMSSD$ , мс	81,4±53,2*	56,1±21,7	69,8±39,3	53,5±41,7
$PNN50$ , %	40,1±18,3*	30,8±15,3	39±20,4**	25,3±19,3
$CV$ , %	10,8±4,4*	8,7±2,5	9,5±3,6	8,5±4,1
$Mo$ , мс	909±163***	787,5±112	877±146***	724±115,2
$AMo$ , %	25,3±6,2***	31,8±8,5	27,6±7,2***	37,6±13,4
$MxDMn$ , мс	445±179**	320±101	381,8±149,3*	291,7±169
ИИ, ед	41,4±30,1***	77±49,8	56,1±54,8***	141±129,7

Примечание: достоверность различий по критерию Стьюдента: \* —  $p < 0,05$ ; \*\* —  $p < 0,01$ ; \*\*\* —  $p < 0,001$

На основе данных таблиц 6 и 7 из  $N = 32$  исходных показателей было отобрано 6 показателей (ЧСС,  $\beta_T$ ,  $SKO_{\beta_T}$ ,  $SDNN$ ,  $RMSSD$  и  $PNN50$ ), для которых наблюдались наиболее существенные и достоверные отличия в группах как на максимуме нагрузки, так и в период реституции. Эти показатели использованы для вычисления обобщенного индекса восстановления  $\eta$  по формуле (10).

Результаты статистической обработки данных показали, что индекс восстановления (10) принимал значения  $\eta = 0,259 \pm 0,107$  в группе 1 и  $\eta = 0,306 \pm 0,084$  в группе 2 (рис. 4). Следовательно, в группе нетренированных лиц средние значения данного обобщенного индекса  $\eta$  оказались выше почти на 20 % по сравнению с тренированными лицами, причем достоверность таких отличий подтверждена критерием Стьюдента ( $p < 0,05$ ).

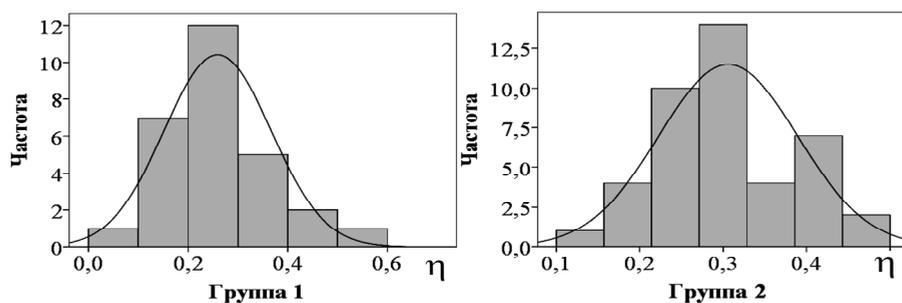


Рис. 4. Оценка условного распределения обобщенного индекса восстановления  $\eta$  в группах

С помощью процедуры построения экспериментальной ROC-кривой [12] определены «оптимальные» значения порогов в решающем правиле (11), обеспечивающие количественную оценку реакции организма на нагрузку, которые составили  $\eta_0^{(1)} = 0,24$  и  $\eta_0^{(2)} = 0,30$ .

## Выводы

Предложенный метод удовлетворяет сформулированным требованиям к полевым средствам тестирования резервных возможностей сердечно-сосудистой системы. Для практической реализации метода создана оригинальная информационная технология, обеспечивающая принятие решений на основе качественной и количественной оценки реакции организма на дозированную нагрузку.

При тестировании используются показатели одноканальной ЭКГ, которые автоматически вычисляются с помощью отечественного комплекса ФАЗАГРАФ®. Амплитудно-временные показатели ЭКГ и параметры variability сердечного ритма (всего  $N = 32$  показателя) определяются в трех состояниях: в покое, сразу после дозированной нагрузки (физической или эмоциональной) и после 3-х минутного отдыха.

Качественная оценка реакции на нагрузку проводится на основе распознавания классов паттернов, формируемых каждой тройкой измеренных показателей, и сопоставления обнаруженных паттернов с доминантными паттернами классов каждого из показателей. Количественная оценка реакции проводится на основе сравнения обобщенного индекса восстановления с пороговыми значениями.

Анализ результатов статистической обработки данных показал, что вероятность появления классов паттернов и значения обобщенного показателя достоверно различаются в группах тренированных и нетренированных лиц.

1. Heart rate variability. Standards of Measurement, Physiological interpretation and clinical use. — Circulation, 1996. — Vol.93. — P. 1043–1065.
2. Коркушко О.В., Писарук А.В., Шагило В.Г., Лишневская В.Ю., Чеботарев Н.Д., Погорельский Ю.Н. Анализ variability ритма сердца в клинической практике

- (возрастные аспекты). — Киев: Институт геронтологии АМН, 2002. — 189 с.
3. Баевский Р.М., Берсенева А.П. Оценка адаптационных возможностей организма и риск развития заболеваний. — М.: Медицина, 1997. — 236 с.
  4. Аронов Д.М., Лупанов В.П. Функциональные пробы в кардиологии. — М.: Медпресс-информ, 2002. — 296 с.
  5. Halson S.L., Jeukendrup A.E. Does Overtraining Exist? An Analysis of Overreaching and Overtraining Research // *Sports Med.* — 2004. — Vol. 34. — No.14. — P.967–981.
  6. Чайковський І.А., Лапшина І.Є., Файнзильберг Л.С., Секретний В.А. Аналіз ЕКГ у фазовому просторі як засіб контролю функціонального стану спортсменок, які спеціалізуються у футболі // *Спортивна медицина.* — 2011. — № 1–2. — С. 63–68.
  7. Спосіб експрес-контролю функціональних резервів міокарда і адекватності фізичного навантаження: пат. 87096 Україна: МПК А61В 5/02 / Мініна О.М., Буков Ю.О., Файнзильберг Л.С. Заявлено 25.06.2013; Опубл. 27.01.2014 // *Бюл.* — 2014. — № 2.
  8. Файнзильберг Л.С. Компьютерная диагностика по фазовому портрету электрокардиограммы. — Киев: Освита України, 2013. — 191 с.
  9. Спосіб оцінки фізіологічної ціни психоемоційного чи фізичного навантаження: пат. 54185 Україна: МПК А61В 5/02 / Чайковський І.А., Буднік М.М. Заявлено 21.05.2010; Опубл. 25.10.2010 // *Бюл.* — 2010. — № 20.
  10. Di Bernardo D., Murray A. Computer model for study of cardiac repolarization // *J. Cardiovasc. Electrophysiol.* — 2000. — Vol. 11. — P. 895–899.
  11. Вентцель Е.С. Теория вероятности, М.: Наука, 1969. — 575 с.
  12. Файнзильберг Л.С., Жук Т.Н. Гарантированная оценка эффективности диагностических тестов на основе усиленного ROC-анализа // *Управляющие системы и машины.* — 2009. — № 5. — С.3–13.

UDC 616.12

## INFORMATION TECHNOLOGY OF THE ORGANISM ADAPTATION RESERVES ASSESSMENT IN FIELD CONDITIONS

L.S. Fainzilberg, K.B. Orikhovska

*International Research and Training Center for Information Technologies and  
Systems of National Academy of Sciences of Ukraine and Ministry of Education and  
Science of Ukraine*

**Introduction.** Building an effective IT that provides an assessment of the reserve capacity of the organism to physical and emotional overload has both cognitive and practical importance. The relevance of such IT is increasing in our time since it is necessary to provide reliable results in field conditions. This requires prompt, convenient and reliable tools for obtaining test results, which is to be clear not only the decision maker, but also to the examinee that has no medical education.

**The purpose** of the article is to propose a new information technology for assessing the adequacy the body's reaction and recovery processes of the cardiovascular system of a human on a set of single-channel ECG parameters.

**Methods.** The proposed IT includes a set of interacting modules, in particular input module and ECG processing module, which realized on FAZAGRAF<sup>®</sup> complex. This complex provides recording of the ECG first standard lead and automatic detection of 32 ECG parameters and variability of the cardiac cycle in three states: at rest, immediately after dosage load and after 3 minutes of rest. A distinctive feature of the technology is that decisions on adequate or inadequate

response of the organism to physical or emotional overload are realized by two methods — qualitative assessment and quantitative assessment.

**Results.** It is shown that a qualitative assessment of the reaction to the overload can be carried out on the basis of recognition of patterns' classes generated by each triplet of measured parameters, and comparing the detected pattern with the dominant classes of each of the parameters. Quantitative assessment can be carried out based on the comparison of the generalized parameter with thresholds.

The algorithm for determining the dominant classes of parameters is proposed. Statistical analysis showed that the probability of appearance of patterns' classes and generalized parameter values significantly different in the groups of trained and untrained persons. Examples of decision-making of the adequate and inadequate reaction of the organism on the overload are given.

**Conclusions.** The proposed IT satisfies the formulated requirements to field tools for testing the reserve capacity of the cardiovascular system during physical and emotional overloads.

**Keywords:** information technology, cardiovascular system, assessment of reserve capacity of the organism.

1. Heart rate variability. Standards of Measurement, Physiological interpretation and clinical use // *Circulation*. 1996, vol. 93. P. 1043–1065.
2. Korkushko O.V., Pizaruk A.V., Shatilo V.G., Lishnevskaya V.Y., Chebotarev N.D., Pohoretsky Y.N. *Analysis of heart rate variability in clinical practice (age aspects)*. Kijv: Institut gerontologii AMN. 2002, 189 p. (in Russian).
3. Baevsky R.M., Berseneva A.P. *Estimation of adaptation capabilities of the organism, and the risk of the disease development*. Moskow: Medicine. 1997, 236 p. (in Russian).
4. Aronov D.M., Lupanov V.P. *Functional tests in cardiology*. Moskow: Medpress-inform. 2002, 296 p. (in Russian).
5. Halson S.L., Jeukendrup A.E. Does Overtraining Exist? An Analysis of Overreaching and Overtraining Research. *Sports Medicine*. 2004, vol. 34. No. 14. P. 967–981.
6. Chaykovsky I.A., Lapshin I.E., Fainzilberg L.S., Secretnyi V.A. ECG analysis in phase space as a way of monitoring the functional state of athletes who specialize in football. *Sports Medicine*. 2011. № 1–2. P. 63–68. (in Ukrainian).
7. Minina O.M., Bukov Y.O., Fainzilberg L.S. *Rapid control method of myocardial functional reserve and physical activity adequacy*. UA Patent 87096, 2014, bul. 2. (in Ukrainian).
8. Fainzilberg L.S. *Computer diagnostics by phase portrait of electrocardiogram*. Kiev: Osvita Ukrainy. 2013, 191 p. (in Russian).
9. Chaykovsky I.A., Budnik M.M. *Method for physiological assessment psychoemotional or physical stress*. UA Patent 54185, 2010, bul. 20. (in Ukrainian).
10. Di Bernardo D., Murray A. Computer model for study of cardiac repolarization. *J. Cardiovasc. Electrophysiol.* 2000, vol. 11. P. 895–899.
11. Wentzel E.S. *Theory of probability*. Moskow: Science. 1969. 575 p. (in Russian).
12. Fainzilberg LS, Zhuk T.N. Guaranteed efficiency estimation of diagnostic tests based on the amplified ROC-analysis. *Control systems and machines*. 2009. № 5. P. 3–13. (in Russian).

Получено 28.05.2015

## СИТУАТИВНИЙ СИНТЕЗ АВТОМАТИЗИРОВАНОЇ СИСТЕМИ ЗБОРУ І ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ

Ю.Г. Даник, А.А. Писарчук, С.В. Тимчук

*Житомирський військовий інститут імені С. П. Корольова*

Предложен ситуативный подход к синтезу автоматизированной системы сбора и обработки информации. Показаны недостатки классических методов синтеза сложных информационных систем и процесса обработки информации в таких системах. В качестве способа устранения обнаруженных недостатков предложено применение синергетических методов, в частности идеологии ситуационного управления, фрактального описания сложных информационных систем и методов самоорганизации на этапе обработки информации. На основе выбранных подходов сформированы фрактальная информационная модель автоматизированной системы сбора и обработки информации, а также принципы построения методов обработки информации от разнородных информационных источников.

**Ключевые слова:** информационная система, ситуационное управление, фрактал.

Запропоновано ситуативний підхід до синтезу автоматизованої системи збору та оброблення інформації. Показано недоліки класичних методів синтезу складних інформаційних систем та процесу оброблення інформації в таких системах. У якості способу усунення виявлених недоліків запропоновано застосування синергетичних методів, зокрема ідеології ситуаційного керування, фрактального опису складних інформаційних систем і методів самоорганізації на етапі оброблення інформації. На основі вибраних підходів сформовано фрактальну інформаційну модель автоматизованої системи збору й оброблення інформації, а також принципи побудови методів оброблення інформації від різнорідних інформаційних джерел.

**Ключові слова:** інформаційна система, ситуаційне управління, фрактал.

### ВВЕДЕНИЕ

Современное управление сложными системами характеризуются всесторонней информатизацией этого процесса, высокой динамикой изменения обстановки и плотности потока конфликтных ситуаций (КС) различного характера. Основным из факторов эффективного достижения целей управления становится всеохватывающая информационная поддержка, обеспечиваемая объединением в единую интегрированную среду всех участников этого процесса: сенсорной составляющей; системы обработки информации с оперативным персоналом, формирующие автоматизированную систему сбора и обработки информации (ССОИ); потребителей информации [1]. Примерами таких систем управления являются системы инфраструктуры космической, авиационной, энергетической отраслей, военного назначения, общегосударственного управления и т.д., где реализуются процессы мониторинга заданных объектов [2]. Результаты применения современных ССОИ доказывают наличие проблем в принципах их построения и математических основах функционирования при решении задач структурного синтеза и обработки данных. Это делает актуальной задачу разработки

эффективных математических основ функционирования ССОИ в условиях значительной избыточности данных, динамики текущей обстановки и плотности потока КС.

## **АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ ПОДХОДОВ**

Известные подходы к синтезу сложных систем базируются большей частью на формировании статической структуры, неизменной в процессе функционирования системы [3]. При этом задачи и функции, как правило, равномерно распределяются между всеми составными системы с избирательностью элементов лишь по иерархии структуры в горизонтально-вертикальных связях. На увеличение количества и плотности потока КС система реагирует увеличением элементов по соответствующим уровням. Известные подходы к обработке информации в ССОИ базируются на статистических методах, что не обеспечивает реальности временного масштаба их использования для смешанных по типу данных экспериментальных выборок значительных объемов измерений (до тысячи) [4]. Возможным путем устранения указанных недостатков является применение синергетических методов, в частности идеологии ситуационного управления, фрактального описания сложных информационных систем и методов самоорганизации на этапе обработки информации [5, 6].

**Цель** статьи — разработка математических основ ситуативного синтеза структуры ССОИ и эффективных методов обработки данных в условиях значительной их избыточности, динамики текущей обстановки и плотности потока КС.

## **ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА**

Современную ССОИ следует рассматривать как большую систему, состоящую из:

- сенсорной части (технических средств мониторинга (ТСМ) информационных источников (ИнфИ), расположенных на объектах мониторинга (ОМ)),

- системы обработки информации с автоматизированными рабочими местами (АРМ) и специальным программно-алгоритмическим обеспечением,

- потребителей информации,

- телекоммуникационной составляющей. Построение ССОИ базируется на следующих факторах:

- идеологии открытых распределенных информационно-управляющих систем, структурно-инвариантных к уровням управления;

- технологиях защищенных компьютерных сетей с мобильным стандартизированным модульным оборудованием;

- реализации *функций* сбора, накопления, обработки информации, выработки решений и управления этими процессами.

**Синтез ССОИ** состоит в определении ее свойств, элементов и отношений.

*Свойства ССОИ* должны обеспечить реализацию: ранее указанных идеологии, технологии и функциональных возможностей; динамических характеристик с ситуативной структурно-параметрической адаптивностью к сложившейся обстановке; высоких показателей оперативности, достоверности и полноты конечной информации.

*Определение состава ССОИ*, параметров ее элементов и отношений между ними отражает суть задачи структурного синтеза. Обеспечение сохранения сформированных свойств системы в условиях значительной избыточности данных, динамики текущей обстановки и плотности потока КС статической структурой малоэффективно. В то же время, применение методов синергетики позволяет создавать модели сложных систем с реализацией механизмов самообразования, развития и адаптации путем использования ситуативных подходов, фракталов, алгоритмов самоорганизации и т. д. [7], поэтому, реализацию процесса структурного синтеза предлагается провести в соответствии с принципами ситуационного управления [5]. Суть этого процесса для ССОИ состоит в описании системы совокупностью базовых примитивов (инициаторов фрактальных множеств) и их расширении на заданный уровень иерархии. В результате формируется информационная модель (ИМ) системы с открытой архитектурой и завершенностью для заданного уровня иерархии, с возможностью дополнения при появлении новых задач или требований. Для известного на заданном уровне иерархии состава элементов системы реализуется ситуативный синтез структуры ССОИ как наилучший вариант подсистемы реагирования на конкретную КС. В результате формируются и циклически функционируют подсистемы, которые в пределах ИМ в параллельно-последовательном режиме обрабатывают множество КС с декомпозицией информационных потоков. Тем самым реализуется ситуационное управление структурой ССОИ в условиях избыточности данных, динамики изменения текущей обстановки и плотности потока КС.

В соответствии с изложенным, *методика ситуативного синтеза структуры автоматизированной ССОИ* должна включать:

- формирование ИМ ССОИ; выявление и идентификацию текущей КС;
- ситуационный структурный синтез ССОИ для возникшей КС;
- оценивание эффективности результатов синтеза и, при необходимости, корректирование предыдущих этапов;
- повторение всех этапов методики для следующей КС.

*Информационная модель ССОИ* должна удовлетворять следующим требованиям: инвариантность отображения изменений структуры ССОИ к уровню иерархии; отражение процессов развития и модификации в зависимости от информационной избыточности результатов мониторинга, плотности потока КС и динамики текущей ситуации; прогнозируемость свойств модели в определении требований к составу элементов ССОИ соответствующего уровня иерархии и потребителей информации.

Первопричиной формирования ИМ и ситуационного конфигурирования ССОИ является  $i$ -я ( $i = 1, \dots, I$ ) КС —  $KS_i$ , характеризуемая множеством (формуляром), состоящим из тройки:  $P_{ks}$  — признак КС, представляющий уникальную буквенно-цифровую комбинацию;  $T_{ks}$  — множество частных задач системы по устранению КС;  $I_{ks}$  — множество информационных потребностей системы:

$$KS_i = \{P_{ks\ i}, T_{ks\ j}^{KS}, I_{ks\ f}^{KS}\}, i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, f = 1, \dots, F. \quad (1)$$

Частные задачи по устранению КС и информационные потребности для  $i$ -й КС представляются подмножествами:

$$T_{ks\ j}^{KS} = \{T_{ks\ i1}, T_{ks\ i2}, T_{ks\ i3}, \dots, T_{ks\ il}, \dots, T_{ks\ iL_i}\}, l = 1, \dots, L_i, \quad (2)$$

$$I_{ks\ f}^{KS} = \{I_{ks\ i1}, I_{ks\ i2}, I_{ks\ i3}, \dots, I_{ks\ ik}, \dots, I_{ks\ iK_i}\}, k = 1, \dots, K_i.$$

Описание системы обработки информации реализуется для каждого ее АРМ в виде формуляра:

$$ES_j = \{T_{ks\ j}^{ES}, I_{ks\ j}^{ES}(I_{ks\ f}^{ID})\}. \quad (3)$$

Функциональное обозначение  $I_{ks\ j}^{ES}(I_{ks\ f}^{ES})$  характеризует взаимосвязь информационных потребностей  $j$ -го АРМ, обеспечиваемых информационными возможностями  $f$ -го конкретного ТСМ. Описание ТСМ характеризуется формуляром из  $I_{ks}^{ID}$  — множества информационных возможностей ТСМ и  $TX$  — множества технических характеристик (ТХ) ТСМ, которые обеспечивают его возможности:

$$ID_f = \{I_{ks\ f}^{ID}, TX_f\}. \quad (4)$$

Формирование ИМ ССОИ предлагается реализовать на базе фрактальных структур, что обусловлено их свойствами: самоподобия, дробной размерности, масштабной инвариантности, иерархичности — и обеспечивает выполнение сформированных к ней требований [7]. Описание ССОИ реализуется информационным фракталом в таком составе: ИнФИ, система обработки информации в составе АРМ и ТСМ, а также потребители информации. Непосредственно фрактал описывается графом, а динамические свойства отображаются графодинамическими структурами. Описание процессов: формирования фрактального графа, его развития, модификации; информационных отношений составляющих — осуществляется с использованием операций: копирования графа; введения ребра, связывающего вершины; разбивки ребра с введением дополнительной вершины и т. д. [8].

Фрактальный граф является обобщенным объектом, реализация этапов индуктивного или дедуктивного построения которого дает последовательность иерархических структур в виде инициатора, предфрактального и фрактального графов. Индуктивное определение графов включает выбор инициатора  $H=(W, Q)$  и построение на его основе предфрактального графа  $G=(V, E)$  с  $|V|$ ,  $|W|$  вершин и  $|E|$ ,  $|Q|$  ребер. Так, если в качестве инициатора  $H=(W, Q)$  выбрать совокупность ТСМ, соответствующих ИнфИ, замкнутых на структурную единицу – АРМ системы обработки информации, то будем иметь инициатор в виде структуры, представленной на рис. 1.

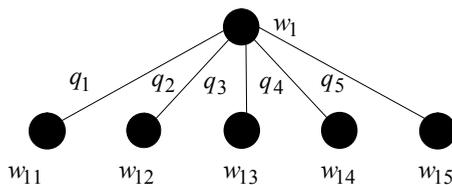


Рис. 1. Инициатор графовой модели ССОИ

На базе инициатора  $H=(W, Q)$  формируется предфрактальный граф, например трёхуровневой структуры, путем применения к инициатору операций над графами (рис. 2).

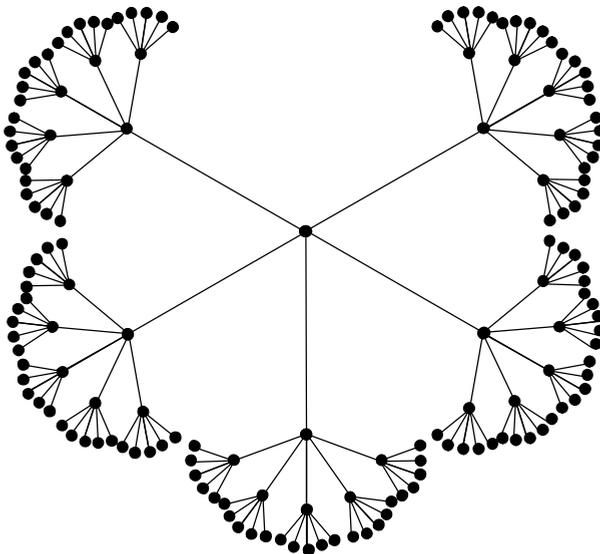


Рис. 2. Предфрактальный граф ССОИ

Фрактальное описание всех элементов ССОИ на базе предфрактала (рис. 2) требует построения многослойного графа в такой последовательности: определение уровней системы; описание ее элементов одномерными предфрактальными графами; выделение межэлементных

связей и их описание методами межграфовых отношений. Многослойная фрактально-графовая структура ССОИ с учетом сформированного предфрактала (рис. 2) будет содержать 3 слоя (подграфа):  $G^1$  — подграф ИнФИ,  $G^2$  — подграф ССОИ, состоящей из множеств ТСМ и АРМ обработки информации,  $G^3$  — подграф потребителей информации. В результате получена многослойная фрактально-графовая ИМ ССОИ, представленная на рис. 3. Для графа  $G^1$  вершинами  $v_k^1$  являются ИнФИ, объединенные ребрами  $r_k^1$  и образующие древовидную иерархическую структуру ОМ. В графе  $G^2$  вершины — ТСМ, объединены по принадлежности к АРМ системы обработки информации, а ребра графа отражают информационные потоки между ними. Вершины графа  $G^3$  характеризуют потребителей информации и соединяются ребрами — иерархическими связями между ними. Ребра, соединяющие вершины различных подграфов, отображают внутренние и внешние информационные связи ССОИ.

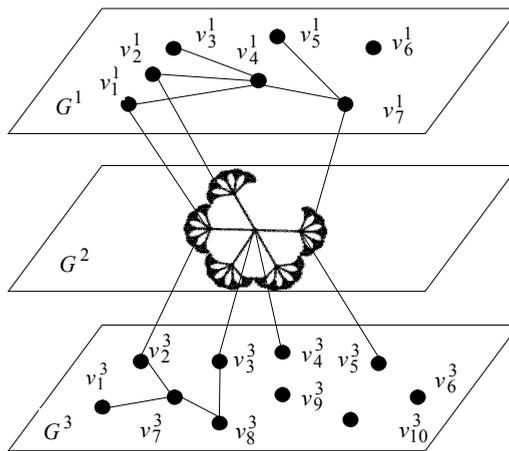


Рис. 3. Многослойная фрактально-графовая ИМ ССОИ

Применение фрактально-графовых операций для отображения многослойных взаимосвязей и соответствующих моделей, описывающих происходящие в них процессы, обеспечивает формирование математической фрактальной графодинамической ИМ ССОИ с выдвинутыми к ней свойствами. Этим обеспечивается описание избыточной структуры ССОИ для заданного уровня иерархии, на которой реализуется ситуативный динамический синтез, а фактически — процесс ситуативного управления структурой и параметрами системы сбора и обработки информации.

Этап *идентификации текущей КС* реализуется в ходе обработки информации и для этапа синтеза структуры ССОИ полагается реализованным.

*Ситуативный структурный синтез ССОИ* для заданной КС реализуется с конкретизацией количественной и качественной структуры системы.

Количественный состав системы определяется многокритериальной оптимизационной моделью, полученной путем приведения вектора противоречивых критериев оптимальности к единому функционалу по нелинейной схеме компромиссов:

$$F(N_{ARM}) = (1 - t_{ks0}(N_{ARM}))^{-1} + (1 - D_{ks0}(N_{ARM}))^{-1} + (1 - ID_{ks0}(N_{ARM}))^{-1} \rightarrow \min , \quad (5)$$

где зависимыми от количества АРМ  $N_{ARM}$ , нормированными к минимизированной форме частными критериями являются:  $t_{ks0}(N_{ARM})$  — время, затрачиваемое на устранение КС;  $D_{ks0}(N_{ARM})$  — достоверность решений, формируемых для устранения КС;  $ID_{ks0}(N_{ARM})$  — характеристика информационной избыточности синтезируемой системы. Количество АРМ определяет также количество остальных элементов ССОИ через межуровневые связи графодинамической фрактальной ИМ (см. рис. 3).

Качественный состав системы определяется реализацией требований наилучшего отображения в ее структуре возникшей КС. При этом оптимальной будет структура, которая обеспечивает: выполнение максимального количества функций АРМ из заданных формуляром КС  $T_{Sj} \rightarrow \max$ ; наибольшее количество используемых для устранения КС ТСМ  $I_{Sj} \rightarrow \max$  с наилучшими ТХ  $TX_{Sj} \rightarrow \max$ , что реализуется оптимизационной моделью:

$$\Psi_j = GT_{j0}(1 - T_{Sj0})^{-1} + GI_{j0}(1 - I_{Sj0})^{-1} + GTX_{j0}(1 - TX_{Sj0})^{-1} \rightarrow \min . \quad (6)$$

В качестве весовых коэффициентов  $GT_j$ ,  $GI_j$ ,  $GTX_j$  используют параметры, отражающие значимость АРМ по показателям:  $T_{Sj}$ ,  $I_{Sj}$ ,  $TX_{Sj}$ .

*Оценивание эффективности результатов ситуативного синтеза структуры ССОИ* производится путем расчета меры соответствия требований формуляра КС (1) реальным возможностям ситуативно синтезированной системы. Реализация этого процесса базируется на представлении формуляра КС пространственным многоугольником требований, а синтезируемой ССОИ — многоугольником возможностей. Мера соответствия «требований» и «возможностей» с учетом ошибок исходных данных и требований избыточности структуры ССОИ в пределах конкретных КС дает бинарную лингвистическую оценку: «система обеспечивает устранение КС», «система не обеспечивает устранение КС» [9].

**Обработка информации** имеет целью реализацию двух классов задач:

*общесистемной направленности* — выявление и идентификация возникшей КС, формирование и реализация команд внутреннего ситуационного управления, выработка решений на устранение КС и формирование команд управления;

*целевой направленности* — определение координат объекта мониторинга (ОМ) (наземного, надводного, воздушного, космического) и параметров его движения, идентификация ОМ (классификация) по типу, определение его технических характеристик, принадлежности к группе объектов мониторинга и т. д., установление характера текущих действий ОМ, прогноз возможного состояния и дальнейшего развития ситуации.

Для решения указанных задач используется: совокупность *фактов, данных, суждений* об ОМ, поток *неформализованной информации*. Методологически сформулированные задачи обработки сводятся к трем этапам: совместная траекторная обработка измерений; идентификация КС и ОМ; выработка аналитического вывода о текущей ситуации и принятие решения на формирование команд управления.

*Совместная траекторная обработка измерений от разнотипных ТСМ* требует объединения несинхронизированных экспериментальных выборок и реализуется следующим образом. Положение динамического ОМ в пространстве однозначно характеризуется вектором шести параметров в геоцентрической системе координат (ГСК)  $\bar{b}$ , который определяют по вектору измеренных параметров в пунктовой системе координат (ПСК)  $\bar{a}$ . Эти векторы объединены взаимосвязью

$$\bar{a} = F\bar{b},$$

где  $F$  — обобщенная матрица перехода от модели изменения (вектора) координат в ГСК к модели (вектору) в ПСК, а для моделей изменения координат ОМ в ПСК  $A(t)$  и в ГСК  $B(t)$

$$A(t) = F(B(t)).$$

Модели  $A(t)$  и  $B(t)$  описывают движение одного и того же ОМ в разных системах координат и формируются таким образом. Модель  $A(t)$  (теоретическая) формируется в виде решения дифференциального уравнения, полученного с использованием метода дифференциальных преобразований (ДП) [10]:

$$P \left\{ \frac{d^m B(t)}{dt^m} + \dots = f_B(t, B(t)) \right\} = \frac{(k+m)!}{k!H^m} B(k+m) + \dots = F_B(k, B(k)), \quad (7)$$

где  $B(k)$  при  $k=0, 1, \dots$  — начальные условия движения ОМ (координата и скорость) в ГСК. На основании (7) и метода ДП получим модель движения ОМ в ГСК и ПСК:

$$B(t) = P^{-1}\{B(k)\} = \sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{t}{H} \right)^k B(k), \quad A(t) = \sum_{j=0}^L A_j t^j, \quad (8)$$

где  $A_0, A_1, A_2, \dots$  — коэффициенты полинома.

В тоже время по выборке измерений выбранной координаты положения ОМ  $\bar{a} = \{a_1, a_1, \dots, a_n\}$  с использованием одного из известных статистических методов формируются экспериментальные аналитические модели в ПСК [4]:

$$\widehat{A}(t) = \sum_{j=0}^L \widehat{A}_j t^j, \quad (9)$$

где  $\widehat{A}_0, \widehat{A}_1, \widehat{A}_2, \dots$  — коэффициенты аппроксимирующего полинома.

В соответствии с методом баланса дифференциальных спектров, применяемом в ДП, из моделей (8) и (9) формируют систему уравнений [10]:

$$P\{A(t)\}_t^* \Rightarrow A(k) = \hat{A}(k) \Leftarrow P\{\hat{A}(t)\}_t^*. \quad (10)$$

Сформированная система позволяет получить вектор координат ОМ по ограниченному составу измеренных параметров в однопозиционной системе с учетом временной избыточности экспериментальных данных. Для многопозиционной системы из  $d$  измерителей формируют систему уравнений

$$P\{A_i(t)\}_t^* \Rightarrow A_i(k) = \hat{A}_i(k) \Leftarrow P\{\hat{A}_i(t)\}_t^*, \quad i = 1 \dots d. \quad (11)$$

В системе (11) учтена как параметрическая, так и временная избыточность полученных данных. Когерентность работы измерителей во времени и пространстве не является обязательной, поскольку процесс объединения информации осуществляется на уровне моделей движения ОМ.

*Идентификацию КС и объектов мониторинга* в условиях значительной избыточности исходных данных, динамики текущей обстановки и плотности потока КС следует осуществлять с внедрением принципов самоорганизации [11].

*Формирование аналитического вывода* о текущей ситуации и принятие решения о формировании команд управления требует совместного анализа результатов тракторной обработки, идентификации ОМ, обработки первичных фактов  $F_i\{f_{ij}\}$ , данных  $D_i\{d_{il}\}$  и суждений  $S_i\{s_{ik}\}$ , а также неформализованных информационных потоков. Результатом этого процесса должны быть аналитические выводы о состоянии, характере текущих и прогнозируемых действий ОМ, его возможностях и т. д. Информация для аналитической обработки является экспериментальной и субъективной, носит статистический и нечеткий характер неопределенности. Аналитическое формирование выводов по разнородной избыточной информации предлагается реализовать путем построения и использования иерархического дерева логического вывода [12].

Базовая структура логического дерева для инфологии фактов, данных, суждений может иметь, например, модель вида

$$F_i\{f_{ij}\} \cup D_i\{d_{il}\} \cup S_i\{s_{ik}\},$$

а графическое представление с учетом неформализованных информационных потоков в виде, представленном на рис. 4.

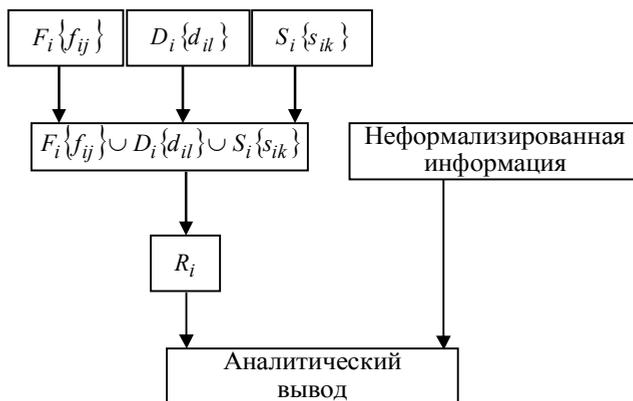


Рис. 4. Дерево логического вывода

Информационной основой для узлов логического дерева является база знаний, формируемая в процессе разработки программно-алгоритмической составляющей ССОИ и вычислительного алгоритма интеллектуальной системы поддержки принятия решений.

## Выводы

Принципы построения и математические основы функционирования ССОИ должны обеспечивать эффективное выполнение целевых задач в условиях значительной информационной избыточности, высокой плотности потока КС и динамики изменения текущей обстановки. Это реализуется: внедрением идеологии открытых распределенных информационно-управляющих систем, инвариантных по своей структуре к уровню управления; использованием технологий защищенных сетей и принципов унификации; цикличностью процессов сбора, накопления и обработки информации.

Функционирование ССОИ следует строить на ситуативном принципе управления ее структурой и параметрами путем формирования и применения многослойной фрактально-графовой информационной модели системы сбора и обработки информации. Такая модель отвечает свойствам: описания динамики изменения структуры ССОИ с инвариантностью к уровням управления и потребителей; наследования, инкапсуляции и полиморфизма структур с развитием и модификацией; прогнозирования требований к составу элементов соответствующего уровня.

Обработка информации в ССОИ включает этапы общесистемной направленности (выявление и идентификация КС, формирование и реализация команд внутреннего управления, выработка решений по устранению КС) и целевой направленности (определение координат ОМ и параметров их движения, идентификация ОМ и КС, установление характера текущего и прогнозируемого состояния). Их реализация базируется на

использовании метода совместной обработки измерений, моделей самоорганизации и деревьев логического вывода со статистическими и нечеткими подходами.

1. Морозов А.О. Ситуаційні центри. Теорія і практика : збірник статей / А.О. Морозов, Г.С. Кузьменко, В.А. Литвинов. — К. : Вид-во СП «Інтертехнодрук», 2009. — 346 с.
2. Радиоэлектронные системы. Основы построения и теория: справочник / Под ред. Я.Д. Ширмана. — М. : Радиотехника, 2007. — 512 с.
3. Цвиркун А.Д. Основы синтеза структуры сложных систем / А.Д. Цвиркун. — М. : Наука, 1982. — 200 с.
4. Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений / Б.Ф. Жданюк. — М. : Сов. радио, 1978. — 350 с.
5. Поспелов Д.А. Ситуационное управление: теория и практика / Д.А. Поспелов. — М. : Наука, 1986. — 288 с.
6. Ивахненко А.Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем / А.Г. Ивахненко. — К. : Наук. думка, 1981. — 296 с.
7. Кузнецова В.Л. Самоорганизация в технических системах / В.Л. Кузнецова, М.А. Раков. — К. : Наук. думка, 1987. — 200 с.
8. Семенов А.С. Фрактальные развивающиеся архитектуры / А.С. Семенов // Управление большими системами. — 2010. — Спец. Вып. 30.1 “Сетевые модели в управлении”. — С. 91–103.
9. Даник Ю.Г. Методика структурно-параметрического синтеза сложной эргатической распределенной информационно-управляющей системы реагирования на конфликтные ситуации / Ю.Г. Даник, А.А. Писарчук // Проблемы управления и информатики. — 2014. — № 2. — С. 80–101.
10. Пухов Г.Е. Дифференциальные преобразования и математическое моделирование физических процессов / Г.Е. Пухов. — К. : Наук. думка, 1986. — 159 с.
11. Писарчук А.А. Концепция идентификации контролируемых ситуаций на основе самоорганизации разнородных признаков / А.А. Писарчук // Кибернетика и вычислительная техника. — 2014. — Вып. 178. — С. 66–81.
12. Ротштейн А.П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткие множества, генетические алгоритмы, нейронные сети / А.П. Ротштейн. — Винница : Універсам-Вінниця, 1999. — 320 с.

UDC 004.9:355

## **SITUATION SYNTHESIS OF AUTOMATED SYSTEM OF COLLECTION AND PROCESSING INFORMATION**

**Y.G. Danik, A.A. Pisarchuk, S.V. Timchuk**

*Zhytomyr Military Institute n. a. S.P. Koroljov*

**Introduction.** Modern management processes are characterized by a comprehensive computerization of the process, high dynamic changes in the environment, and the density of the flow of conflict situations (CS) of various kinds. The main factor in achieving the goals of effective management becomes all-encompassing information support provided by the union in a single integrated environment all stakeholders: sensory component; information processing system with the operational staff — forming a system for collecting and processing information (SCPI); consumer information. The results of the application of modern SCPI prove the existence of problems in their design philosophy and mathematical foundations of functioning in solving problems of structural synthesis and processing.

© Ю.Г. Даник, А.А. Писарчук, С.В. Тимчук, 2015

ISSN 0452-9910. **Кибернетика и вычисл. техника. 2015. Вып. 181**

**Purpose.** Development of the mathematical foundations of situational structure synthesis SCPI and efficient data processing methods in terms of their considerable redundancy, the dynamics of change of the current situation and the flux density of the CS.

**Results.** Methodology situational structure synthesis automated SCPI should include: formation SCPI information model based on fractal structures; detection and identification of the current CS; situational structural and parametric synthesis SCPI arisen for the CS; estimation of effectiveness of fusion and if necessary correction of previous stages; repeat all stages of the methodology for the next CS.

Formation of SCPI information model based on fractal structures due to their properties: self-similarity, fractional dimension, scale invariance, hierarchy — ensures that the generated model requirements. Implementation of information processing in SCPI based on the method of joint processing of measurement models of self-organization and trees with statistical inference and fuzzy approaches.

**Conclusion.** Effective implementation of the aims SCPI implemented: introduction ideologies open, distributed, information-management systems that are invariant in structure to the level of control; using technologies protected networks and principles of unification; cyclical processes of collection, storage and processing of information.

**Keywords:** information system, contingency management, fractal.

1. Morozov A.O., Kuzmenko G.Ye., Lytvynov V.A. *The situational centres. The theory and practice: the collection of articles*. Kiev : Vydavnytstvo SP “Intertehnodruk”, 2009, 346 p. (in Ukrainian).
2. Shirman Ya.D. *Radio electronic systems. Bases of construction and theory: reference book*. Moscow : Radiotekhnika, 2007, 512 p. (in Russian).
3. Tsvirkun A.D. *Fundamentals of structure synthesis of complex systems*. Moscow : Nauka, 1982, 200 p. (in Russian).
4. Zhdanyuk B.F. *Fundamentals of statistical processing trajectory measurements*. Moscow : Sovetskoe radio, 1978, 350 p. (in Russian).
5. Pospelov D.A. *Contingency management theory and practice*. Moscow : Nauka, 1986, 288 p. (in Russian).
6. Ivahnenko A.G. *Inductive method of self-organizing models of complex systems*. Kiev : Naukova dumka, 1981, 296 p. (in Russian).
7. Kuznetsova V.L., Rakov M.A. *Self-organising in technical systems*. Kiev : Naukova dumka, 1987, 200 p. (in Russian).
8. Semenov A.S. Fractal developing architectures. *Managing large systems*, 2010, Special Edition 30.1 "Network models in control", pp. 91–103. (in Russian).
9. Danik Yu.G., Pisarchuk A.A. The technique of structural and parametric synthesis of complex ergatic distributed information management system responded to conflict situations. *Problems of management and informatics*, 2014, no. 2, pp. 80–101. (in Russian).
10. Puhov G.E. *Differential transformations and mathematical modeling of physical processes*. Kiev : Naukova Dumka, 1986, 159 p. (in Russian).
11. Pisarchuk A.A. The concept of identification of controlled situations on the basis of self-organization of diverse attributes. *Cybernetics and Computer Science*, 2014, no. 178, pp. 66–81. (in Russian).
12. Rotshteyn A.P. *Intelligent identification technology: fuzzy sets, genetic algorithms, neural networks*. Vinnitsa : Universam-Vinnycja, 1999, 320 p. (in Russian).

Получено 17.05.2015

# Интеллектуальное управление и системы

УДК 629.735.017.1.083(045)

## АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ ТРАЕКТОРИЕЙ ДВИЖЕНИЯ САМОЛЕТА ПО КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ

Ю.В. Грищенко, А.В. Скрипец, В.Д. Тронько

*Национальный авиационный университета МОН Украины*

Рассматривается функция корреляции между заданным и несвоевременным вводом человеком-оператором воздушного судна в глиссаду посадки. В такой эргатической системе это связано с психофизиологическими особенностями пилота. Проведено описание корреляционных функций нескольких возможных вариантов входа в глиссаду. Теоретически показаны наиболее неблагоприятные последствия при ошибках в управлении самолетом.

**Ключевые слова:** функция корреляции, человеческий фактор, глиссада, полет.

Розглядається функція кореляції між заданим і несвоєчасним введенням людиною-оператором повітряного судна в глисаду посадки. У такій ергатичній системі це пов'язано з психофізіологічними особливостями пілота. Здійснено опис кореляційних функцій декількох можливих варіантів входу в глисаду. Теоретично показано найбільш несприятливі наслідки при помилках в керуванні літаком.

**Ключові слова:** функція кореляції, людський фактор, глисада, політ.

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время доля авиационных происшествий, приходящихся на человеческий фактор (ЧФ), составляет 80–90 %. Несмотря на то, что такие события носят маловероятный характер, из-за них в один момент могут быть унесены сотни жизней. Ранее проведенные исследования по оценке изменения интегро-дифференцированного двигательного динамического стереотипа (ИДДС) пилота показали, что негативное воздействие на экипаж факторных накладок (ФН) — одновременно действующих факторов, часто имитируемых отказами на комплексном тренажере самолета, значительно влияет на качество техники пилотирования (КТП). Стресс, вызванный ФН, также приводит к возникновению ошибочных действий. Моделирование действия ФН путём введения комплексных отказов на тренажёре раскрывает огромные возможности для антистрессовой подготовки пилотов и остальных членов экипажа. Как показали исследования в учебных сертификационных центрах, примерно у 70 % пилотов отсутствует противодействие ФН и у этих же пилотов проявляется явление усиления ИДДС (ЯУИДДС), уже

отрицательное в том, что происходит увеличение амплитуды управляющих движений, которое оператор без специальной подготовки и оборудования не замечает. Следует отметить, что этап захода на посадку является наиболее аварийным [1–3].

Траектория движения воздушного судна (ВС) позволяет определить степень подготовки оператора, его психофизиологическое состояние, качество работы всех элементов воздушного судна. Более общая постановка задачи: каким образом при входе в глиссаду определить техническое и психологическое состояние системы оператор-машина-среда (СОМС).

**Целью** данной работы является определение возможности и формирование математических моделей управления воздушным судном по корреляционным функциям на участке входа в глиссаду для улучшения качества посадки.

### ФУНКЦИЯ КОРРЕЛЯЦИИ ТРАЕКТОРИИ ГЛИССАДЫ

В общем виде траектория полёта ВС

$$Z = f(x, y).$$

При посадке эта траектория определяется траекторией глиссады:

$$Z = f(x), y = \text{const}.$$

Траектория полёта определяется СОМС и связана с углами тангажа ( $\nu$ ), крена ( $\gamma$ ), наклона траектории ( $\theta$ ) и курса ( $\psi$ ), а также скоростью ( $v$ ) воздушного судна. Координаты траектории полёта являются зависимыми от всех перечисленных параметров и определяется выражениями

$$Z = F_1(\nu, \gamma, \theta, \psi, v), Y = F_2(\nu, \gamma, \theta, \psi, v), X = F_3(\nu, \gamma, \theta, \psi, v);$$

координаты глиссады ( $y = \text{const}$ ):

$$Z = F_4(\nu, \gamma, \theta, v) \quad \psi = \text{const}, \quad Z = F_5(\nu, \gamma, \theta, v) \quad y = \text{const}.$$

Для первых расчетов определим траекторию глиссады прямой линией, соединяющей точку положения радиомаяка ( $x = L, Z = 0$ ) и точку момента начала посадки ( $x = 0, Z_0 = h$ ) (Рис. 1). На этом рисунке в указанных точках траектория имеет резкий излом. Реально траектория полёта изменяется плавно, что в дальнейшем необходимо учесть.

Для этого случая координаты глиссады определяются зависимостью

$$Z = Z_0 + \text{tg}\alpha \cdot x,$$

где  $Z_0$  — начальная координата по высоте,  $\alpha$  — угол между линией траектории и направлением  $X$ ;  $Z_0 = h$ ,  $\text{tg}\alpha = -h/L$ ,  $L$  — длина глиссады. В этих обозначениях траектория глиссады будет иметь вид:

$$Z(x) = h - \frac{h}{L} \cdot x. \quad (1)$$

Отметим, что такая траектория посадки возможна при полном отсутствии внешних воздействий среды (точнее, внешние воздействия среды существуют, но они учитываются), нормальной работы всех механизмов воздушного судна, высокого профессионализма оператора без

психологических отклонений и при отсутствии других факторных накладок [4–6].

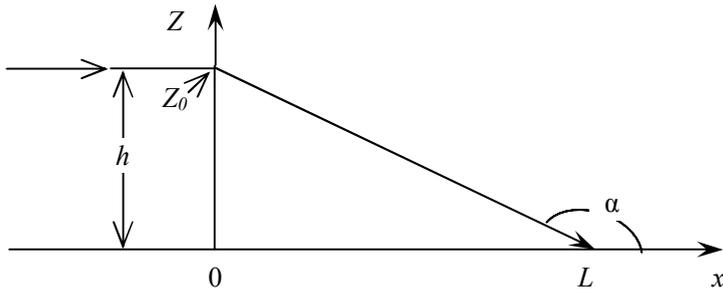


Рис. 1. Траектория глиссады ( $L$  — длина глиссады,  $h$  — начальная высота в момент посадки)

### ФУНКЦИЯ КОРРЕЛЯЦИИ ИДЕАЛЬНОЙ ГЛИССАДЫ

Траекторию посадки, описываемую формулой (1), обозначим как идеальную глиссаду.

Для дальнейшего анализа движения судна при посадке вычислим функцию корреляции траектории, описываемой уравнением (1):

$$\rho(\chi) = \frac{1}{L} \int_0^L Z(x) \cdot Z(x - \chi) dx, \quad (2)$$

где  $\chi$  — величина сдвига траектории по координате  $x$ : величина запаздывания при  $\chi > 0$  или величина опережения при  $\chi < 0$ .

Функции  $Z(x)$ ,  $Z(x - \chi)$ ,  $Z(x + \chi)$  на промежутке интегрирования от 0 до  $L$  имеют следующие значения:

$$Z(x) = \begin{cases} h - \frac{h}{L}x, & 0 \leq x \leq L \\ h \leq 0 & \\ 0 \geq L & \end{cases}, \quad (3a)$$

$$Z(x - \chi) = \begin{cases} h, & -\infty \leq x \leq \chi^* \\ h - \frac{h}{L}(x - \chi), & \chi \leq x \leq L + \chi \\ 0, & L + \chi \leq x \end{cases}, \quad (3б)$$

$$Z(x + \chi) = \begin{cases} h, & -\infty \leq x \leq \chi \\ h - \frac{h}{L}(x + \chi), & -\chi \leq x \leq L - \chi \\ 0, & L - \chi \leq L \end{cases}. \quad (3в)$$

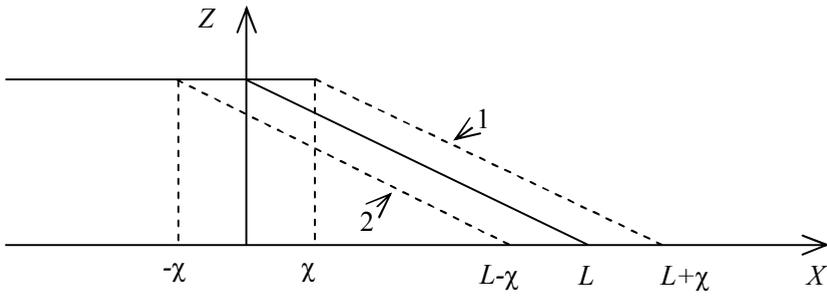


Рис. 2. Траектория глissады запаздывания — 1, и соответственно глissады опережения — 2.

Исходя из условий, определяемых выражениями (3а, б, в), функцию корреляции запаздывания и опережения распишем детально по областям интегрирования:

$$\begin{aligned}
 \rho(\chi) &= \frac{1}{L} \int_0^l Z(x)Z(x-\chi)dx = \frac{1}{L} \int_0^\chi \left(h - \frac{h}{L}x\right) \cdot 0 dx + \\
 &+ \frac{1}{L} \int_\chi^{L-\chi} \left(h - \frac{h}{L}x\right) \cdot \left[h - \frac{h}{L}(x-\chi)\right] dx + \frac{1}{L} \int_{L-\chi}^L \left(h - \frac{h}{L}x\right) \cdot 0 dx = \\
 &= \int_\chi^L \left(h - \frac{h}{L}x\right) \cdot \left[h - \frac{h}{L}(x-\chi)\right] dx = \\
 &= \frac{h^2}{L} \left(1 + \frac{\chi}{L}\right) (l-\chi) - \frac{h^2}{L} \frac{(2L+\chi)}{2} (L^2 - \chi^2) + \frac{h^2}{3L^3} (L^3 - \chi^3) = \\
 &= \frac{h^2}{3} - \frac{h^2 \chi}{2L} + \frac{h^2 \chi^3}{6L^3}, \chi \geq 0
 \end{aligned} \tag{4}$$

Функция корреляции опережения равна:

$$\begin{aligned}
 \rho(-\chi) &= \frac{1}{L} \int_0^l Z(x)Z(x+\chi)dx = \frac{1}{L} \int_0^{L-\chi} \left(h - \frac{h}{L}x\right) \left[h - \frac{h}{L}(x+\chi)\right] dx + \\
 &+ \frac{1}{L} \int_{L-\chi}^L \left(h - \frac{h}{L}x\right) \cdot 0 = \frac{1}{L} \int_0^{L-\chi} \left(h - \frac{h}{L}x\right) \left[h - \frac{h}{L}(x+\chi)\right] dx = \\
 &= \frac{h^2}{L^3} - \frac{h^2 \chi}{2L} + \frac{h^2 \chi^3}{6L^3} \quad \text{или} \quad \rho(\chi) = \frac{h^2}{3} + \frac{h^2 \chi}{2L} - \frac{h^2 \chi^3}{6L^3}, \chi \leq 0
 \end{aligned} \tag{5}$$

Функция автокорреляции:  $\rho(0) = \frac{h^2}{3}$  при  $\chi = L$

$$\rho(-L) = \rho(L) = 0.$$

Следует подчеркнуть, что при произвольном  $\chi$  в диапазоне  $-L$  до  $+L$

$$\rho(-\chi) = \rho(+\chi).$$

Факторная накладка приведет к изменению траектории глissады  $Z(x)$  на величину  $\Delta Z_{\text{ФН}} = Z_{\text{ФН}} - Z(x)$  или

$$Z_{\text{ФН}} = Z(x) + \Delta Z_{\text{ФН}}(x), \quad (6)$$

где  $Z(x)$  — траектория полета без факторных накладок,  $\Delta Z_{\text{ФН}}(x)$  — вклад в изменение траектории полета за счет факторных накладок. Этот вклад определяется не только техническими погрешностями и состоянием (влиянием) определяющей среды, а и уровнем профессиональной подготовки и психологическим состоянием оператора (пилота). Подчеркнем еще один важный момент. Уравнение (6) зависит (является функцией) не только от координат траектории полета, но и от времени, так как между координатой  $x$  и скоростью движения есть однозначная зависимость  $x = x(v, t)$ .

$$Z_{\text{ФН}}(t) = Z(t) + \Delta Z_{\text{ФН}}^{**}(t). \quad (7)$$

Вычислим функцию корреляции  $Z_{\text{ФН}}(x)$ , определяемую выражением (6):

$$\begin{aligned} \rho_{\text{ФН}}^{\text{Полная}}(\chi) &= \frac{1}{L} \int_0^L Z_{\text{ФН}}(x) \cdot Z_{\text{ФН}}(x - \chi) dx = \\ &= \rho(\chi) + \rho_{\text{ФН}}^{\text{Чистая}}(\chi) + \frac{1}{L} \int_0^L [Z(x) \cdot \Delta Z_{\text{ФН}}(x - \chi) + \Delta Z_{\text{ФН}}(x) \cdot Z(x - \chi)] dx, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\rho(\chi)$  — функция корреляции «чистого» полета (без ФН),  $\rho_{\text{ФН}}(\chi)$  — функция корреляции факторной накладки.

$$\rho(\chi) = \frac{1}{L} \int_0^L Z(x) \cdot Z(x - \chi) dx \quad (9)$$

$$\rho_{\text{ФН}}(\chi) = \frac{1}{L} \int_0^L \Delta Z_{\text{ФН}}(x - \chi) dx$$

Третий член правой части уравнения (8) является функцией корреляций двух независимых функций  $Z(x)$  и  $\Delta Z_{\text{ФН}}(x)$ .

Обозначим эту смешанную функцию  $\rho_{\text{СМ}}$ .

$$\rho_{\text{СМ}} = \frac{1}{L} \int_0^L [Z(x) \cdot \Delta Z_{\text{ФН}}(x - \chi) + \Delta Z_{\text{ФН}}(x) \cdot Z(x - \chi)] dx \quad (11)$$

Чаще всего корреляции между траекторией полета (в том числе глissады)  $Z$  и ФН  $\Delta Z_{\text{ФН}}$  нет и  $\rho_{\text{СМ}}$  равна или близка к нулю. Для примера возьмем такую ФН, которая влияет на координату  $Z$  как гармонические колебания во времени:

$$\Delta Z_{\text{ФН}}(t) = a_0 \cos(\Omega t) \quad (12a)$$

или

$$\Delta Z_{\Phi H}(x) = a_0 \cos \Omega \frac{x}{v}, h \gg a_0 \quad (126)$$

$$Z_{\Phi H}(x) = h.$$

где  $a_0$  — амплитуда факторной накладки.

Воздушное судно летит на постоянной высоте  $h$  с гармоническим изменением высоты по закону определяемой формулой (126).

Тогда смешанная функции корреляции  $\rho_{CM}$  вычисляется по формуле (11) и равна:

$$\begin{aligned} \rho_{CM} &= \frac{h \cdot a_0}{L} \int_0^L \left( \cos \frac{\Omega}{v} x \right) dx = \\ &= \frac{4h \cdot a}{L} \cdot \frac{\Omega^2}{v^2} \sin \frac{\Omega}{2v} L \cdot \cos \frac{\Omega}{2v} \left( L - \frac{\chi}{2} \right), \end{aligned} \quad (13)$$

так как  $h \ll L$ , то  $\rho_{CM} \approx 0$ .

Отметим, что при  $\frac{\Omega}{v} \cdot \chi = 180^\circ$ ,  $\rho_{CM} = 0$ , при  $\frac{\Omega}{v} \cdot \chi = 0$ ,  $\rho_{CM}$  амплитуда  $\rho_{CM}$  максимальная. Смешанная функция корреляции зависит от  $L$  и  $\chi$  периодически.

$$\begin{aligned} \rho(L) = h^2, \rho_{\Phi H}(\chi) &= \frac{a_0^2}{L} \int_0^L \cos \frac{\Omega}{v} x \cdot \cos \frac{\Omega}{v} (x - \chi) dx = \\ &= \frac{2a_0^2}{2L} \int_0^L \left[ \cos \frac{2\Omega}{v} \left( x - \frac{\chi}{2} \right) + \cos \chi \right] dx = \frac{a_0^2}{2L} \int_0^L \left[ \cos \frac{2\Omega}{v} \left( x - \frac{\chi}{2} \right) + \cos \frac{\Omega}{v} \chi \right] dx = \\ &= \frac{a_0^2}{2L} \cdot \frac{v}{2\Omega} \cdot \sin \frac{2\Omega}{v} \left( x - \frac{\chi}{2} \right) \Big|_0^L + \frac{a_0^2}{2L} \cos \frac{\Omega}{v} \chi \cdot L = \\ &= \frac{a_0^2}{2L} \cdot \cos \left( \frac{\Omega}{v} \cdot \chi \right) + \frac{a_0^2}{2L} \cdot \frac{v}{2\Omega} \left[ \sin \frac{2\Omega}{v} \left( L - \frac{\chi}{2} \right) + \left( \frac{2\Omega}{v} \cdot \frac{\chi}{2} \right) \right] \approx \\ &\approx \frac{a_0^2}{2L} \cdot \cos \left( \frac{\Omega}{v} \cdot \chi \right). \end{aligned}$$

Таким образом, полная функция корреляции равна:

$$\rho_{\Phi H}(\chi) = h^2 + \frac{a_0^2}{2} \cos \left( \frac{\Omega}{v} \cdot \chi \right). \quad (14)$$

Видно, что  $\rho_{\Phi H}$  при горизонтальном полете с периодически факторной накладкой имеет периодическую зависимость от  $\chi$ . График этой зависимости представлен на рис. 4.

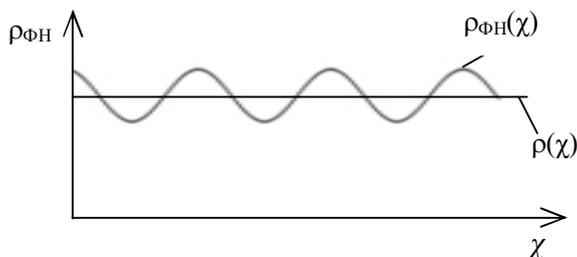


Рис. 4. Зависимость функции корреляции от величины задержки  $\chi$  для случая «чистого» полета  $\rho(\chi)$  и с факторной периодической накладкой  $\rho_{\text{ФН}}(\chi)$ .

Из (13) видно, что ФН на определенных этапах полета можно пренебречь в связи с тем, что  $h \gg a_0$ .

Из рассмотренного примера можно сделать следующий вывод.

При полете с ФН и возникновении малой периодической амплитуды колебаний траектории полета функция полной корреляции будет суммой функций корреляций полета без ФН и функции корреляции траектории только с ФН.

$$\rho_{\text{ФН}}^{\text{Полная}}(\chi) = \rho(\chi) + \rho_{\text{ФН}}^{\text{Чистая}}(\chi)$$

при условии большой длины траектории полета на глиссаде  $L > h$ ,  $L \gg a_0$ ,  $h > a_0$ .

На малых высотах, когда не выполняется условие  $h > a_0$ , высота траектории полета соизмерима с амплитудой колебаний ФН. Необходимо учитывать функцию корреляции смещенного процесса, траекторию движения идеального полета и появление ФН.

### ФУНКЦИЯ КОРРЕЛЯЦИИ ГЛИССАДЫ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ФАКТОРНОЙ НАКЛАДКОЙ

Из уравнений (13) следует, что функция корреляции глиссады с периодической факторной накладкой имеет вид:

$$\rho_{\text{ФН}}^{\text{Полная}}(\chi) = \rho(\chi) + \rho_{\text{ФН}}^{\text{Чистая}}(\chi) = \frac{h^2}{L^3} - \frac{h^2 \chi}{2L} + \frac{h^2 \chi^3}{6L^3} + \frac{a_0^2}{2} \cos\left(\frac{\Omega}{v} \cdot \chi\right). \quad (15)$$

$$L > h > a_0.$$

При снижении (на низких высотах), когда  $h$  соизмерима с амплитудой факторной накладки, полную функцию корреляции определяют с учетом  $\rho_{\text{СМ}}(\chi)$ .

График  $\rho_{\text{ФН}}^{\text{Полная}}(\chi)$  представлен на рис. 5.

Зависимость крена  $\gamma(\chi)$  от ФН будет аналогичной при полете на постоянной высоте. Однако при снижении из-за ФН амплитуда колебаний траектории полета может возрастать. Следует отметить, что траектория полета зависит от углов крена ( $\gamma$ ), тангажа ( $\Theta$ ) и т.д. Поэтому часто определяют эти **точки**, которые измерять экспериментально намного проще.

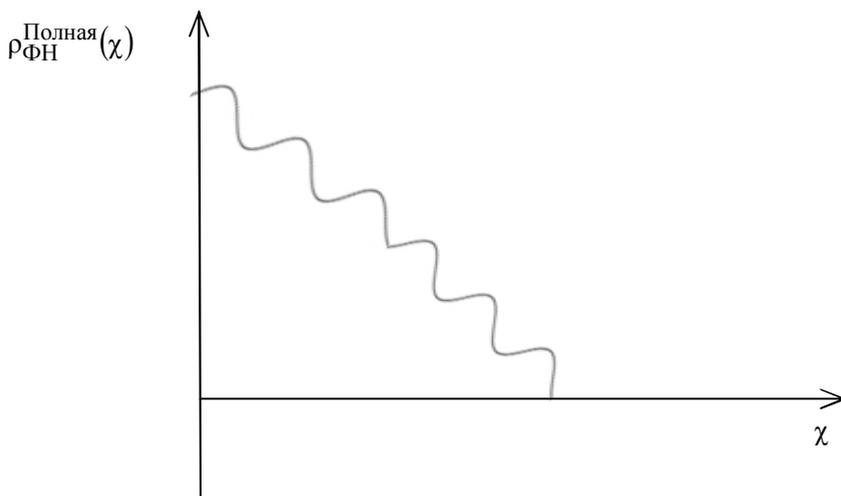


Рис. 5. Зависимость функции корреляции от величины  $\chi$  для случая полной корреляции  $\rho_{\text{ФН}}^{\text{Полная}}(\chi)$

#### АНАЛИЗ ТИПИЧНЫХ ДЛЯ СОВРЕМЕННОЙ АВИАЦИИ ГЛИССАД ПОСАДКИ

В наиболее реальной ситуации ВС, отойдя от глиссады посадки, пытается к ней вернуться (рис. 6). В отличие от глиссад на рис. 2 в данном случае все траектории сходятся в торце взлетно-посадочной полосы. В большинстве случаев направление правильной глиссады задают радиотехнические системы ближней навигации. В случае несвоевременного входа пилоты пытаются вернуться на правильную глиссаду. Мы рассматриваем один из возможных вариантов.

Нормальная посадка  $Z = h - \frac{h}{L} \cdot x = h \frac{L-x}{L} \quad 0 < x \ll L.$

Опережение  $Z = h \frac{L-x}{L+x} - \chi \quad -\chi \ll x \ll L.$

Задержка  $Z = h \frac{L-x}{L-x} \quad \chi \ll x \ll L.$

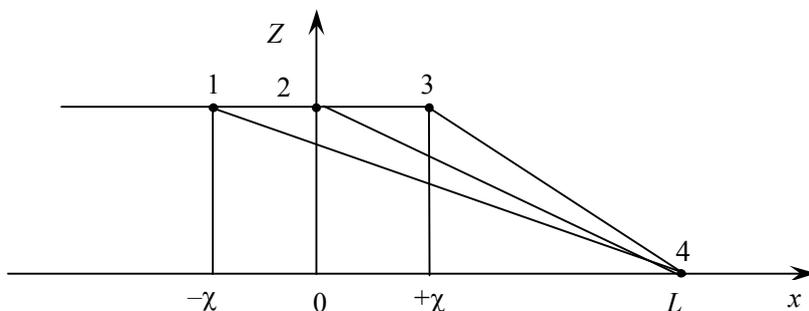


Рис. 6. Траектория нормальной глиссады — 2, запаздывания — 3 и, соответственно, глиссады опережения — 1.

$$\begin{aligned}
\rho(\chi) &= \frac{1}{L} \int_0^L h \frac{L-x}{L} \cdot h \frac{L-x}{L+x} dx = \\
&= \frac{h^2}{L^2(L+\chi)} \int_0^L (L-x)^2 dx = \frac{h^2}{L^2(L+\chi)} \int_0^L (L^2 - 2Lx + x^2) dx = \\
&= \frac{h^2}{L^2(L+\chi)} \left[ L^3 - L^2x + \frac{1}{3}L^3 \right] = \frac{h^2 \cdot L}{3(L+\chi)}. \\
&0 < x \ll L.
\end{aligned}$$

Получив формулу нормальной посадки:

$$\rho(\chi) = \frac{h^2 \cdot L}{3(L+\chi)},$$

перейдем к рассмотрению формулы на задержку входа в глассаду.

$$\begin{aligned}
\rho(+\chi) &= \frac{1}{L} \int_0^L h \frac{L-x}{L} \cdot Z_{\text{задержка}}(x) dx = \\
&= \frac{1}{L} \int_0^{\chi} h \frac{L-x}{L} \cdot 0 dx + \frac{1}{L} \int_{\chi}^L h \frac{L-x}{L} \cdot h \frac{L-x}{L-\chi} \int_{\chi}^L (L-x)^2 dx = \\
&= \frac{h^2}{L^2(L-\chi)} \int_{\chi}^L (L^2 - 2Lx + x^2) dx = \\
&= \frac{h^2}{L^2(L-\chi)} \left[ L^2(L-\chi) - L(L^2 - \chi^2) + \frac{1}{3}(L^3 - \chi^3) \right] = \\
&= \frac{h^2}{L^2} \left[ L^2 - L(L+\chi) + \frac{1}{3}(L^2 + L\chi + \chi^2) \right] = \\
&= \frac{h^2}{L^2} \left[ -L\chi + \frac{1}{3}L^2 + \frac{1}{3}L\chi + \frac{1}{3}\chi^2 \right] = \\
&= \frac{h^2}{L^2} \left[ \frac{1}{3}L^2 + \frac{2}{3}L\chi + \frac{1}{3}\chi^2 \right] = \\
&= h^2 \left[ \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \frac{\chi}{L} + \frac{1}{3} \left( \frac{\chi}{L} \right)^2 \right] \\
&L^3 - \chi^3 = (L^2 + L\chi + \chi^2)(L - \chi).
\end{aligned}$$

Из формулы видно, что когда задержка  $\chi$  начала посадки увеличивается, функция корреляции падает.

Например, если задержка  $\chi$  равняется 0.1 L, то вероятность аварии так же примерно падает на 10%, что нежелательно.

Теперь сравним формулы входа в глассаду с задержкой и опережением.

Задержка  $\rho(+\chi) = h^2 \left[ \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \frac{\chi}{L} + \frac{1}{3} \left( \frac{\chi}{L} \right)^2 \right] = \frac{h^2}{3} \left( 1 - \frac{\chi}{L} \right)^2$ .

Опережения  $\rho(-\chi) = \frac{h^2}{3} \frac{1}{1 + \frac{\chi}{L}}$ .

Определим отношение  $\frac{\rho(+\chi)}{\rho(-\chi)}$ .

$$\frac{\rho(+\chi)}{\rho(-\chi)} = \frac{\left( 1 - \frac{\chi}{L} \right)^2}{\frac{1}{1 + \frac{\chi}{L}}} = \left( 1 - \frac{\chi}{L} \right)^2 \left( 1 + \frac{\chi}{L} \right) = \left[ 1 - \left( \frac{\chi}{L} \right)^2 \right] \left( 1 - \frac{\chi}{L} \right).$$

Из этой формулы следует

$$\rho(-\chi) > \rho(+\chi).$$

Таким образом, в результате проведенного анализа показано, что задержка входа в глиссаду более опасна для качества выполнения захода самолета на посадку, чем опережение.

## Выводы

В данной работе установлено, что возможно управление траекторией движения самолета по корреляционной функции на глиссаде по предложенным нами формулам, а именно по функции корреляции без действия факторных накладок и на глиссаде с периодической факторной накладкой.

Рассмотрены различные варианты входа в глиссаду воздушного судна. Выведены численные значения степени влияния своевременности входа в глиссаду на качество посадки при опережении и запаздывании и показано, что функция корреляции запаздывания на опережение падает быстрее. Сделан вывод, что задержка пилотом ввода в глиссаду более опасна, чем опережение.

Полученные результаты требуют внедрения в технологию производства полетов для повышения качества управления траекторией движения самолета.

1. Грищенко Ю.В. Явление усиления динамического стереотипа пилота при действии комплексных отказов / Ю.В. Грищенко. — Эргономические вопросы безопасности полетов: Сб. науч. тр. — К.: КИИГА. 1987. — С. 87–91.
2. Грищенко Ю.В. Analysis of changes in the dynamic stereotype of pilots in flight training on an integrated simulator aircraft. Анализ изменения динамического стереотипа пилотов в процессе лётной подготовки на комплексном тренажёре самолёта. // Кибернетика и вычислительная техника: Межведомственный сборник научных трудов. — К.: Вид. дім «Академперіодика» НАН України, 2004. — Вып.142. С. 35–40.
3. Hryshchenko Y.V. Mathematical Description Amplification Phenomenon of Integral-Differential Motive Dynamic Stereotype // Methods and Systems of Navigation and Motion Control // Y.V. Hryshchenko, A. V. Skripets, V. D. Tronko / IEEE 3rd International

- Conference (October 14–17, 2014) — Kyiv, Ukraine, pp. 71–74.
4. Винер Н. Кибернетика или управление и связь в животном и машине. — М.: «Советское радио», 1958. — 327 с.
  5. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. — М.: «Наука», 1975. — 320 с.
  6. Левин Б.Р. Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике. — М.: «Советское радио», 1957. — 496 с.

UDC 629.735.017.1.083(045)

## ANALYSIS OF THE CORRELATION FUNCTION OF THE GLIDESLOPE LANDING PATHS TAKING INTO ACCOUNT HUMAN FACTOR

Y.V. Hryshchenko, A. V. Skrypets, V.D. Tronko

National Aviation University of Ministry of Education and Science of Ukraine (*Kiev*)

**Introduction.** Nowadays, proportion of accidents caused by the human factor (HF) is 80-90%. Despite the fact that these events are unlikely to happen, due to them at one time hundreds of lives may be taken away. Previous research works at assessment of change of integral-differential motor dynamic stereotype (IDDS) of pilot showed that the negative impact on the crew of factor overlays (FO) is simultaneously operating factors that often are imitated by failures in complex aircraft simulator significantly affect the quality of piloting technique (QPT). Stress caused by FO also leads to faulty actions. Simulation of FO action by implementation of complex failures on the simulator opens great opportunities for antistress training of pilots and the rest of the crew. Research has shown that in training certification centers approximately 70% of the pilots have no resistance to FO and the same pilots show the phenomenon of amplification of IDDS (PAIDDS), which is negative that there is an increase in the amplitude of the control motions that the operator does not notice without special training and equipment. It should be noted that the approach phase is the most accidental [1-3].

Motion Path of aircraft allows to determine the level of operator's training, its psycho-physiological condition and quality of all elements of the aircraft. More common problem statement is how to define the technical and psychological state of the operator-machine-environment (SOME) at approaching the landing.

**The purpose** of this work is to determine opportunities and formation of mathematical models of the aircraft control by correlation functions while entering the glide path to improve the quality of landing.

**Conclusions.** In this study there is established that is possible to control the trajectory of the aircraft on glide path by the correlation function by our proposed formulas, especially: description of the correlation function without influence of factor overlaps and on the glide path with periodic factor overlap.

There are considered various options entering the glide path of an aircraft. We derive the numerical values of influence of timeliness of entrance to the glidepath on the quality of the landing at the outstrip and delay and it is shown that the correlation function of delay on outstrip is decreasing faster. It is concluded that the delay in entering the glide path by the pilot is more dangerous than outstrip.

The obtained results require the implementation in production technology of flight to improve the quality of trajectory control of the aircraft movement.

**Keywords:** *correlation function, the human factor, glissade, flying.*

1. Hryshchenko Yu.V. Amplification phenomenon of the dynamic stereotype of pilot under the influence of complex failures // Ergonomic flight safety issues: Collection of scientific tracts. — K.: KCAEI,K. 1987. — P. 87–91 (in Russian).
2. Hryshchenko Yu.V. Analysis of changes in the dynamic stereotype of pilots in flight training on an integrated simulator of aircraft — Cybernetics and computer engineering: Interdepartmental collection of scientific papers. — K.: Publishing house "Academperiodics" NAS of Ukraine, 2004. — Edition. 142. — P. 35–40 (in Russian).
3. Hryshchenko Y.V. Mathematical Description Amplification Phenomenon of Integral-Differential Motive Dynamic Stereotype // Methods and Systems of Navigation and Motion Control // Y.V. Hryshchenko, A. V. Skripets, V. D. Tronko / IEEE 3rd International Conference (October 14–17, 2014) — Kyiv, Ukraine, pp. 71–74.
4. Norbert Wiener. Cybernetics or control and communication in the animal and the machine. — M.: "Soviet Radio", 1958. — 327 p. (in Russian).
5. Aleksandr Venttsel. The course of the theory of random processes. — M.: "Science", 1975. — 320 p. (in Russian).
6. Boris Levin. The theory of stochastic processes and its application in electronics. — M.: "Soviet Radio", 1957. — 496 p. (in Russian).

Получено 06.07.2015

## ADAPTATION AND LEARNING IN SOME CLASSES OF IDENTIFICATION AND CONTROL SYSTEMS

L.S. Zhiteckii, S.A. Nikolaienko, K.Yu. Solovchuk

*International Research and Training Center for Information Technologies and Systems of the National Academy of Science of Ukraine and Ministry of Education and Sciences of Ukraine, Kiev, Ukraine*

Рассмотрены задача обучения нейросетевых моделей для идентификации неопределенных нелинейных систем в стохастической среде и задача адаптивного управления линейным многомерным объектом без памяти с произвольным матричным коэффициентом усиления при наличии нерегулярных ограниченных возмущений, уровни которых априори неизвестны. Установлены достаточные условия сходимости алгоритма обучения нейронных сетей и асимптотические свойства алгоритма адаптивного управления многомерным объектом. Полученные результаты являются фундаментальными.

**Ключевые слова:** нейронная сеть, градиентный алгоритм обучения, сходимость, многомерный объект без памяти, алгоритм адаптивного управления, ограниченность сигналов.

Розглянуто задачу навчання нейромережних моделей для ідентифікації невизначених нелінійних систем у стохастичному середовищі та задачу адаптивного керування лінійним багатовимірним об'єктом без пам'яті з довільним матричним коефіцієнтом підсилення за наявності нерегулярних обмежених збурень, рівні яких априорі невідомі. Встановлено достатні умови збіжності алгоритму навчання нейронних мереж, а також асимптотичні властивості алгоритму адаптивного керування багатовимірним об'єктом. Одержані результати є фундаментальними.

**Ключові слова:** нейронна мережа, градієнтний алгоритм навчання, збіжність, багатовимірний об'єкт без пам'яті, алгоритм адаптивного керування, обмеженість сигналів.

## INTRODUCTION

Since the appearance of the fundamental works [1, 2], substantial progress has been achieved during past decades in the area of identification and learning automatic systems. This research direction remains actual up to now because of its importance from both theoretical and practical points of view. In last time, new results for designing adaptive identification and control systems have been derived by the Ukrainian researchers including one of the authors and summarized in the books [3, 4].

Over the past years, interest has been increasing toward the use of multilayer neural networks as adjustable models for the adaptive identification of nonlinearly parameterized dynamic systems [5–8]. Several learning methods for updating the weights of neural networks have been advanced in literature. Most of these methods rely on the gradient concept [8]. Although this concept has been successfully used in many empirical studies, there are very few fundamental results dealing with the convergence of gradient algorithms for learning neural networks. One of these results is based on utilizing the Lyapunov stability theory [6, 9].

The asymptotic behaviour of online adaptive gradient algorithms for the network learning has been studied by many authors. In particular, White [10] investigated the convergence of the learning process for the so-called feedforward network models with single hidden layer by using the stochastic approximation theory. The convergence results have been derived in [11–17] among many others provided that input signals have a probabilistic nature. In their stochastic approach, the learning rate goes to zero as the learning process tends to infinity. Unfortunately, this gives that the learning goes faster in the beginning and slows down in the late stage.

The convergence analysis of learning algorithm with deterministic (non-stochastic) nature has been given in [18–23]. In contrast to the stochastic approach, several of these results allow employing a constant learning rate [20, 24]. However, they assume that learning set must be finite whereas in online identification schemes, this set is theoretically infinite. To the best of author's knowledge, there are no general results in literature concerning the global convergence properties of training procedures with a fixed learning rate applicable to the case of infinite learning set.

The distinguishing feature of multi-layer neural networks is that they describe some nonlinearly parameterized models needed to be identified. This leads to difficulties in deriving their convergence properties for a general case. To avoid these difficulties in non-stochastic case, the assumption that similar nonlinear functions need to be convex (concave) is introduced in [25]. However, such an assumption is not appropriate for neural network's description of nonlinearity.

A popular approach to analyze the asymptotic behavior of online gradient algorithms in stochastic case is based on the Martingale convergence theory [26]. This approach has been exploited in [27] to derive some local convergence in stochastic framework for standard online gradient algorithms with the constant learning rate used for updating the parameters (weights) of neural networks models.

It is well known that the design of an adaptive or of other advanced control systems requires a model that gives an accurate description of the plant to be controlled. Within the so-called generalized inverse model-based approach, a new perfect controller has recently been devised in [28] to stabilize an arbitrary multi-input multi-output memoryless plant whose are assumed to be known. To cope with an uncertain multivariable plant having the nonsingular matrix gain, the standard adaptive control algorithms can directly be exploited in adjusting its inverse model [29, item 4.2.3°]. See also [4, subsect. 4.2]. However, they are quite not admissible if this matrix gain becomes singular as it is noted in the textbook [30, item 5.2.3].

Recently, a new adaptive control method to dealing with the possibly singular matrix gain of the linear multivariable plant in the presence of non-stochastic upper bounded disturbance has been advanced in [31].

This paper is an extension of recent results of [27, 31] related to the adaptation and learning algorithms in certain classes of the identification and control systems using the gradient concept. Specifically, the purpose of the paper is to establish the global convergence conditions of the standard gradient online learning algorithm in

the two-layer neural network model by utilizing the probabilistic asymptotic analysis. Also, it is required to derive the convergent adaptive control algorithm guaranteeing the boundedness of the signals in the closed-loop system which contains the multivariable memoryless plant with an arbitrary matrix gain in the presence of unmeasurable disturbances whose bounds are unknown.

## STATEMENT OF THE PROBLEMS

Two different but close problems related to the adaptation and learning algorithms above mentioned are stated and solved.

**The problem of analyzing the asymptotic properties of the online gradient learning algorithm in the neural network model.** Let

$$y(n) = F(x(n)) \quad (1)$$

be the nonlinear equation describing a complex system to be identified. In this equation,  $y(n) \in \mathbb{R}$  and  $x(n) \in \mathbb{R}^N$  are the scalar output and the so-called state vector, respectively, available for the measurement at each  $n$ th time instant ( $n=1, 2, \dots$ ), and  $F: \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$  represents some unknown nonlinear mapping. (Note that  $x(n)$  may include the current inputs of this system and possibly its past inputs and also outputs; see [1, subsect. 5.15].) Without loss of generality, one supposes that the nonlinearity

$$y = F(x) \quad (2)$$

is the continuous and smooth function on a bounded but infinite set  $X \subset \mathbb{R}^N$  ( $\text{diam } X < \infty$ ).

To approximate (2) by a suitable nonlinearly parameterized function, the two-layer neural network model containing  $M$  ( $M \geq 1$ ) neurons in its hidden layer is employed. The inputs to the each  $j$ th neuron of this layer at the time instant  $n$  are the components of  $x(n)$ . Its output signal at the  $n$ th time instant is specified as

$$y_j^{(1)}(n) = \sigma \left( b_j^{(1)} + \sum_{i=1}^N w_{ij}^{(1)} x_i(n) \right), \quad j=1, \dots, M, \quad (3)$$

where  $x_i(n)$  denotes the  $i$ th component of  $x(n)$ , and  $w_{ij}^{(1)}$  and  $b_j^{(1)}$  are the weight coefficients and the bias of this  $j$ th neuron, respectively.  $\sigma(\cdot)$  denotes the so-called activation function defined usually as the sigmoid functions

$$\sigma(s) = \frac{1}{1 + \exp(-s)} \quad (4)$$

or

$$\sigma(s) = \tanh(s). \quad (5)$$

There is only one neuron in the output (second) layer, whose inputs are the outputs of the hidden layer's neurons. The output signal of second layer,  $y^{(2)}(n)$ , at the time instant  $n$  is determined by

$$y^{(2)}(n) = \sum_{j=1}^M w_j^{(2)} y_j^{(1)}(n) + b^{(2)}, \quad (6)$$

where  $w_1^{(2)}, \dots, w_M^{(2)}$  are the weights of this neuron and  $b^{(2)}$  is its bias.

Since  $\sigma(\cdot)$ s defined by (4) and (5) are nonlinear, it follows from (3), (6) that  $y^{(2)}(n)$  is the nonlinear function depending on  $x(n-1)$  and also on the  $(M(N+2)+1)$ -dimensional parameter vector

$$w = [w_{11}^{(1)}, \dots, w_{N1}^{(1)}, b_1^{(1)}, \dots, w_{1M}^{(1)}, \dots, w_{NM}^{(1)}, b_M^{(1)}; w_1^{(2)}, \dots, w_M^{(2)}, b^{(2)}]^T. \quad (7)$$

To emphasize this fact, define the output signal of the neural network in the form

$$y^{(2)}(n) = \text{NN}(x(n), w) \quad (8)$$

using the notation  $\text{NN}: \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^{M(N+2)+1} \rightarrow \mathbb{R}$ . Taking into account that the neural network plays the role of a model of (1), rewrite (8) as follows:

$$y_{\text{mod}}(n) = \text{NN}(x(n), w). \quad (9)$$

Now, define the variable

$$e = F(x) - \text{NN}(x, w) \quad (10)$$

representing the discrepancy between the nonlinearity (2) and its neural network's model for a fixed  $w$ . Due to (1), it yields the current model error

$$e(n) = y(n) - \text{NN}(x(n), w) \quad (11)$$

which can be measured at the  $n$ th time instant. Further, introduce the usual quadratic loss function

$$Q(x, w) = [F(x) - \text{NN}(x, w)]^2. \quad (12)$$

To do an adaptation of the neural network model to the uncertain system (1), the standard online gradient learning algorithm

$$w(n) = w(n-1) - \eta(n) \nabla_w Q(x(n), w(n-1)) \quad (13)$$

taken, for example, from [1, 8] is utilized. In this algorithm,  $\nabla_w Q(x(n), w(n-1))$  denotes the gradient of  $Q(x, w)$  with respect to  $w$  at  $w = w(n-1)$  for given  $x = x(n)$ , and  $\eta(n)$  is the learning rate (step size) of (13). Thus, (3), (6), (8) and (13) together with (9) and (12) describe the learning system necessary for the adaptive identification of (1). Suppose  $\{x(n)\}$  is a sequence of vectors appearing randomly in accordance with some probability density function  $p(x)$  such that

$$\int_X p(x) dx = 1.$$

Furthermore,  $p(x)$  has the following properties:

$$P\{x(n) \in X'\} := \int_{X'} p(x) dx > 0$$

for any subset  $X' \subset X$  whose dimension is  $N$ , and

$$P\{x(n) \in X''\} := \int_{X''} p(x) dx = 0$$

if  $\dim X'' < N$ , where  $P\{\cdot\}$  denotes the probability of corresponding random event.

Additionally, it is assumed that  $p(x)$  represents a continuous function which may become zero only at some isolated points on  $X$ .

Now, introduce the performance index

$$J(w) = E\{Q(x, w)\} \quad (14)$$

which evaluates the quality of learning process with  $Q(x, w)$  given in (12). In this expression,

$$E\{Q(x, w)\} := \int_X [F(x) - NN(x, w)]^2 p(x) dx$$

denotes the expectation of  $Q(x, w)$  with respect to the random  $xs$ .

The following problem is here stated. It is required to derive the conditions under which  $\{w(n)\}$  caused by the learning algorithm (13) will converge in the sense that

$$J(w(n)) \rightarrow \inf_w J(w) \quad \text{as } n \rightarrow \infty \quad (15)$$

almost sure (a.s.) for any initial  $w(0)$ , where  $J(w(n))$  is determined by (14) for  $w = w(n)$ .

**The problem of designing the adaptive control system which contains the linear memoryless plant with arbitrary matrix gain.** Now, consider the linear multivariable memoryless plant described by

$$y_n = Bu_n + v_n, \quad (16)$$

where  $y_n = [y_n^{(1)}, \dots, y_n^{(N)}]^T$  is the  $N$ -dimensional output vector to be measured at  $n$ th time instant,  $u_n = [u_n^{(1)}, \dots, u_n^{(N)}]^T$  is the  $N$ -dimensional vector of unmeasurable disturbances and

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{N1} & \dots & b_{NN} \end{pmatrix} \quad (17)$$

is an arbitrary  $N \times N$  matrix gain.

It is assumed that the elements of the matrix  $B$  in (17) are all unknown. However, there are some interval estimates

$$\underline{b}_{ik} \leq b_{ik} \leq \bar{b}_{ik}, \quad i, k = 1, \dots, N \quad (18)$$

with the known upper and lower bounds. This implies that  $B$  in (16) may be ill-conditioned or even singular, in general. Hence its rank satisfies

$$\text{rank } B \leq N.$$

Suppose  $\{v_n^{(i)}\} \in \ell_\infty$ , where  $\ell_\infty$  denotes the space of all bounded scalar sequences  $\{x_n\}$  having the norm  $\|x\|_\infty = \sup_{0 \leq n < \infty} |x_n| < \infty$ . Thus,

$$|v_n^{(i)}| \leq \varepsilon_i < \infty \quad \forall i = 1, \dots, N, \quad (19)$$

where  $\varepsilon_i$ s are constant. We assume that they are unknown, and it is essential.

Let  $y^0 = [y^{0(1)}, \dots, y^{0(N)}]^T$  denote the desired output vector whose components satisfy

$$|y^{0(1)}| + \dots + |y^{0(N)}| \neq 0.$$

The problem is to design an adaptive controller of the form

$$u_{n+1} = U_n(u_n, y_n, y^0), \quad (20)$$

to be able to guarantee the boundedness of all signals in the closed-loop system (16), (20), i.e.,

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} (\|u_n\| + \|y_n\|) < \infty \quad (21)$$

provided that the assumptions (18) and (19) hold. In the expression (20),  $U_n: \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^N$  represents a time-varying linear operator defined later.

## MAIN RESULTS

**The convergence conditions for the learning algorithm in neural network model.** The global stochastic convergence analysis of the gradient learning algorithm (13) (for an arbitrary  $w(0)$ ) is based on employing the fundamental convergence conditions established in the following Key Technical Lemma which is the slightly reformulated Theorem 3 of [32].

**Key Technical Lemma.** Let  $V(w)$  be the so-called Lyapunov function to be satisfy the following properties:

$$V(w) = 0 \text{ if } w \in W^* \text{ and } V(w) > 0 \text{ if } w \notin W^*, \quad (22)$$

and

$$\|\nabla V(w') - \nabla V(w'')\| \leq L \|w' - w''\| \quad (23)$$

with the Lipschitz constant  $L > 0$ . Define the scalar variable

$$H(w) = \nabla_w V(w)^T \nabla_w E\{Q(x, w)\} \quad (24)$$

and denote

$$H_n(w) := \nabla_w V(w(n))^T \nabla_w E\{Q(x, w(n))\}.$$

Suppose:

- (i)  $H_n(w) \geq \theta_n V(w(n-1))$ ,  $\theta_n > 0$ ,
- (ii)  $E\{\|\nabla_w Q(x, w(n))\|^2\} \leq \tau_n V(w(n))$ ,  
 $\tau_n \geq 0$ .

Introduce the additional variable

$$v_n = \eta(n)(\theta_n - L\eta(n)\tau_n/2). \quad (25)$$

Then the algorithm (13) yields  $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n = 0$  a.s. provided that  $E\{w(0)\} < \infty$  and

$$0 \leq v_n \leq 1, \quad (26)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} v_n = \infty, \quad (27)$$

i.e., the limit

$$\lim_{n \rightarrow \infty} V_n = 0 \quad (28)$$

will be achieved with probability 1. ■

Related result followed from the Theorem 3' of [32] is.

**Corollary.** Under the conditions of the Key Technical Lemma, if  $\theta_n \equiv \theta = \text{const}$  and  $\tau_n \equiv \tau = \text{const}$ , and  $\eta(n) \equiv \eta = \text{const}$ , then  $V_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0$  a.s. provided that

$$0 < \eta \leq 2(\theta - \varepsilon)/L\tau \quad (0 < \varepsilon < \theta) \quad (29)$$

is satisfied. ■

Consider, first, the case when  $F(x)$  can exactly be approximated by a neural network representation for all  $x \in X$  implying

$$F(x) \equiv \text{NN}(x, w^*). \quad (30)$$

In this case called in [8, p. 304] as the ideal case, we have  $J(w^*) = 0$  (by virtue of (12), (14)).

Now, we are able to present the first convergence result summarized in the theorem below.

**Theorem 1.** Suppose the assumption (30) holds. Then the gradient algorithm (13) with a constant learning rate,  $\eta(n) \equiv \eta$ , will converge with probability 1 (in the sense that  $V_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0$  a.s.) and

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e(n) = 0 \quad \text{a.s.} \quad (31)$$

for any initial  $w(0)$  chosen randomly so that  $E\{Q(x, w(0))\} < \infty$  if the conditions (29) with  $\theta$  and  $\tau$  specified by

$$\theta := \inf_{w \notin W^*} \frac{\|\nabla_w E\{Q(x, w)\}\|^2}{E\{Q(x, w)\}}, \quad (32)$$

$$\tau := \sup_{w \notin W^*} \frac{E\{\|\nabla_w Q(x, w)\|^2\}}{E\{Q(x, w)\}} \quad (33)$$

are satisfied.

**Proof.** Set

$$V(w) = E\{Q(x, w)\}. \quad (34)$$

Then condition (22) and (23) can be shown to be valid. This indicates that  $V(w)$  of the form (34) may be taken as the Lyapunov function. By virtue of (24) such a choice of  $V(w)$  gives  $H(w) = \|\nabla_w E\{Q(x, w)\}\|^2$ . Putting  $\theta_n \equiv \theta$  and  $\tau_n \equiv \tau$  with  $\theta$  and  $\tau$  determined by (32) and (33), respectively, one can conclude that the conditions (i), (ii) of the Key Technical Lemma are satisfied. Applying its Corollary it proves that  $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n = 0$  with probability 1.

Due to the definition (34) of  $V(w)$  together with the assumption (30), result (31) follows. ■

Now, consider general case, where  $F(x)$  cannot exactly be approximated by  $NN(x, w)$  (as in (30)). Obviously, in this case,  $\inf_w Q(x, w^*) \neq 0$ , and the choice of a constant learning rate,  $\eta(n) = \eta$ , is not appropriate [8].

The convergence results are established in the follow theorem.

**Theorem 2.** Subject to the conditions

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \eta(n) = \infty, \quad (b) \sum_{n=0}^{\infty} \eta^2(n) < \infty, \quad (35)$$

the gradient algorithm (13) yields

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E\{Q(x, w(n))\} = \inf_w E\{Q(x, w)\} \quad \text{a.s.}$$

provided that  $\theta > 0$  with  $\theta$  determined by (32).

**Proof.** Setting

$$V_n = E\{Q(x, w(n))\} - \inf_w E\{Q(x, w)\}$$

it can show that the requirements (22) and (23) will be satisfied:  $V(w^*) = 0$ , and  $V(w) > 0$  for  $w \neq w^*$ . Since  $E\{\|\nabla_w Q(x, w)\|\}^2 > 0$  for  $w = w^*$ , it follows that condition (ii) of the Key Technical Lemma assumes  $\tau_n \rightarrow \infty$  as  $w(n) \rightarrow w^*$ .

Suppose (ii) is not satisfied. Then, there is a finite  $\bar{\tau}$  such that

$$E\{\|\nabla_w Q(x, w)\|\}^2 \leq \tau_n V(w(n)) \quad \text{with } \tau_n \leq \bar{\tau} < \infty. \quad (36)$$

Since  $\tau_n$  is assumed to be finite, there exists a finite  $n_0$  such that requirement (27) will be satisfied for all sufficiently large  $n \geq n_0$  provided that (i) takes place with  $\theta_n \geq \theta > 0$  and  $E\{w(n_0)\} < \infty$  and the condition (b) of (35) is satisfied (due to the fact that (b) means  $\eta(n) \rightarrow 0$  as  $n \rightarrow \infty$ ).

Further, if the assumption  $\tau_n \leq \bar{\tau} < \infty$  holds then the series

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} \eta_n \theta_n \quad \text{with } \theta_n \geq \theta > 0$$

diverges whereas the series

$$- \sum_{n=n_0}^{\infty} L\eta(n)\tau_n / 2$$

converges (because of the validity of (a)). This gives that (27) takes also place.

Since  $\theta > 0$ , all the conditions of Key Technical Lemma are satisfied for  $n \geq n_0$ . By this Lemma,  $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n = 0$  a.s. Therefore,  $\tau_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} \infty$  with probability 1. But this contradicts the assumption that  $\tau_n \leq \bar{\tau} < \infty$  (see (36)). Hence, this assumption is false. This fact proves the validity of result given in theorem. ■

**Remark 1.** Setting

$$\theta_n := \|\nabla_w E\{Q(x, w(n))\}\|^2 / E\{Q(x, w(n))\},$$

$$\tau_n := E\{\|\nabla_w Q(x, w(n))\|^2\} / E\{Q(x, w(n))\}$$

it can be concluded that, under the condition of the Theorem 2, the following features are observed:  $\theta_n > \theta > 0$ ,  $\tau_n < \tau < \infty$  for all  $n$ .

**Remark 2.** The conditions established in the theorem 1 and 2 are sufficient to guarantee the global convergence of (13) (for any  $w(0)$ ) with probability 1 both in ideal and non-ideal cases. Under these conditions, the requirement (15) in which

$$J(w(n)) \equiv E\{Q(x, w(n))\}$$

will obviously be satisfied (final result). Again, the essential feature of this result is that these convergence properties can be achieved without adding penalty term to  $Q(x, w(n))$ , as in [17].

Of course, the calculation of  $\theta$  and  $\tau$  for choosing the suitable constant learning rate,  $\eta$ , according to (32), (33) seems to be hard. Meanwhile,  $\eta$  may be replaced by the time-varying  $\eta(n)$  satisfying the requirements (29) if necessary. Note that they are usual in the stochastic learning theory [1].

**Adaptive control of the plant (16) with an arbitrary  $B$ .** Basic idea is the transition from the adaptive identification of the true plant having the singular transfer matrix  $B$  to the adaptive identification of a fictitious plant with the nonsingular transfer matrix of the form

$$\tilde{B} = B + \delta_0 I, \quad (37)$$

where  $I$  denotes the identity matrix and  $\delta_0$  is a fixed quantity.

Although  $\tilde{B}$  as well as  $B$  remain unknown, the requirement

$$\det \tilde{B} \neq 0 \quad (38)$$

can always be satisfied by the suitable choice of  $\delta_0$  in (37). In fact, each  $i$ th eigenvalue  $\lambda_i(B)$  of  $B$  lies in one of the  $N$  closed regions of the complex  $z$ -plane consisting of all the Geršgorin discs [33, p. 146]

$$|z - b_{ii}| \leq \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N |b_{ik}|, \quad i = 1, \dots, N. \quad (39)$$

Since, at least, one of the eigenvalues  $\lambda_i(B)$  is equal to zero (due to the singularity of  $B$ ), by virtue of (8) there are the numbers

$$\underline{\beta}^{(i)} := b_{ii} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N |b_{ik}|, \quad \bar{\beta}^{(i)} := b_{ii} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N |b_{ik}|, \quad (40)$$

such that if

$$|b_{i1}| + \dots + |b_{iN}| \neq 0 \quad (41)$$

then either  $\underline{\beta}^{(i)} \leq 0$  but  $\bar{\beta}^{(i)} > 0$  or  $\underline{\beta}^{(i)} < 0$  but  $\bar{\beta}^{(i)} \geq 0$ . These numbers define the intersection points of the  $i$ th Geršgorin disc with the real axis of the complex  $z$ -plane as show in Figs 1 and 2, left. In both cases,  $\underline{\beta}^{(i)} \bar{\beta}^{(i)} \leq 0$  if (11) is satisfied because  $\underline{\beta}^{(i)}$  and  $\bar{\beta}^{(i)}$  cannot have the same sign.

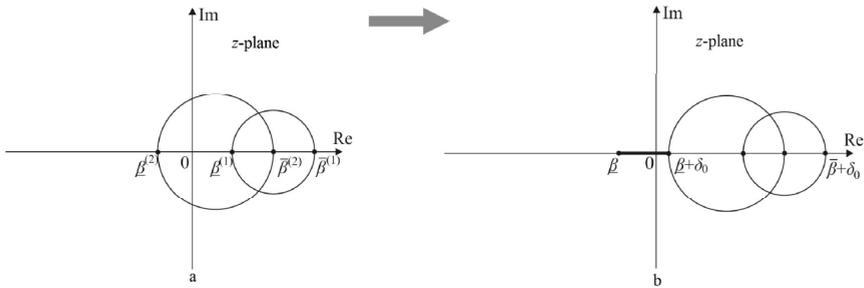


Fig. 1. The Geršgorin discs for  $N=2$  in the case  $|\underline{\beta}^{(2)}| < |\bar{\beta}^{(1)}|$

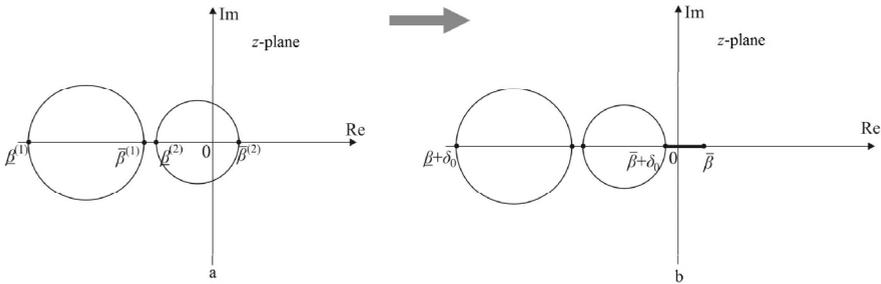


Fig. 2. The Geršgorin discs for  $N=2$  in the case  $|\bar{\beta}^{(2)}| < |\underline{\beta}^{(1)}|$

Denote

$$\underline{\beta} := \min\{\underline{\beta}^{(1)}, \dots, \underline{\beta}^{(N)}\}, \quad \bar{\beta} := \max\{\bar{\beta}^{(1)}, \dots, \bar{\beta}^{(N)}\} \quad (42)$$

and consider the following cases: (a)  $|\underline{\beta}| < |\bar{\beta}|$ ; (b)  $|\underline{\beta}| > |\bar{\beta}|$  (The case when  $|\underline{\beta}| = |\bar{\beta}|$  can be combined with any two cases.) In order to go to the transfer matrix  $\tilde{B}$  of the fictitious plant having the form (37) in the case (a), it is sufficient to shift the Geršgorin disc (39) right taking

$$\delta_0 > |\underline{\beta}|, \quad (43)$$

as shown in Fig. 1, right. In the case (b), the discs (39) need to be shifted left according to

$$\delta_0 < -|\bar{\beta}|. \quad (44)$$

See Fig. 1, right. In both cases, the nonsingularity of  $\tilde{B}$  is guaranteed. Nevertheless, the conditions (43) and (44) cannot be satisfied, as yet. In fact, the numbers  $\underline{\beta}$  and  $\bar{\beta}$  given by the expressions (42) depend of  $\underline{\beta}^{(i)}$  and  $\bar{\beta}^{(i)}$ s defined by (40). But they are unknown because  $b_{ik}$ s are all unknown.

To choose a number  $\delta_0$  satisfying (38), we propose the following actions.

Define

$$\underline{\beta}_{\min}^{(i)} := \underline{b}_{ii} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \max\{|\underline{b}_{ik}|, |\bar{b}_{ik}|\}, \quad (45)$$

$$\bar{\beta}_{\max}^{(i)} := \bar{b}_{ii} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \max\{|\underline{b}_{ik}|, |\bar{b}_{ik}|\}, \quad (46)$$

minimizing and maximizing the right side of (40) for  $\underline{\beta}^{(i)}$  and  $\bar{\beta}^{(i)}$ , respectively in  $b_{ik} \in [\underline{b}_{ik}, \bar{b}_{ik}]$ .

Now, introduce such quantities:

$$\begin{aligned} \underline{\beta}_{\min} &:= \min\{\underline{\beta}_{\min}^{(1)}, \dots, \underline{\beta}_{\min}^{(N)}\}, \\ \bar{\beta}_{\max} &:= \max\{\bar{\beta}_{\max}^{(1)}, \dots, \bar{\beta}_{\max}^{(N)}\}. \end{aligned} \quad (47)$$

Then  $\delta_0$  has to satisfy the conditions

$$\begin{aligned} \delta_0 &> -\underline{\beta}_{\min} \quad \text{for} \quad |\underline{\beta}_{\min}| < |\bar{\beta}_{\max}|, \\ \delta_0 &< -\bar{\beta}_{\max} \quad \text{for} \quad |\underline{\beta}_{\min}| > |\bar{\beta}_{\max}|. \end{aligned} \quad (48)$$

It can be clarified that if (48) together with (45)–(47) will be satisfied then the condition (38) will without fail be ensured.

After determining the number ( $\delta_0$ ) we able to proceed to the consideration of the fictitious plant. Since the input variables  $u_n^{(1)}, \dots, u_n^{(N)}$  and the disturbances  $v_n^{(1)}, \dots, v_n^{(N)}$  of both true plant and fictitious plant are the same, this feature allows to describe our fictitious plant by the equation

$$\tilde{y}_n = \tilde{B}u_n + v_n, \quad (49)$$

similar to (1). In this equation,  $\tilde{y}_n = [\tilde{y}_n^{(1)}, \dots, \tilde{y}_n^{(N)}]^T$  denotes the output vector of the fictitious plant.

It is interesting that the components of  $\tilde{y}_n$  can be measured while the components of  $v_n$  in (49) remain unmeasurable. In fact, substituting (37) into (49) due to (16) we produce

$$\tilde{y}_n = y_n + \delta_0 u_n. \quad (50)$$

It is seen from (50) that  $\tilde{y}_n$  can always be found indirectly having  $u_n$  and  $y_n$  to be measured.

Now, our problem reduces to the problem of adaptive control applicable to the fictitious plant (49) with the unknown transfer matrix  $\tilde{B}$  in the presence of arbitrary bounded disturbances  $v_n^{(1)}, \dots, v_n^{(l)}$  whose bounds,  $\varepsilon_i$ s, are also unknown. As in [4, item 4.2.3], the adaptive control law is designed in the form

$$u_{n+1} = u_n + \tilde{B}_n^{-1} \tilde{e}_n, \quad (51)$$

where instead of the current estimate  $B_n$  of  $\tilde{B}$  is exploited where as the error vector

$$e_n = y^0 - y_n$$

is replaced by

$$\tilde{e}_n = y^0 - \tilde{y}_n. \quad (52)$$

with  $\tilde{y}_n$  given by the expression (50).

The adaptive identification algorithm used to determine the estimates  $\tilde{B}_n$  may be taken as

$$\tilde{b}_n^{(i)} = \tilde{b}_{n-1}^{(i)} - \gamma_n^{(i)} \frac{f(\tilde{e}_n^{*(i)}, \varepsilon_{n-1}^{(i)})}{1 + \|\nabla u_n\|^2} \nabla u_n \operatorname{sign} \tilde{e}_n^{*(i)}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (53)$$

which is similar to that in [4, item 4.2.3]. In this algorithm, the following notations are introduced  $\tilde{b}_n^{(i)T} = [\tilde{b}_{i1}(n), \dots, \tilde{b}_{iN}(n)]$ ,  $\nabla u_n := u_n - u_{n-1}$ .

$$f(e, \bar{\varepsilon}) = \begin{cases} 0 & \text{if } |e| \leq \bar{\varepsilon}, \\ |e| - \bar{\varepsilon} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (54)$$

represents the dead-zone function depending on

$$\tilde{e}_n^{*(i)} = \nabla \tilde{y}_n^{(i)} - \tilde{b}_{n-1}^{(i)T} \nabla u_n, \quad (55)$$

which is the  $i$ th component of  $\tilde{e}_n^* = [\tilde{e}_n^{*(1)}, \dots, \tilde{e}_n^{*(N)}]^T$ , and on the past estimate  $\varepsilon_{n-1}^{(i)}$  of the unknown  $\varepsilon^{(i)}$  found at the previous  $(n-1)$ th step.  $\gamma_n^{(i)}$  is the coefficient chosen as

$$0 < \gamma' \leq \gamma_n \leq \gamma'' < 2 \quad (56)$$

to ensure  $\det \tilde{B}_n \neq 0$ .

The algorithm for estimating  $\varepsilon_n^{(i)}$ s is specified by

$$\varepsilon_n^{(i)} = \varepsilon_{n-1}^{(i)} + \gamma_n^{(i)} \frac{f(\tilde{e}_n^{*(i)}, \varepsilon_{n-1}^{(i)})}{1 + \|\nabla u_n\|^2}, \quad i = 1, \dots, N. \quad (57)$$

**Remark 3.** The dead-zone function  $f(e, \bar{\varepsilon})$  depicted in Fig. 3 differs from the dead-zone function utilized in the standard adaptation algorithms similar to (53) in that it is nonnegative and also its size is time-varying variable determined by the past estimate of the unknown bound on the disturbance.

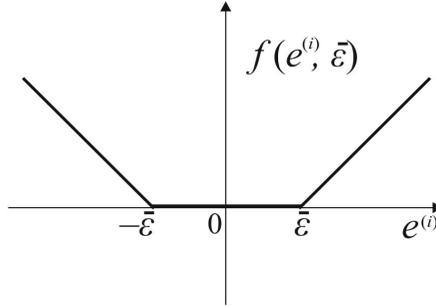


Fig. 3. The dead-zone function of the form (54)

The asymptotic properties of the adaptive control algorithm designed above are established in the following theorem.

**Theorem 3.** Let the assumptions (18), (19) and (41) be valid. Consider the adaptive feedback control system containing the plant (16), the controller (51), (52) together with the adaptation algorithm (53) to (57). Put  $\varepsilon_0^{(i)} = 0$  for all  $i = 1, \dots, N$  and choose any initial estimate  $\tilde{B}_0 = B_0 + \delta_0 I$  from the conditions  $\underline{b}_{ik} \leq b_{ik}(0) \leq \bar{b}_{ik}$ .

Then:

- (i) the sequence  $\{\tilde{B}_n\} := \tilde{B}_1, \tilde{B}_2, \dots$ , caused by (53)–(56) converges, i.e.,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{B}_n = \tilde{B}_\infty$ ;
- (ii) the sequence  $\{\varepsilon_n^{(i)}\} = \varepsilon_0^{(i)}, \varepsilon_1^{(i)}, \dots$  caused by (57) is nondecreasing and is convergent, i.e.,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \{\varepsilon_n^{(i)}\} = \varepsilon_\infty^{(i)}, \quad i = 1, \dots, N$ ;
- (iii) the requirement (21) is satisfied.

**Proof.** The validity of (i) and (ii) follows immediately from the results which can be found in [4, subsect. 4.2]. It is based on exploiting the fact that

$$V^{(i)}(n) = V_{\tilde{b}}^{(i)}(n) + V_{\varepsilon}^{(i)}(n),$$

with

$$V_{\tilde{b}}^{(i)}(n) := \|\tilde{b}^{(i)} - \tilde{b}_n^{(i)}\|^2 \quad \text{and} \quad V_{\varepsilon}^{(i)}(n) := \|2\varepsilon - \varepsilon_n^{(i)}\|^2,$$

where  $\tilde{b}^{(i)} = [\tilde{b}_{i1}, \dots, \tilde{b}_{iN}]^T$ , is the Lyapunov function of the algorithm (53) to (57).

The proof of (iii) is based on the boundedness property for  $\{\tilde{y}_n^{(i)}\}$  established in [4, subsect. 4.2]. Due to this property it can be written

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \|\tilde{y}_n\| < \infty. \quad (58)$$

Substituting (49) into (58) gives

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} (\tilde{B}u_n + v_n) < \infty. \quad (59)$$

Since  $\{v_n\} \in \underbrace{\ell_\infty \times \dots \times \ell_\infty}_N$ , and  $\tilde{B}$  is nonsingular from (59) it can be concluded that  $\{u_n\} \in \underbrace{\ell_\infty \times \dots \times \ell_\infty}_N$ . By virtue of the boundedness of  $\{v_n\}$  it yields the boundedness of  $\{y_n\}$ . Finally, this fact proves the validity of (iii). ■

## CONCLUSIONS

The Lyapunov function approach is the suitable tool for analyzing the asymptotic behavior both of the gradient learning algorithm in the neural network identification systems and of the adaptive gradient algorithm in the certain closed-loop control systems.

Using the approach above mentioned, the two groups of global sufficient conditions which guarantee that the online gradient learning algorithm in neural network model for the identification of uncertain nonlinear systems acting in the stochastic environment will converge with probability 1. The first group of these conditions define the requirements under which this algorithm will be convergent a.s. with a constant learning rate. Such an asymptotic property holds in the ideal case where the nonlinearity to be identified can exactly be described by a neural network model. The second group of convergence conditions shows that this property can also be achieved in non-ideal case. Note that adding a penalty term to the current error function is indeed not necessary to guarantee this property.

It is established that in a worst case where the matrix gain of multivariable plant to be controlled is unknown and may be singular, and the bounds on the arbitrary unmeasurable disturbances remain unknown, the convergence of the gradient adaptation algorithm and the boundedness of all signals in the adaptive closed-loop system can be guaranteed.

1. Tsytkin Ya.Z. *Adaptation and Learning in Automatic Systems*. N.Y.: Academic Press, 1971.
2. Tsytkin Ya.Z. *Foundation of the Theory of Learning Systems*. N.Y.: Academic Press, 1973.
3. Kuntsevich V.M. *Control under Uncertainty Conditions: Guaranteed Results in Control and Identification Problems*. Kiev: Nauk. dumka, 2006. (in Russian).
4. Zhiteckii L.S. and Skurikhin V.I. *Adaptive Control Systems with Parametric and Nonparametric Uncertainties*. Kiev: Nauk. dumka, 2010. (in Russian).
5. Suykens J. and Moor B.D. Nonlinear system identification using multilayer neural networks: some ideas for initial weights, number of hidden neurons and error criteria. In Proc. 12nd IFAC World Congress, 1993, vol. 3, pp. 49–52.
6. Kosmatopoulos E.S., Polycarpou M.M., Christodoulou M.A. and Ioannou P.A. High-order neural network structures for identification of dynamical systems. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1995, vol. 6, pp. 422–431.
7. Levin A.U. and Narendra K.S. Recursive identification using feedforward neural networks. *Int. J. Control*, 1995, vol. 61, pp. 533–547.

8. Tsytkin Ya.Z., Mason J.D., Avedyan E.D., Warwick K. and Levin I.K. Neural networks for identification of nonlinear systems under random piecewise polynomial disturbances. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1999, vol. 10, pp. 303–311.
9. Behera L., Kumar S., and Patnaik A. On adaptive learning rate that guarantees convergence in feedforward networks. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2006, vol. 17, pp. 1116–1125.
10. White H. Some asymptotic results for learning in single hidden-layer neural network models. *J. Amer. Statist. Assoc.*, 1987, vol. 84, pp. 117–134.
11. Kuan C M. and Hornik K. Convergence of learning algorithms with constant learning rates. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1991, vol. 2, pp. 484 – 489.
12. Luo Z. On the convergence of the LMS algorithm with adaptive learning rate for linear feedforward networks. *Neural Comput.*, 1991, vol. 3, pp. 226–245.
13. Finnoff W. Diffusion approximations for the constant learning rate backpropagation algorithm and resistance to local minima. *Neural Comput.*, 1994, vol. 6, pp. 285– 295.
14. Gaivoronski A.A. Convergence properties of backpropagation for neural nets via theory of stochastic gradient methods. *Optim. Methods Software*, 1994, vol. 4, pp. 117–134.
15. Fine T.L. and Mukherjee S. Parameter convergence and learning curves for neural networks. *Neural Comput.*, 1999, vol. 11, pp. 749–769.
16. Tadic V. and Stankovic S. Learning in neural networks by normalized stochastic gradient algorithm: Local convergence. In *Proc. 5th Seminar Neural Netw. Appl. Electr. Eng.*, 2000, pp. 11–17.
17. Zhang H., Wu W., Liu F. and Yao M. Boundedness and convergence of online gradient method with penalty for feedforward neural networks. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2009, vol. 20, pp. 1050–1054.
18. Mangasarian O.L. and Solodov M.V. Serial and parallel backpropagation convergence via nonmonotone perturbed minimization. *Optim. Methods Software*, 1994, pp. 103–106.
19. Wu W., Feng G. and Li X. Training multilayer perceptrons via minimization of ridge functions. *Advances in Comput. Mathematics*, vol. 17, pp. 331–347, 2002.
20. Zhang N., Wu W. and Zheng G. Convergence of gradient method with momentum for two-layer feedforward neural networks. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2006, vol. 17, pp. 522–525.
21. Wu W., Feng G., Li X and Xu Y. Deterministic convergence of an online gradient method for BP neural networks. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2005, vol. 16, pp. 1–9.
22. Xu Z.B., Zhang R. and Jing W.F. When does online BP training converge? *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2009, vol. 20, pp. 1529–1539.
23. Shao H., Wu W. and Liu L. Convergence and monotonicity of an online gradient method with penalty for neural networks. *WSEAS Trans. Math.*, 2007, vol. 6, pp. 469–476.
24. Ellacott S.W. The numerical analysis approach. In *Mathematical Approaches to Neural Networks* (Taylor J.G. ed; B.V.: Elsevier Science Publisher), 1993, pp. 103–137.
25. Skantze F.P., Kojic A., Loh A.P. and Annaswamy A.M. Adaptive estimation of discrete time systems with nonlinear parameterization. *Automatica*, 2000, vol. 36, pp. 1879–1887.
26. Loeve M. *Probability Theory*. N.Y.: Springer-Verlag, 1963.
27. Zhiteckii L.S., Azarskov V.N. and Nikolaienko S.A. Convergence of learning algorithms in neural networks for adaptive identification of nonlinearly parameterized systems. In *Proc. 16th IFAC Symposium on System Identification*, 2012, pp. 1593–1598.
28. Skurikhin V.I., Gritsenko V.I., Zhiteckii L.S. and Solovchuk K.Yu. Generalized inverse operator method in the problem of optimal controlling linear interconnected static plants. *Dopovidi Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*, 2014, no. 8, pp. 57–66. (in Russian).
29. Fomin V.N., Fradkov A.L. and Yakubovich V.A. *Adaptive Control of Dynamic Systems*. Moscow: Nauka, 1981. (in Russian).
30. Goodwin G.C. and Sin K.S. *Adaptive Filtering, Prediction and Control*. Engewood Cliffs. NJ.: Prentice-Hall, 1984.
31. Azarskov V.N., Zhiteckii L.S. and Solovchuk K.Yu. Adaptive robust control of multivariable static plants with possibly singular transfer matrix. *Electronics and Control Systems*, 2013, no. 4, pp. 47–53.

32. Polyak B.T. Convergence and convergence rate of iterative stochastic algorithms, I: General case. Autom. Remote Control, 1976, vol. 12, pp. 1858–1868.
33. Marcus M. and Minc H. A Survey of Matrix Theory and Matrix Inequalities. Boston: Allyn & Bacon Inc. 1964.

UDC 681.5

## ADAPTATION AND LEARNING IN SOME CLASSES OF IDENTIFICATION AND CONTROL SYSTEMS

L.S. Zhiteckii, S.A. Nikolaienko, K.Yu. Solovchuk

*International Research and Training Center for Information Technologies and Systems of the National Academy of Science of Ukraine and Ministry of Education and Sciences of Ukraine, Kiev, Ukraine*

**Introduction.** The paper deals with studying the asymptotical properties of the standard discrete-time gradient online learning algorithm in the two-layer neural network model of the uncertain nonlinear system to be identified. Also, the design of the discrete-time adaptive closed-loop system containing the linear multivariable memoryless plant with possibly singular but unknown matrix gain in the presence of unmeasurable bounded disturbances having the unknown bounds are addressed in this paper. It is assumed that the learning process in the neural network model is implemented in the stochastic environment whereas the adaptation of the plant model in the control system is based on the non-stochastic description of the external environment.

**The purpose** of the paper is to establish the global convergence conditions of the gradient online learning algorithm in the neural network model by utilizing the probabilistic asymptotic analysis and to derive the convergent adaptive control algorithm guaranteeing the boundedness of the signals in the closed-loop system which contains the multivariable memoryless plant with an arbitrary matrix gain in the presence of unmeasurable disturbances whose bounds are unknown.

**Results.** The Lyapunov function approach as the suitable tool for analyzing the asymptotic behavior both of the gradient learning algorithm in the neural network identification systems and of the adaptive gradient algorithm in the certain closed-loop control systems is utilized. Within this approach, the two groups of global sufficient conditions guaranteeing the convergence of the online gradient learning algorithm in neural network model with probability 1 are obtained. The first group of these conditions defines the requirements under which this algorithm will be convergent almost sure with a constant learning rate. Such an asymptotic property holds in the ideal case where the nonlinearity to be identified can exactly be described by a neural network model. The second group of convergence conditions shows that this property can also be achieved in non-ideal case. It turns out that adding a penalty term to the current error function is indeed not necessary to guarantee this property. It is established that in a worst case where the matrix gain of multivariable plant is unknown and may be singular, and the bounds on the arbitrary unmeasurable disturbances remain unknown, the convergence of the gradient adaptation algorithm and the boundedness of all signals in the adaptive closed-loop system can be ensured.

**Conclusions.** In order to guarantee the global convergence of the online learning algorithm in the neural network identification system with probability 1,

the certain conditions should be satisfied. Also the boundedness of all signals in the closed-loop adaptive control system containing the multivariable memoryless plant whose matrix gain is unknown and possibly singular can be achieved even if the bounds on the unmeasurable disturbances are unknown.

**Keywords:** neural network, gradient learning algorithm, convergence, multivariable memoryless plant, adaptive control algorithm, boundedness of the signals.

1. Tsyppkin Ya.Z. *Adaptation and Learning in Automatic Systems*. N.Y.: Academic Press, 1971.
2. Tsyppkin Ya.Z. *Foundation of the Theory of Learning Systems*. N.Y.: Academic Press, 1973.
3. Kuntsevich V.M. *Control under Uncertainty Conditions: Guaranteed Results in Control and Identification Problems*. Kiev: Nauk. dumka, 2006. (in Russian).
4. Zhiteckii L.S. and Skurikhin V.I. *Adaptive Control Systems with Parametric and Nonparametric Uncertainties*. Kiev: Nauk. dumka, 2010. (in Russian).
5. Suykens J. and Moor B.D. Nonlinear system identification using multilayer neural networks: some ideas for initial weights, number of hidden neurons and error criteria. In *Proc. 12nd IFAC World Congress*, 1993, vol. 3, pp. 49–52.
6. Kosmatopoulos E.S., Polycarpou M.M., Christodoulou M.A. and Ioannou P.A. High-order neural network structures for identification of dynamical systems. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1995, vol. 6, pp. 422–431.
7. Levin A.U. and Narendra K.S. Recursive identification using feedforward neural networks. *Int. J. Control*, 1995, vol. 61, pp. 533–547.
8. Tsyppkin Ya.Z., Mason J.D., Avedyan E.D., Warwick K. and Levin I.K. Neural networks for identification of nonlinear systems under random piecewise polynomial disturbances. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1999, vol. 10, pp. 303–311.
9. Behera L., Kumar S., and Patnaik A. On adaptive learning rate that guarantees convergence in feedforward networks. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2006, vol. 17, pp. 1116–1125.
10. White H. Some asymptotic results for learning in single hidden-layer neural network models. *J. Amer. Statist. Assoc.*, 1987, vol. 84, pp. 117–134.
11. Kuan C M. and Hornik K. Convergence of learning algorithms with constant learning rates. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1991, vol. 2, pp. 484 – 489.
12. Luo Z. On the convergence of the LMS algorithm with adaptive learning rate for linear feedforward networks. *Neural Comput.*, 1991, vol. 3, pp. 226–245.
13. Finnoff W. Diffusion approximations for the constant learning rate backpropagation algorithm and resistance to local minima. *Neural Comput.*, 1994, vol. 6, pp. 285–295.
14. Gaivoronski A.A. Convergence properties of backpropagation for neural nets via theory of stochastic gradient methods. *Optim. Methods Software*, 1994, vol. 4, pp. 117–134.
15. Fine T.L. and Mukherjee S. Parameter convergence and learning curves for neural networks. *Neural Comput.*, 1999, vol. 11, pp. 749–769.
16. Tadic V. and Stankovic S. Learning in neural networks by normalized stochastic gradient algorithm: Local convergence. In *Proc. 5th Seminar Neural Netw. Appl. Electr. Eng.*, 2000, pp. 11–17.

17. Zhang H., Wu W., Liu F. and Yao M. Boundedness and convergence of online gradient method with penalty for feedforward neural networks. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2009, vol. 20, pp. 1050–1054.
18. Mangasarian O.L. and Solodov M.V. Serial and parallel backpropagation convergence via nonmonotone perturbed minimization. *Optim. Methods Software*, 1994, pp. 103–106.
19. Wu W., Feng G. and Li X. Training multilayer perceptrons via minimization of ridge functions. *Advances in Comput. Mathematics*, vol. 17, pp. 331–347, 2002.
20. Zhang N., Wu W. and Zheng G. Convergence of gradient method with momentum for two-layer feedforward neural networks. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2006, vol. 17, pp. 522–525.
21. Wu W., Feng G., Li X and Xu Y. Deterministic convergence of an online gradient method for BP neural networks. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2005, vol. 16, pp. 1–9.
22. Xu Z.B., Zhang R. and Jing W.F. When does online BP training converge? *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2009, vol. 20, pp. 1529–1539.
23. Shao H., Wu W. and Liu L. Convergence and monotonicity of an online gradient method with penalty for neural networks. *WSEAS Trans. Math.*, 2007, vol. 6, pp. 469–476.
24. Ellacott S.W. The numerical analysis approach. In *Mathematical Approaches to Neural Networks* (Taylor J.G. ed; B.V.: Elsevier Science Publisher), 1993, pp. 103–137.
25. Skantze F.P., Kojic A., Loh A.P. and Annaswamy A.M. Adaptive estimation of discrete time systems with nonlinear parameterization. *Automatica*, 2000, vol. 36, pp. 1879–1887.
26. Loeve M. *Probability Theory*. N.Y.: Springer-Verlag, 1963.
27. Zhiteckii L.S., Azarskov V.N. and Nikolaienko S.A. Convergence of learning algorithms in neural networks for adaptive identification of nonlinearly parameterized systems. In *Proc. 16th IFAC Symposium on System Identification*, 2012, pp. 1593–1598.
28. Skurikhin V.I., Gritsenko V.I., Zhiteckii L.S. and Solovchuk K.Yu. Generalized inverse operator method in the problem of optimal controlling linear interconnected static plants. *Dopovidi Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*, 2014, no. 8, pp. 57–66. (in Russian).
29. Fomin V.N., Fradkov A.L. and Yakubovich V.A. *Adaptive Control of Dynamic Systems*. Moscow: Nauka, 1981. (in Russian).
30. Goodwin G.C. and Sin K.S. *Adaptive Filtering, Prediction and Control*. Engewood Cliffs. NJ.: Prentice-Hall, 1984.
31. Azarskov V.N., Zhiteckii L.S. and Solovchuk K.Yu. Adaptive robust control of multivariable static plants with possibly singular transfer matrix. *Electronics and Control Systems*, 2013, no. 4, pp. 47–53.
32. Polyak B.T. Convergence and convergence rate of iterative stochastic algorithms, I: General case. *Autom. Remote Control*, 1976, vol. 12, pp. 1858–1868.
33. Marcus M. and Minc H. *A Survey of Matrix Theory and Matrix Inequalities*. Boston: Allyn & Bacon Inc. 1964.

Получено 06.07.2015

## МЕТОД СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ МНОГОСВЯЗНЫХ СИСТЕМ ПО ЧАСТОТНЫМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ

**С.В. Мельничук**

*Институт космических исследований НАН Украины и ГКА Украины*

Исследована возможность применения метода структурно-параметрической идентификации систем с одним входом и одним выходом для построения аппроксимирующих моделей систем с несколькими входами и выходами. Предложен алгоритм, основанный на объединении моделей, соответствующих динамике исследуемого объекта по отдельным входам и отдельным выходам, в одну многосвязную модель.

**Ключевые слова:** системная идентификация, многосвязная система, частотные характеристики, аппроксимирующая модель.

Досліджено можливість застосування методу структурно-параметричної ідентифікації систем з одним входом та одним виходом для побудови апроксимуючих моделей систем з багатьма входами та виходами. Запропоновано алгоритм, заснований на об'єднанні моделей, які відповідають динаміці об'єкту дослідження за окремими входами та окремими виходами, в одну багатозв'язну модель.

**Ключові слова:** системна ідентифікація, багатозв'язна система, частотні характеристики, апроксимуюча модель.

### ВВЕДЕНИЕ

Одним из активно развиваемых направлений в теории идентификации линейных динамических систем являются частотные методы, основанные на использовании характеристик объектов в частотной области. Общим для методов этого направления являются исходные данные — частотные характеристики, получаемые в результате фильтрации экспериментальных выходных сигналов.

Теория и методы построения линейных стационарных моделей для объектов управления по частотным характеристикам имеют большую историю [1]. В ранних исследованиях по частотной идентификации разрабатываемые методы не учитывали влияния внешних возмущений либо предполагали их белозумными. Существенное продвижение в теории идентификации в условиях неопределенности было достигнуто в последние десятилетия и связано с разработкой конечно-частотного подхода [1 - 3]. В [1] был предложен метод, позволяющий находить модели линейных многосвязных систем в условиях ограниченной неопределенности, когда на внешние возмущения накладываются лишь условия их ограниченности по норме. Метод предполагал проведение параметрической идентификации: структура модели считалась априори известной.

Необходимость априорного знания структуры существенно ограничивает область возможных применений, а попытки построения моделей большой размерности в условиях неопределенности приводят к неустойчивости

получаемых решений из-за характерного для задач идентификации свойства некорректности.

В развитие конечно-частотного подхода [4, 5] был предложен метод структурно-параметрической идентификации, позволяющий строить редуцированные модели, аппроксимирующие поведение исходной системы с одним входом и одним выходом (англ.: single input single output — SISO) по выходному сигналу, а также исследован вопрос выбора размерности модели с точки зрения обеспечения корректности задачи [5].

Переход к идентификации аппроксимирующих моделей более низкого порядка, чем действительная исходная система, привел к необходимости разрешения ряда возникших проблем. Для устранения возможного попадания собственных чисел модели в область неустойчивости была предложена модификация метода [6]. Нерешенной оставалась проблема идентификации многосвязных систем, рассмотренная в данной работе.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть поведение исследуемого объекта задается линейной устойчивой стационарной динамической системой с несколькими входами и несколькими выходами (англ.: multiple input multiple output — MIMO) в пространстве состояний

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + \eta, \end{aligned} \quad t \in [0, \tau] \quad (1)$$

где  $A \in R^{N \times N}$ ,  $B \in R^{N \times M}$ ,  $C \in R^{R \times N}$  — неизвестные матрицы системы,  $N$  — большая неизвестная размерность системы,  $M$  — количество входов,  $R$  — количество выходов,  $x = x(t)$  — вектор состояния,  $u = u(t) = (u_1(t) \dots u_M(t))^T$  — вектор входного сигнала,  $y = y(t) = (y_1(t) \dots y_R(t))^T$  — вектор выходного сигнала,  $\eta = \eta(t) = (\eta_1(t) \dots \eta_R(t))^T$  — аддитивный шум на выходе,  $\tau$  — длительность интервала наблюдения. Исследователю доступны данные  $u(t)$  и  $y(t)$ . Идентификация производится в условиях ограниченной неопределенности:  $\|\eta(t)\| \leq \varepsilon$ .

Искомым решением будет MIMO модель

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \hat{A}x + \hat{B}u, \\ y &= \hat{C}x, \end{aligned} \quad (2)$$

с найденными матрицами  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ , которая, в некотором смысле, наилучшим образом приближает исходную систему (1) по выходу  $y(t)$  при любом входном  $u(t)$  и для любых случайных реализаций  $\eta(t)$ , удовлетворяющих условию ограниченности по норме с заданным  $\varepsilon$ .

Метод идентификации многосвязной системы будет основываться на получении набора SISO подсистем для каждой пары входа и выхода с дальнейшим объединением их в одну систему.

Рассмотрим отдельную подсистему —  $i$ -ый вход,  $j$ -ый выход:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_{ij}x + b_i u_i, \\ y_j &= c_j x + \eta_j, \end{aligned} \quad t \in [0, \tau] \quad (3)$$

где  $b_i$  — вектор-столбец,  $c_j$  — вектор-строка,  $A_{ij}$  — квадратная матрица размерности  $N_{ij}$ .

Алгоритм идентификации SISO системы (3) описан в [4-6]. Модель восстанавливается в Жордановой форме:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \hat{A}_{ij}x + \hat{b}_i u_i, \\ y_j &= \hat{c}_j x + \eta_j, \end{aligned} \quad t \in [0, \tau] \quad (4)$$

где  $\hat{b}_i$  и  $\hat{c}_j$  — соответствующие оценки,  $\hat{A}_{ij}$  — квадратная матрица размерности  $\hat{N}_{ij} \leq N_{ij}$ .

Матрица  $\hat{A}_{ij}$  не имеет кратных собственных чисел и является блочно-диагональной. Каждый блок отвечает комплексно-сопряженной паре собственных значений

$$\hat{\lambda}_{ij,p} = \hat{\alpha}_{ij,p} \pm i \hat{\beta}_{ij,p}.$$

Действительным собственным числам будут соответствовать блоки  $\hat{\beta}_{ij,p} = 0$ . Размерность  $\hat{N}_{ij}$  равна количеству собственных значений. Количество блоков  $P_{ij}$  соответственно будет не менее  $\hat{N}_{ij} / 2$  и не более  $\hat{N}_{ij}$ .

$$\hat{A}_{ij} = \text{diag}(\hat{A}_{ij,p}), \quad \hat{A}_{ij,p} = \begin{pmatrix} \hat{\alpha}_{ij,p} & \hat{\beta}_{ij,p} \\ -\hat{\beta}_{ij,p} & \hat{\alpha}_{ij,p} \end{pmatrix}, \quad \hat{\alpha}_{ij,p} < 0, \hat{\beta}_{ij,p} > 0, \quad p = 1, P_{ij}. \quad (5)$$

Векторы  $\hat{b}_i$  и  $\hat{c}_j$  блочные

$$\begin{aligned} x &= (\dots x_p \dots)^T, & x_p &= \begin{pmatrix} x_p^{\cos} & x_p^{\sin} \end{pmatrix} \\ \hat{b}_i &= (\dots \hat{b}_{i,p} \dots)^T, & \hat{b}_{i,p} &= \begin{pmatrix} b_{i,p}^{\cos} & b_{i,p}^{\sin} \end{pmatrix} \\ \hat{c}_j &= (\dots \hat{c}_{j,p} \dots), & \hat{c}_{j,p} &= \begin{pmatrix} c_{j,p}^{\cos} & c_{j,p}^{\sin} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad p = 1, P_{ij} \quad (6)$$

Инвариантными характеристиками класса эквивалентных моделей (4) будет набор собственных значений

$$\{\hat{\lambda}_{ij}\} = \left\{ \hat{\lambda}_{ij,1} \dots \hat{\lambda}_{ij,\hat{N}_{ij}} \right\},$$

а также набор коэффициентов  $\{\hat{f}_{ij}\} = \left\{ \left\{ \hat{f}_{ij,1}^{\cos}, \hat{f}_{ij,1}^{\sin} \right\} \dots \left\{ \hat{f}_{ij,\hat{N}_{ij}}^{\cos}, \hat{f}_{ij,\hat{N}_{ij}}^{\sin} \right\} \right\}$  — произведения блоков  $\hat{b}_i, \hat{c}_j$ :

$$\begin{aligned}\hat{f}_{ij,p}^{\cos} &= \hat{c}_{j,p}^{\cos} \cdot \hat{b}_{i,p}^{\cos} + \hat{c}_{j,p}^{\sin} \cdot \hat{b}_{i,p}^{\sin}, \\ \hat{f}_{ij,p}^{\sin} &= \hat{c}_{j,p}^{\cos} \cdot \hat{b}_{i,p}^{\sin} - \hat{c}_{j,p}^{\sin} \cdot \hat{b}_{i,p}^{\cos}.\end{aligned}\quad (7)$$

На вход подсистемы подается сигнал в виде суммы гармоник различных частот. Количество гармоник равно  $S_{ij} \geq \hat{N}_{ij}$ .

$$u_i(t) = \sum_{s=1}^{S_{ij}} a_{i,s} \cdot \sin(\omega_{i,s}t + \varphi_{i,s}) \quad (8)$$

где  $a_{i,s}, \omega_{i,s}, \varphi_{i,s}$  — соответственно, известные исследователю амплитуды, частоты и фазы. Полученный выходной сигнал пропускается через фильтр Фурье на этих же частотах. Получаем оценки частотных характеристик подсистемы:

$$\begin{aligned}\hat{\Phi}_{ij,k}(\tau) &= \frac{2}{a_{i,k}\tau} \int_0^{\tau} y_j(t) \sin(\omega_{i,k}t) dt, \\ \hat{\Psi}_{ij,k}(\tau) &= \frac{2}{a_{i,k}\tau} \int_0^{\tau} y_j(t) \cos(\omega_{i,k}t) dt,\end{aligned}\quad k = 1, S_{ij}. \quad (9)$$

В случае отсутствия в  $\eta_j(t)$  гармоник, совпадающих по частоте с частотами фильтрации  $\omega_{i,k}$ , при  $\tau \rightarrow \infty$  оценки сходятся к точным значениям:

$$\Phi_{ij,k} = \hat{\Phi}_{ij,k}(\infty), \quad \Psi_{ij,k} = \hat{\Psi}_{ij,k}(\infty). \quad (10)$$

Значения частотных параметров связаны с передаточной функцией подсистемы:

$$\Phi_{ij,k} = \operatorname{Re} W_{ij}(i\omega_{i,k}), \quad \Psi_{ij,k} = \operatorname{Im} W_{ij}(i\omega_{i,k}),$$

т.е. каждая гармоника входного сигнала после фильтрации дает оценку точечного значения передаточной функции:

$$W_{ij}(p) = \frac{V_{ij}(p)}{Q_{ij}(p)} = \frac{v_{ij,\hat{N}_{ij}-1} p^{\hat{N}_{ij}-1} + \dots + v_{ij,1} p + v_{ij,0}}{p^{\hat{N}_{ij}} + q_{ij,\hat{N}_{ij}-1} p^{\hat{N}_{ij}-1} + \dots + q_{ij,1} p + q_{ij,0}}. \quad (11)$$

Нахождение коэффициентов полиномов находится из решения СЛАУ:

$$V_{ij}(i\omega_{ij,k}) - Q_{ij}(i\omega_{ij,k}) (\Phi_{ij,k} + i\Psi_{ij,k}) = 0, \quad k = 1, S_{ij}. \quad (12)$$

Нахождение всех корней полинома  $Q_{ij}(p)$  дает набор собственных значений данной подсистемы  $\{\hat{\lambda}_{ij}\} = \{\hat{\lambda}_{ij,1}, \dots, \hat{\lambda}_{ij,\hat{N}_{ij}}\}$ .

Нахождение размерности  $\hat{N}_{ij}$  модели подсистемы производится по процедуре, описанной в [5]. Варьирование длительности наблюдения  $\tau$  приводит к изменениям оценок частотных характеристик, что в свою очередь влечет изменение значений  $\{\hat{\lambda}_{ij}\}$ . Таким образом, каждому собственному числу соответствует некоторая область разброса значений. Размерность модели  $\hat{N}_{ij}$  выбирается такой, при которой вариация собственных значений мала, т.е. решение устойчиво.

После выбора  $\hat{N}_{ij}$  и выбора  $\{\hat{\lambda}_{ij}\}$  из областей разброса для однозначной идентификации системы SISO остается найти

$$\{\hat{f}_{ij}\} = \left\{ \left\{ \hat{f}_{ij,1}^{\cos}, \hat{f}_{ij,1}^{\sin} \right\}, \dots, \left\{ \hat{f}_{ij,\hat{N}_{ij}}^{\cos}, \hat{f}_{ij,\hat{N}_{ij}}^{\sin} \right\} \right\}.$$

Это можно сделать из соотношения:

$$\begin{aligned} \sum_{p=1}^{P_{ij}} \tilde{R}_{ij,2}^{p,k} &= 2\Phi_{ij,k} = 2\hat{\Phi}_{ij,k}(\infty), \\ \sum_{p=1}^{P_{ij}} \tilde{R}_{ij,1}^{p,k} &= 2\Psi_{ij,k} = 2\hat{\Psi}_{ij,k}(\infty), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{ij,1}^{p,s} &= \left[ f_{ij,p}^{\cos} \cdot (-\gamma_{ij,2}^{p,s}) + f_{ij,p}^{\sin} \cdot (-\gamma_{ij,3}^{p,s}) \right] \cdot \cos(\varphi_{i,s}) + \left[ f_{ij,p}^{\cos} \cdot (-\gamma_{ij,1}^{p,s}) + f_{ij,p}^{\sin} \cdot (\gamma_{ij,4}^{p,s}) \right] \cdot \sin(\varphi_{i,s}), \\ \tilde{R}_{ij,2}^{p,s} &= \left[ f_{ij,p}^{\cos} \cdot (-\gamma_{ij,1}^{p,s}) + f_{ij,p}^{\sin} \cdot (\gamma_{ij,4}^{p,s}) \right] \cdot \cos(\varphi_{i,s}) + \left[ f_{ij,p}^{\cos} \cdot (\gamma_{ij,2}^{p,s}) + f_{ij,p}^{\sin} \cdot (\gamma_{ij,3}^{p,s}) \right] \cdot \sin(\varphi_{i,s}), \end{aligned}$$

$$\gamma_{ij,1}^{p,s} = \frac{\alpha_{ij,p}}{(\alpha_{ij,p})^2 + (\omega_{i,s} + \beta_{ij,p})^2} + \frac{\alpha_{ij,p}}{(\alpha_{ij,p})^2 + (\omega_{i,s} - \beta_{ij,p})^2}.$$

$$\gamma_{ij,2}^{p,s} = \frac{(\omega_{i,s} + \beta_{ij,p})}{(\alpha_{ij,p})^2 + (\omega_{i,s} + \beta_{ij,p})^2} + \frac{(\omega_{i,s} - \beta_{ij,p})}{(\alpha_{ij,p})^2 + (\omega_{i,s} - \beta_{ij,p})^2}.$$

$$\gamma_{ij,3}^{p,s} = \frac{\alpha_{ij,p}}{(\alpha_{ij,p})^2 + (\omega_{i,s} + \beta_{ij,p})^2} - \frac{\alpha_{ij,p}}{(\alpha_{ij,p})^2 + (\omega_{i,s} - \beta_{ij,p})^2}.$$

$$\gamma_{ij,4}^{p,s} = \frac{(\omega_{i,s} + \beta_{ij,p})}{(\alpha_{ij,p})^2 + (\omega_{i,s} + \beta_{ij,p})^2} - \frac{(\omega_{i,s} - \beta_{ij,p})}{(\alpha_{ij,p})^2 + (\omega_{i,s} - \beta_{ij,p})^2}.$$

Левая часть (13) зависит от коэффициентов  $\{\hat{f}_{ij}\}$  линейно, т.е. для их нахождения достаточно решить СЛАУ. Поскольку коэффициенты  $\{\hat{f}_{ij}\}$

являются инвариантами, реализацию коэффициентов векторов  $\hat{b}_i, \hat{c}_j$  можно найти из (7), задавая не одновременно нулевыми коэффициенты  $\hat{b}_i$  либо  $\hat{c}_j$ .

После проведения идентификации подсистем SISO по всем комбинациям входов и выходов получаем набор из  $M \times R$  моделей, для каждой из которых известны:

- размерность  $\hat{N}_{ij}$ ,
- набор собственных значений  $\{\hat{\lambda}_{ij}\} = \{\hat{\lambda}_{ij,1}, \dots, \hat{\lambda}_{ij,\hat{N}_{ij}}\}$ , вместе с заданными областями разброса (обозначим их  $\{\hat{\lambda}_{ij}^U\} = \{\hat{\lambda}_{ij,1}^U, \dots, \hat{\lambda}_{ij,\hat{N}_{ij}}^U\}$ ),
- набор коэффициентов  $\{\hat{f}_{ij}\} = \left\{ \left\{ \hat{f}_{ij,1}^{\cos}, \hat{f}_{ij,1}^{\sin} \right\}, \dots, \left\{ \hat{f}_{ij,\hat{N}_{ij}}^{\cos}, \hat{f}_{ij,\hat{N}_{ij}}^{\sin} \right\} \right\}$ .

Объединение всех этих систем в одну производится по близким собственным значениям. Поскольку идентификация происходит в рамках гарантированного подхода к природе неопределенности, можно считать, что все положения собственного числа  $\hat{\lambda}_{ij,k}$  внутри его области разброса  $\hat{\lambda}_{ij,k}^U$  равноценны.

Таким образом, в случае пересечения областей  $\hat{\lambda}_{ij,k}^U$  для различных подсистем SISO, можно считать, что собственное число для них одно и то же и принадлежит пересечению этих множеств. С помощью такого объединения при составлении общей системы MIMO возможно связать различные пары вход-выход по общим собственным значениям, снижая суммарную размерность.

**ЦЕЛЬЮ** работы является изучение возможности объединения подсистем SISO, соответствующих различным комбинациям входов и выходов, в одну систему MIMO, производя объединение по совпадающим собственным значениям.

Проблемы в предлагаемом методе объединения могут возникнуть лишь вследствие того, что коэффициенты матриц  $B$  и  $C$  также могут становиться общими. Рассмотрим различные случаи комбинаций входов и выходов подсистем, связываемых по общим собственным значениям.

### **ОБЪЕДИНЕНИЕ ПОДСИСТЕМ, СООТВЕТСТВУЮЩИХ ОДНОМУ ВХОДУ ИЛИ ОДНОМУ ВЫХОДУ**

Пусть имеется две системы SISO, имеющие одно одинаковое собственное значение. Первая соответствует первому входу и первому выходу:

$$S_1(m=1, r=1): \quad \{\lambda_{11}\} = \{\lambda_1, \lambda_{\text{gen}}\}, \quad \{f_{11}\} = \{f_{11,1}, f_{11,\text{gen}}\}.$$

Вторая соответствует второму входу и первому выходу:

$$S_2(m=2, r=1): \quad \{\lambda_{21}\} = \{\lambda_2, \lambda_{\text{gen}}\}, \quad \{f_{21}\} = \{f_{21,1}, f_{21,\text{gen}}\},$$

$$\lambda_1 \neq \lambda_2, \quad f_{11, \text{gen}} \neq f_{21, \text{gen}}.$$

Представим для наглядности:

$$S_1(m=1, r=1): \quad \dot{x} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_{\text{gen}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_{\text{gen}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{1,1} \\ b_{1, \text{gen}} \end{pmatrix} u_1, \quad y = \begin{pmatrix} c_{1,1} & c_{1, \text{gen}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_{\text{gen}} \end{pmatrix},$$

$$S_2(m=2, r=1): \quad \dot{x} = \begin{pmatrix} \lambda_2 & 0 \\ 0 & \lambda_{\text{gen}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ x_{\text{gen}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{2,2} \\ b_{2, \text{gen}} \end{pmatrix} u_2, \quad y = \begin{pmatrix} c_{1,2} & c_{1, \text{gen}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ x_{\text{gen}} \end{pmatrix},$$

Коэффициенты  $b_{1, \text{gen}} = \{b_{1, \text{gen}}^{\cos}, b_{1, \text{gen}}^{\sin}\}$ ,  $c_{1, \text{gen}} = \{c_{1, \text{gen}}^{\cos}, c_{1, \text{gen}}^{\sin}\}$  связаны с

$$f_{11, \text{gen}} = \{f_{11, \text{gen}}^{\cos}, f_{11, \text{gen}}^{\sin}\}: \quad f_{11, \text{gen}} = \begin{pmatrix} f_{11, \text{gen}}^{\cos} \\ f_{11, \text{gen}}^{\sin} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{1, \text{gen}}^{\cos} b_{1, \text{gen}}^{\cos} + c_{1, \text{gen}}^{\sin} b_{1, \text{gen}}^{\sin} \\ c_{1, \text{gen}}^{\cos} b_{1, \text{gen}}^{\sin} - c_{1, \text{gen}}^{\sin} b_{1, \text{gen}}^{\cos} \end{pmatrix}.$$

Аналогичным образом связаны и коэффициенты и во второй системе.

В результате объединения должна получиться система МИМО:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{\text{gen}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_{\text{gen}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{1,1} & 0 \\ 0 & b_{2,2} \\ \tilde{b}_{1, \text{gen}} & \tilde{b}_{2, \text{gen}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & \tilde{c}_{1, \text{gen}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_{\text{gen}} \end{pmatrix}.$$

Общим становится коэффициент  $\tilde{c}_{1, \text{gen}}$ . Теперь он связан и с  $\tilde{b}_{1, \text{gen}}$  (по  $f_{11, \text{gen}}$ ), и с  $\tilde{b}_{2, \text{gen}}$  (по  $f_{21, \text{gen}}$ ). Заметим, что нахождение коэффициентов  $b$  через  $c$ , и наоборот, соответствует решению линейной системы размерности 2 на 2:

$$\begin{pmatrix} c_p^{\cos} b_p^{\cos} + c_p^{\sin} b_p^{\sin} \\ c_p^{\cos} b_p^{\sin} - c_p^{\sin} b_p^{\cos} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_p^{\cos} & c_p^{\sin} \\ -c_p^{\sin} & c_p^{\cos} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_p^{\cos} \\ b_p^{\sin} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_p^{\cos} & b_p^{\sin} \\ b_p^{\sin} & -b_p^{\cos} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_p^{\cos} \\ c_p^{\sin} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_p^{\cos} \\ f_p^{\sin} \end{pmatrix} = f_p \quad (14)$$

причем система в левой части будет вырождаться только при одновременном равенстве нулю обоих коэффициентов  $b$  и  $c$ .

Исходя из этого, в данном случае достаточно выбрать коэффициенты

$$\tilde{c}_{1, \text{gen}} = \{ \tilde{c}_{1, \text{gen}}^{\cos}, \tilde{c}_{1, \text{gen}}^{\sin} \} \text{ т.ч. } \begin{cases} \tilde{c}_{1, \text{gen}}^{\cos} \neq 0 \\ \tilde{c}_{1, \text{gen}}^{\sin} \neq 0 \end{cases}.$$

Далее, из систем 2 на 2 будут найдены  $\tilde{b}_{1, \text{gen}}$  и  $\tilde{b}_{2, \text{gen}}$ .

Аналогичным образом решается объединение произвольного числа систем, соответствующих одному входу и различным выходам либо одному выходу и различным входам. Объединение такого типа показано схематически на рис. 1.

Если задать ненулевыми любую пару коэффициентов ( $b_{ij, \lambda_{gen}}$  или  $c_{ij, \lambda_{gen}}$ ) для любой из связываемых подсистем, соответствующих общему собственному значению, то все остальные соответствующие коэффициенты матриц  $B$  и  $C$  можно найти по цепочке, решая системы (14).

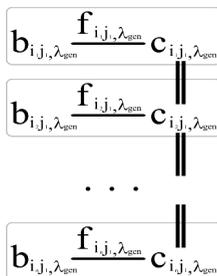


Рис. 1 Схема связей между коэффициентами матриц при объединении систем SISO, соответствующих различным входам и одному выходу

### ОБЪЕДИНЕНИЕ ПОДСИСТЕМ, СООТВЕТСТВУЮЩИХ РАЗЛИЧНЫМ ВХОДАМ И ВЫХОДАМ ОДНОВРЕМЕННО

Пусть имеем четыре системы SISO, две из них имеют одинаковое собственное значение  $\lambda_{gen}$ .

$$S_1(m=1, r=1): \{\lambda_{11}\} = \{\lambda_{gen}\}, \{f_{11}\} = \{f_{11,gen}\},$$

$$S_2(m=1, r=2): \{\lambda_{12}\} = \{\lambda_1\}, \{f_{12}\} = \{f_{12,1}\},$$

$$S_3(m=2, r=1): \{\lambda_{21}\} = \{\lambda_2\}, \{f_{21}\} = \{f_{21,2}\},$$

$$S_4(m=2, r=2): \{\lambda_{22}\} = \{\lambda_{gen}\}, \{f_{22}\} = \{f_{22,gen}\}.$$

Связываемые подсистемы соответствуют одновременно и различным входам, и различным выходам. В таком случае при объединении систем в одну общих коэффициентов матриц  $B$  и  $C$  не возникает:

$$S_1(m=1, r=1): \dot{x}_{gen} = (\lambda_{gen})(x_{gen}) + (b_{11,gen})u_1, y_1 = (c_{11,gen})(x_{gen}),$$

$$S_2(m=1, r=2): \dot{x}_1 = (\lambda_1)(x_1) + (b_{12,1})u_1, y_2 = (c_{12,1})(x_1),$$

$$S_3(m=2, r=1): \dot{x}_1 = (\lambda_2)(x_2) + (b_{21,2})u_2, y_1 = (c_{21,2})(x_2),$$

$$S_4(m=2, r=2): \dot{x}_{gen} = (\lambda_{gen})(x_{gen}) + (b_{22,gen})u_2, y_2 = (c_{22,gen})(x_{gen}).$$

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{gen} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_{gen} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{12,1} & 0 \\ 0 & b_{21,2} \\ b_{11,gen} & b_{22,gen} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} y = \begin{pmatrix} 0 & c_{21,2} & c_{11,gen} \\ c_{12,1} & 0 & c_{22,gen} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_{gen} \end{pmatrix}.$$

## ОБЪЕДИНЕНИЕ ПОДСИСТЕМ, ПОЗВОЛЯЮЩЕЕ ПОЛУЧИТЬ НЕЗАМКНУТую ЦЕПОЧКУ СВЯЗЕЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ МАТРИЦ

Рассмотрим снова объединение 4-х систем SISO в одну систему MIMO с 2-мя входами и 2-мя выходами. Три из них имеют одинаковое собственное значение  $\lambda_{\text{gen}}$ .

$$\begin{aligned} S_1(m=1, r=1), \{ \lambda_{11} \} &= \{ \lambda_{\text{gen}} \}, \{ f_{11} \} = \{ f_{11, \text{gen}} \}, \\ S_2(m=1, r=2), \{ \lambda_{12} \} &= \{ \lambda_{\text{gen}} \}, \{ f_{12} \} = \{ f_{12, \text{gen}} \}, \\ S_3(m=2, r=1), \{ \lambda_{21} \} &= \{ \lambda_{\text{gen}} \}, \{ f_{21} \} = \{ f_{21, \text{gen}} \}, \\ S_4(m=2, r=2), \{ \lambda_{22} \} &= \{ \lambda_1 \}, \{ f_{22} \} = \{ f_{22,1} \}. \end{aligned}$$

Запишем следующие системы:

$$\begin{aligned} S_1(m=1, r=1): \dot{x}_{\text{gen}} &= (\lambda_{\text{gen}})x_{\text{gen}} + (b_{11, \text{gen}})u_1, \quad y_1 = (c_{11, \text{gen}})x_{\text{gen}}, \\ S_2(m=1, r=2): \dot{x}_{\text{gen}} &= (\lambda_{\text{gen}})x_{\text{gen}} + (b_{12, \text{gen}})u_1, \quad y_2 = (c_{12, \text{gen}})x_{\text{gen}}, \\ S_3(m=2, r=1): \dot{x}_{\text{gen}} &= (\lambda_{\text{gen}})x_{\text{gen}} + (b_{21, \text{gen}})u_2, \quad y_1 = (c_{21, \text{gen}})x_{\text{gen}}, \\ S_4(m=2, r=2): \dot{x}_1 &= (\lambda_1)x_1 + (b_{22,1})u_2, \quad y_2 = (c_{22,1})x_1. \end{aligned}$$

Подсистемы  $S_1$  и  $S_2$  соответствуют одному и тому же входу,  $S_1$  и  $S_3$  — одному выходу. После объединения должна получиться система

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_{\text{gen}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_{\text{gen}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b_{22,1} \\ \tilde{b}_{1*, \text{gen}} & \tilde{b}_{21, \text{gen}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} 0 & \tilde{c}_{*1, \text{gen}} \\ c_{22,1} & \tilde{c}_{12, \text{gen}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_{\text{gen}} \end{pmatrix}.$$

Коэффициенты  $\tilde{b}_{1*, \text{gen}}$  и  $\tilde{c}_{*1, \text{gen}}$  связаны между собой по коэффициенту  $f_{11, \text{gen}}$ .

Коэффициенты  $\tilde{b}_{1*, \text{gen}}$  и  $\tilde{c}_{12, \text{gen}}$  связаны между собой по коэффициенту  $f_{12, \text{gen}}$ .

Коэффициенты  $\tilde{b}_{21, \text{gen}}$  и  $\tilde{c}_{*1, \text{gen}}$  связаны между собой по коэффициенту  $f_{21, \text{gen}}$ .

В этом случае связи образуют незамкнутую цепочку. Аналогично случаю, когда объединялись подсистемы только по одному входу либо выходу, выбор ненулевой пары коэффициентов ( $b_{ij, \lambda_{\text{gen}}}$  или  $c_{ij, \lambda_{\text{gen}}}$ ) с последовательным решением систем (14) позволяет найти соответствующие коэффициенты матриц  $B$  и  $C$  объединенной системы MIMO.

В общем виде, схема связей для этого случая показана на рис. 2.

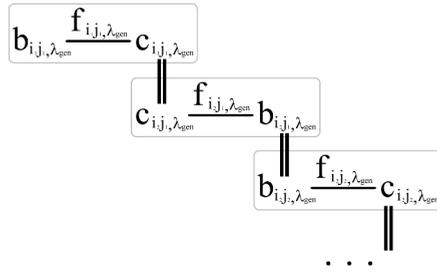


Рис. 2 Схема связей между коэффициентами матриц при объединении SISO систем, образующих незамкнутую цепочку.

### СЛУЧАЙ С ЗАМКНУТОЙ ЦЕПОЧКОЙ СВЯЗЕЙ

Рассмотрим объединение 4-х подсистем SISO в одну систему MIMO с 2-мя входами и 2-мя выходами, когда все подсистемы имеют одинаковое собственное значение  $\lambda_{gen}$ .

$$S_1(m=1, r=1): \{\lambda_{11}\} = \{\lambda_{gen}\}, \{f_{11}\} = \{f_{11,gen}\},$$

$$S_2(m=1, r=2): \{\lambda_{12}\} = \{\lambda_{gen}\}, \{f_{12}\} = \{f_{12,gen}\},$$

$$S_3(m=2, r=1): \{\lambda_{21}\} = \{\lambda_{gen}\}, \{f_{21}\} = \{f_{21,gen}\},$$

$$S_4(m=2, r=2): \{\lambda_{22}\} = \{\lambda_{gen}\}, \{f_{22}\} = \{f_{22,gen}\}.$$

$$S_1(m=1, r=1): \dot{x}_{gen} = (\lambda_{gen})(x_{gen}) + (b_{11,gen})u_1, y_1 = (c_{11,gen})(x_{gen}),$$

$$S_2(m=1, r=2): \dot{x}_{gen} = (\lambda_{gen})(x_{gen}) + (b_{12,gen})u_1, y_2 = (c_{12,gen})(x_{gen}),$$

$$S_3(m=2, r=1): \dot{x}_{gen} = (\lambda_{gen})(x_{gen}) + (b_{21,gen})u_2, y_1 = (c_{21,gen})(x_{gen}),$$

$$S_4(m=2, r=2): \dot{x}_{gen} = (\lambda_{gen})(x_{gen}) + (b_{22,gen})u_2, y_2 = (c_{22,gen})(x_{gen}).$$

Если удастся объединить все подсистемы, то результирующая MIMO система будет иметь вид

$$\dot{x} = (\lambda_{gen})(x_{gen}) + \begin{pmatrix} \tilde{b}_{1*,gen} & \tilde{b}_{2*,gen} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} \tilde{c}_{*1,gen} \\ \tilde{c}_{*2,gen} \end{pmatrix} (x_{gen}).$$

Представить связи в виде разомкнутой цепочки уже не удастся. На рис. 3 приведена схема связей.

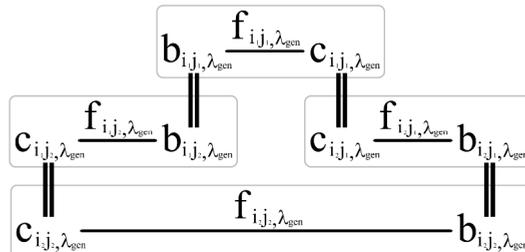


Рис. 3 Замкнутая цепочка связей коэффициентов

Для нахождения коэффициентов матриц  $B$  и  $C$  приходится решать нелинейную систему уравнений. В случае одного цикла число уравнений связи равно числу искоемых коэффициентов. Если в цепочке имеется более одного цикла — нелинейная система получается переопределенной. Следовательно, в общем случае она является несовместной, что приводит к невозможности объединения подсистем SISO без изменения их инвариантных характеристик  $\{\hat{f}_{ij}\}$ .

## АЛГОРИТМ ОБЪЕДИНЕНИЯ ПОДСИСТЕМ SISO

Первым этапом алгоритма объединения является процедура нахождения близких по значению собственных чисел по всему набору подсистем. Для этого воспользуемся областями значений собственных чисел  $\hat{\lambda}_{ij,k}^U$ , полученными ранее на этапе проведения структурной идентификации подсистем. В случае пересечения этих областей для различных подсистем, соответствующие им собственные значения будем считать близкими. Пример приведен на рисунке 4.

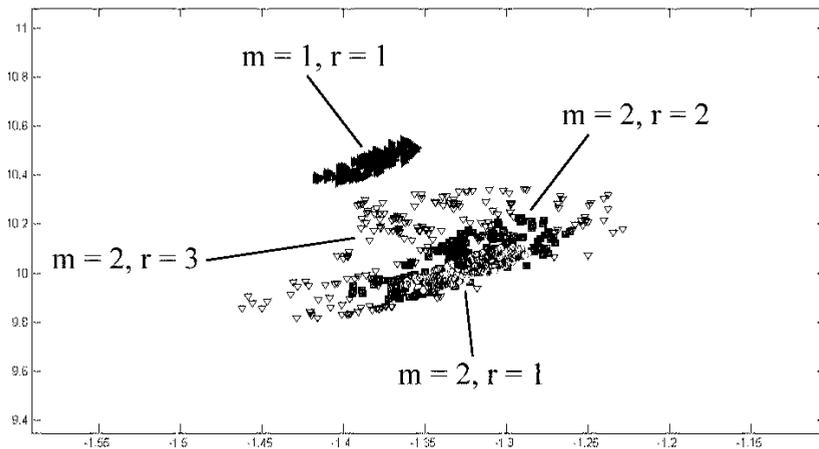


Рис. 4 Близкие собственные значения по разным подсистемам

Следующим этапом будет поочередное объединение близких собственных значений с построением цепочек объединения и проверкой их замкнутости. В случае, если объединение близких собственных значений приводит к возникновению цикла в цепочке зависимости, объединение не производим и оставляем их различными. Таким образом, в результате выполнения этого этапа получаем конечный вид матрицы  $\hat{A}$  объединенной системы в виде (5). На последнем этапе для каждого собственного значения матрицы  $\hat{A}$  производится построение цепочек зависимостей. Одну пару коэффициентов из нее выбираем в виде  $b^{\cos} = 1, b^{\sin} = 0$  (соответственно канонической управляемой реализации) или  $c^{\cos} = 1, c^{\sin} = 0$  (соответственно канонической наблюдаемой реализации), а затем, решая

последовательность линейных систем уравнений (14), находим все остальные коэффициенты, зависящие от выбранных.

### ПРИМЕР МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ИДЕНТИФИКАЦИИ МНОГОСВЯЗНОЙ СИСТЕМЫ

Имеем исходную систему десятого порядка с собственными значениями  $\{\lambda_i\} = \{-1 \pm 10i, -1.8 \pm 9i, -2.6 \pm 8i, -3.4 \pm 7i, -4.2 \pm 6i\}$ . Количество входов  $M = 2$ , количество выходов  $R = 3$ . Матрицы  $B$  и  $C$  равны:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

На каждый вход подавался сигнал из 10 гармоник различной частоты. Длительность эксперимента равна  $\tau = 10^5$ . В качестве шума на выходы системы накладывались суммы шумовых гармоник с амплитудами равными

$$\text{по выходу 1: } a^1 = (1 \ 0.9 \ 0.8 \ 0.7 \ 0.6 \ 0.5 \ 0.4 \ 0.3 \ 0 \ 0 \ 0.08 \ 0.04),$$

$$\text{по выходу 2: } a^2 = (2 \ 1.8 \ 1.6 \ 1.4 \ 1.2 \ 1.0 \ 0.8 \ 0.6 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0),$$

$$\text{по выходу 3: } a^3 = (4 \ 3.6 \ 3.2 \ 2.8 \ 2.4 \ 2.0 \ 1.6 \ 1.2 \ 0.2 \ 0.1 \ 0.32 \ 0.16).$$

Для всех комбинаций входов и выходов были построены аппроксимирующие модели SISO, размерности которых указаны в табл. 1.

Таблица 1

*Размерности аппроксимирующих моделей SISO для всех комбинаций входа и выхода*

Номер выхода	Номер входа	
	M = 1	M = 2
R = 1	4	4
R = 2	4	3
R = 3	4	3

После выполнения процедур поиска близких собственных значений, а также их объединения, число различных собственных значений сократилось до 6-ти блоков: 5 комплексно-сопряженных пар и одного действительного собственного числа. Коэффициенты матрицы  $\hat{B}$  и  $\hat{C}$  модели были найдены согласно описанному алгоритму последовательным решением системы (14):

$$\hat{A} = \text{diag} \left\{ \begin{pmatrix} -7.029 & 0 \\ 0 & -7.029 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3.651 & 7.999 \\ -7.999 & -3.651 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1.346 & 10.115 \\ -10.115 & -1.346 \end{pmatrix}, \right. \\ \left. \begin{pmatrix} -5.751 & 8.434 \\ -8.434 & -5.751 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2.314 & 10.124 \\ -10.124 & -2.314 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1.382 & 10.451 \\ -10.451 & -1.382 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T,$$

$$\hat{C} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1.74 & 3.50 & 2.21 & 0.70 & 5.88 & 4.52 & 0 & 0 & 2.71 & -3.16 \\ -0.56 & -0.56 & 1.74 & 3.50 & 2.21 & 0.70 & 0 & 0 & 5.42 & 2.26 & 0 & 0 \\ -1.11 & 0 & 5.24 & 1.76 & 2.91 & -1.51 & 0 & 0 & 7.68 & -3.16 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

## Выводы

Исследование возможности объединения различных систем с одним входом и одним выходом в одну большую многосвязную систему путем объединения близких собственных значений позволило расширить область применения метода идентификации по частотным характеристикам, разработанного для односвязных систем.

В результате рассмотрения возможных случаев связи систем по общим собственным значениям в зависимости от того, каким входам и выходам соответствуют эти системы, показано, что объединение возможно, если при формировании матриц системы  $\hat{B}$  и  $\hat{C}$  не возникает циклических зависимостей между их коэффициентами.

На основе проведенных исследований предложен алгоритм объединения моделей отдельных подсистем, соответствующих описанию динамики исследуемой многосвязной системы по отдельным входам и выходам, в общую многосвязную модель. Предложенный алгоритм сохраняет в результирующей многосвязной модели все инвариантные характеристики исходных моделей с одним входом и выходом, так что точность аппроксимации по выходу сохраняется.

1. Орлов Ю.Ф. Идентификация по частотным параметрам при параллельных испытаниях / Ю.Ф. Орлов // Автоматика и телемеханика. — 2007. — 68, № 1. — С. 20–40.
2. Александров А.Г. Метод частотных параметров / А.Г. Александров // Автоматика и телемеханика. — 1989. — 50, № 12. — С. 3–5.
3. Александров А.Г. Конечно-частотная идентификация многомерных объектов / А.Г. Александров, Ю.Ф. Орлов // Тр. 2-й Российско-шведской конференции по автоматическому управлению. RSCC'95. — СПб., 1995. — С. 65–69.
4. Губарев В.Ф. Идентификация многомерных систем по параметрам установившегося режима / В.Ф. Губарев, С.В. Мельничук // Проблемы управления и информатики. — 2012. — № 5. — С. 26–42.
5. Мельничук С.В. Исследование корректности задач идентификации многомерных систем частотным методом / С.В. Мельничук // Кибернетика и вычислительная техника. — 2014. — № 176. — С. 19–33.
6. Мельничук С.В. Модифицированный частотный метод структурно-параметрической идентификации систем / С.В. Мельничук // Проблемы управления и информатики. — 2015. — № 4. — С. 27–36.

## METHOD OF STRUCTURAL PARAMETRIC MULTIVARIABLE SYSTEM IDENTIFICATION USING FREQUENCY CHARACTERISTICS

**Melnychuk S.V.**

*Space Research Institute National Academy of Sciences of Ukraine and State Space Agency of Ukraine*

**Introduction.** One of the important directions in the identification of linear systems are frequency domain methods. In recent decades a finite-frequency approach, focused on the use under bounded uncertainty has been developed. Within finite-frequency approach a method, that allows to construct models with reduced dimensionality has been proposed. The method includes a step of structural identification with regularization by model dimension. This method was used to identify single-input single-output (SISO) systems, so it could not be applied to systems with multiple input and multiple output (MIMO).

**Purpose.** In order to generalize the method it is proposed to identify SISO models of subsystems, that describes individual inputs and outputs, and then combine them. The main purpose of research is to develop an algorithm, that combine separate SISO models into one general MIMO model.

**Results.** Separate SISO models determined by their invariant properties. As simple combination of SISO models leads to a MIMO model of large dimension, and some invariant properties in different models may be similar, it makes sense to carry out unification by equating this invariants.

Possibility of association for different combinations of SISO models, that have the same eigenvalues were investigated. It is shown that by combining models additional dependencies between coefficients may be imposed. It is shown that if the dependency graph contains no cycles, then the union is possible. On the basis of this fact the synthesizing algorithm was proposed.

**Conclusions.** The proposed identification algorithm builds the general MIMO model from separate SISO models so that the dimension of resulting model may be significantly less, than sum of dimensions of original SISO models. The proposed algorithm saves all invariant characteristics of the original models, so approximation accuracy by the each input-output relation is stored.

**Keywords:** System identification, frequency domain, structural identification, reduced dimensionality.

1. Orlov Y.F. Frequency Parameter-Based Identification at Parallel Testing. Automation and Remote Control, 2007, vol.68, no. 1. pp. 18–37.
2. Orlov Y.F. Frequency Parameter-Based Identification at Parallel Testing. Avtomatika i Telemekhanika, 2007, vol.68, no. 1. pp. 20–40 (in Russian).
3. Alexandrov A.G. Method of Frequency Parameters. Avtomatika i Telemekhanika, 1989, vol 50, no. 12. pp. 3–15 (in Russian).
4. Alexandrov A.G., Orlov Y.F. Finite-frequency identification of multidimensional objects. 2-nd Russian-Swedish Control Conference. St. Petersburg, 1995, pp. 65–69 (in Russian).
5. Gubarev V.F., Melnychuk S.V. Identification of Multivariable Systems Using Steady-State Parameters. Journal of Automation and Information Sciences, 2012, vol. 44. i. 9. pp. 24–42.

6. Gubarev V.F., Melnychuk S.V. Identification of Multivariable Systems Using Steady-State Parameters. *Journal of Automation and Information Sciences*, 2012, no 5. pp. 26–42 (in Russian).
7. Melnychuk S.V. Regularity Investigation For Multidimensional System Identification Problem by the Frequency Method. *Cybernetics and Computer Engineering*, 2014, no 176. pp. 19–33 (in Russian).
8. Melnychuk S.V. Modified Frequency Method of Structural-Parametric System Identification. *Journal of Automation and Information Sciences*, 2015, no 4. pp. 27–36 (in Russian).

Получено 05.06.2015

# Медицинская и биологическая кибернетика

УДК 616.007:517.988

## МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ В ИССЛЕДОВАНИИ БИОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ МОЗГА

О.Ю. Майоров<sup>1</sup>, В.Н. Фенченко<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Харьковская медицинская академия последипломного образования  
МЗ Украины (Харьков)*

<sup>2</sup>*Физико-технический институт низких температур им. Б.И.Веркина  
НАН Украины (Харьков)*

Разработана методика оценивания ЭЭГ с позиций мультифрактального анализа для изучения масштабных свойств ЭЭГ в норме, при патологии и измененных состояниях. Предложено использовать ширину мультифрактального спектра, которая может служить индикатором измененных состояний мозга или патологии. Состояние той или иной области коры головного мозга или подкорковой структуры предложено оценивать по величине смещения спектра сингулярностей при переходе от одного состояния к другому. Анализ значений экспонент Гельдера дает диагностический инструмент и позволяет провести содержательную интерпретацию процессов, протекающих в головном мозге.

**Ключевые слова:** ЭЭГ, метод максимумов модулей вейвлет-преобразования, мультифрактальный детрендрованный флуктуационный анализ, экспонента Гельдера.

Розроблено методику оцінювання ЕЕГ з позицій мультифрактального аналізу для вивчення масштабних властивостей ЕЕГ в нормі, при патології та змінених станах. Запропоновано використовувати ширину мультифрактального спектру, яка може служити індикатором змінених станів мозку або патології. Стан тієї чи іншої області кори головного мозку або підкоркової структури запропоновано оцінювати за величиною зсуву спектру сингулярностей при переході від одного стану до іншого. Аналіз значень експонент Гельдера дає діагностичний інструмент і дозволяє провести змістовну інтерпретацію процесів, що протікають в головному мозку.

**Ключові слова:** ЕЕГ, метод максимумів модулів вейвлет-перетворення, мультифрактальний детрендрований флуктуаційний аналіз, експонента Гельдера.

## ВВЕДЕНИЕ

Суммарная электроэнцефалограмма (ЭЭГ), состоит из наложенных друг на друга медленных колебаний. На суммарную биоэлектрическую активность оказывают влияние неспецифическая и специфическая афферентные системы, подкорковые структуры. ЭЭГ отражает не только функциональное

состояние коры головного мозга, но и сложные корково-подкорковые взаимодействия.

Иными словами, в ней представлена активность множества нейросистем, каждая из которых характеризуется собственной нейродинамикой. Для тонкой оценки и интерпретации происходящих нейродинамических процессов необходимы специальные подходы, реализация которых стала возможной с развитием компьютерной ЭЭГ.

Применение классических методов для обработки результатов медико-биологических измерений ограничивала нестационарность анализируемых процессов [1–6]. Это стимулировало поиск новых подходов и использование мультифрактального анализа, базирующегося на «методе максимумов модулей вейвлет-преобразования» [7–9] или детрендированного флуктуационного анализа [10–11].

В настоящее время эти методы являются наиболее эффективными инструментами для описания неоднородных процессов, а наличие мультифрактальной структуры обнаружено в динамике многих систем различной природы, в том числе — в ритме сердца по ЭКГ [1].

К настоящему времени установлено, что нормальная биоэлектрическая активность мозга является хаотической, также обнаружено снижение или увеличение степени хаотичности при возникновении патологии и измененных состояний мозга. Однако, исследование мультифрактальной динамики суммарной биоэлектрической активности (ЭЭГ) практически не проводилось. Между тем, можно предполагать, что церебральные механизмы в норме характеризуются мультифрактальной динамикой. Иными словами, мультифрактальность является особенностью нормально функционирующих церебральных механизмов. Изменение параметров мультифрактальности (или ее отсутствие) может оказаться эффективным биомаркером для диагностики состояния мозга и его реакции на внешние воздействия.

**Цель исследования** — создание методики для объективной количественной оценки параметров мультифрактальности суммарной биоэлектрической активности (ЭЭГ) для исследования мультифрактальной природы ЭЭГ у здоровых испытуемых, при измененных состояниях и патологии.

## **Постановка задачи. МЕТОДОЛОГИЯ**

Наши предыдущие исследования ЭЭГ методами нелинейного анализа (эксперименты на животных по моделированию эмоционального стресса, обследования здоровых субъектов, больных шизофренией и депрессией, с врожденной и приобретенной патологией зрения, коматозных больных — апалический синдром и некоторые другие) показали, что суммарная ЭЭГ имеет мультифрактальный характер. Проведенный нами анализ ЭЭГ в отдельных частотных диапазонах ( $\delta$ ,  $\Theta$ ,  $\alpha$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ), в которых отражается деятельность разных нейросистем (лимбико-ретикулярной, таламокортикальной, ретикулярной и т.п.), выявил особенности, которые были скрыты в суммарной ЭЭГ. Эти исследования показали необходимость

разработки методики для объективной количественной оценки параметров мультифрактальности суммарной биоэлектрической активности (ЭЭГ).

Электроэнцефалограммы описываются непрерывными, но негладкими (сингулярными) функциями. Для количественной характеристики степени сингулярности таких функций служат локальные экспоненты Гёльдера (Otto Hölder) [12].

Обозначим исследуемую функцию  $F = F(t)$  и представим ее в окрестности точки  $t = t_0$  в виде суммы регулярной компоненты — полинома  $n$ -ой степени  $P_n(t - t_0)$ , и слагаемого, которое определяет нерегулярное поведение функции

$$F(t) \approx P_n(t - t_0) + C|t - t_0|^{h(t_0)},$$

где  $n < h(t_0) < n + 1$  — локальная экспонента Гёльдера. В частности, если  $h(t_0) = 1$ , то  $F(t)$  — гладкая дифференцируемая в точке  $t_0$  функция, если  $h(t_0) < 1$  — то  $F(t)$  непрерывна, но не дифференцируемая функция.

Так как сингулярности маскированы полиномиальными трендами, основная трудность состоит в том, чтобы выявить местоположение всех сингулярностей и оценить значение локальной экспоненты Гёльдера для каждой из них. Эффективным приемом для устранения полиномиальных трендов является технология непрерывного вейвлетного преобразования, а именно, “метод максимумов модулей вейвлет-преобразования” (“*wavelet transform modulus maxima*” — WTMM анализ) [7–9].

Алгоритм WTMM анализа предполагает исследование нерегулярного поведения функции  $F(t)$  в два этапа. На первом — проводится вейвлет-преобразование функции, которое определяется формулой [9]

$$W(s, t) = \frac{1}{s} \int_{-\infty}^{\infty} F(\tau) \psi\left(\frac{\tau - t}{s}\right) d\tau,$$

где  $s$  — параметр масштаба,  $t$  — время,  $\psi$  — солитоноподобная функция (вейвлет), сконструированная, как правило, на основе производных функции Гаусса:

$$\psi^{(m)}(\tau) = (-1)^m \frac{\partial^m}{\partial \tau^m} e^{-\frac{\tau^2}{2}}.$$

Обычно ограничиваются случаем  $m = 1$  (wave — вейвлет) или  $m = 2$  (mhat-вейвлет) [13]. В частности, mhat-вейвлет (вейвлет — «мексиканская шляпа»), обеспечивает локальное устранение полиномиальных вкладов нулевого и первого порядков, т.е. постоянную составляющую и линейный тренд.

Если функция  $F(t)$  имеет особенность в точке  $t = t_0$ , то наблюдается зависимость

$$W(s, t_0) \approx s^{h(t_0)} \text{ при } s \rightarrow 0,$$

если же  $F(t)$  в точке  $t_0$   $n$  раз непрерывно дифференцируема, то

$$W(s, t_0) \leq s^n \text{ при } s \rightarrow 0.$$

Следовательно, вся информация об особенностях функции  $F(t)$  отражается в асимптотическом поведении вейвлет-коэффициентов при малых масштабах, а именно, в так называемом «скелетоне» или линиях локальных экстремумов вейвлет-коэффициентов, поиск которых проводится на каждом масштабе. Построением скелетона заканчивается первый этап *Wavelet Transform Modulus Maxima* (WTMM) алгоритма.

Второй этап WTMM алгоритма состоит в построении так называемых частичных сумм по формуле:

$$Z(q, s) = \sum_{l \in L(s)} \left( \sup_{\tilde{s} \leq s} |W(\tilde{s}, t_l(\tilde{s}))| \right)^q,$$

где  $L(s)$  — множество всех линий  $l$  локальных максимумов модулей вейвлет-коэффициентов на масштабе  $s$ , а точка  $t_l(s)$  соответствует положению максимума на линии  $l$ . Согласно [7–8],

$$Z(q, s) \approx s^{\tau(q)}.$$

При  $q < 0$  частичные суммы характеризуют особенности скейлинга для слабых сингулярностей (малых флуктуаций), при  $q > 0$  — для сильных сингулярностей (больших флуктуаций).

Величину  $\tau(q)$  для каждого значения  $q$  определяют путем вычисления наклона зависимости  $\ln Z(q, s) / \ln s$  и называют скейлинговой экспонентой. Для монофрактала  $\tau(q)$  линейно зависит от  $q$ :

$$H = \frac{d\tau}{dq} = \text{const},$$

для мультифрактала получим нелинейную зависимость:

$$\tau(q) = qh - D(h)$$

с гёльдеровскими экспонентами:

$$h(q) = \frac{d\tau}{dq} \neq \text{const},$$

где  $D(h)$  называют обобщенными фрактальными размерностями [14–17].

Однако выбор подходящего диапазона изменения масштаба вейвлет-преобразования представляет собой сложную задачу, и в случае, если исследование нерегулярного поведения функции  $F = F(t)$  проводится на относительно коротком интервале, полученные оценки могут демонстрировать ложные мультифрактальные свойства [18–19]. Возникает необходимость проведения дополнительных исследований и построения достоверных интервалов выборочных характеристик для подтверждения

наличия мультифрактальных свойств. Для этого, как отмечено в [20, 21], целесообразно использовать метод мультифрактального детрендированного флуктуационного анализа (“*multifractal detrended fluctuation analysis*” — MDFA) [10–11]. В этом случае из исходного временного ряда, представляющего значения исследуемой функции, через равные промежутки времени выделяем флуктуационный профиль, отсчитанный от среднего. Затем разбиваем флуктуационный профиль на непересекающиеся сегменты длины  $s$ . Так как длина ряда не всегда кратна выбранной шкале  $s$ , то в общем случае последний участок содержит число точек меньше  $s$ . Для учета этого остатка следует повторить процедуру деления на сегменты, начиная с противоположного конца ряда. Для каждого сегмента находим локальный полиномиальный тренд, обеспечивающий интерполяцию с ошибкой, не превышающей заданный предел, и определяем дисперсию  $\sigma_n(s)$  для каждого сегмента, где  $n=1,2,\dots,N$  — номер сегмента. Далее вводим

«деформированную» дисперсию  $\sigma_q(s) = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sigma_n^2(s) \right\}^{\frac{1}{q}}$ , которая получается

на каждом сегменте возведением дисперсии в ту или иную степень  $q$  с

последующим усреднением по всем сегментам  $\sigma_0(s) = e^{\frac{1}{2N} \sum_{n=1}^N \ln \sigma_n^2(s)}$ . Если

исследуемый ряд сводится к самоподобному множеству, проявляющему дальнедействующие корреляции, то  $\sigma_q(s)$  представляется степенной

зависимостью  $\sigma_q(s) \approx s^{h(q)}$ . Для временных рядов, которые отвечают

монофрактальному множеству,  $\sigma_n^2(s)$  одинакова для всех сегментов, для мультифрактальных рядов при положительных  $q$  основной вклад в  $\sigma_q(s)$

дают сегменты, проявляющие большие отклонения  $\sigma_n^2(s)$ , а при

отрицательных  $q$  доминируют сегменты с малыми дисперсиями  $\sigma_n^2(s)$ . Т.е.

при отрицательных значениях  $q$  показатель  $h(q)$  описывает сегменты,

проявляющие малые флуктуации, а при положительных — большие [20]. В

качестве статистического критерия для принятия или отбрасывания гипотезы о наличии монофрактальных свойств можно использовать разность

$\Delta h = h(q_1) - h(q_2)$ , которая, как показано в [21], имеет нормальное распределение, с параметрами, зависящими от длины реализации и выбранных значений  $q$ .

## МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ.

Регистрацию ЭЭГ осуществляли по общепринятой методике с помощью компьютерного электроэнцефалографа «DX-5000» (Харьков, Украина) с частотой дискретизации 400 Гц и 16-разрядным разрешением. ЭЭГ отводили монополярно от 23 отведений по международной системе «10–20» с

«усредненным» референтным электродом (по D. Goldman, 1950) с симметричных областей полушарий, каждое событие записывалось в течение 150 с. У здоровых испытуемых и у больных шизофренией проводилась регистрация ЭЭГ в состоянии спокойного бодрствования и во время ментальной нагрузки (обратный счет в уме — 1000, 999, 998 и т. д.), предназначенной для выполнения последовательных мыслительных операций. Запись проводилась с закрытыми глазами.

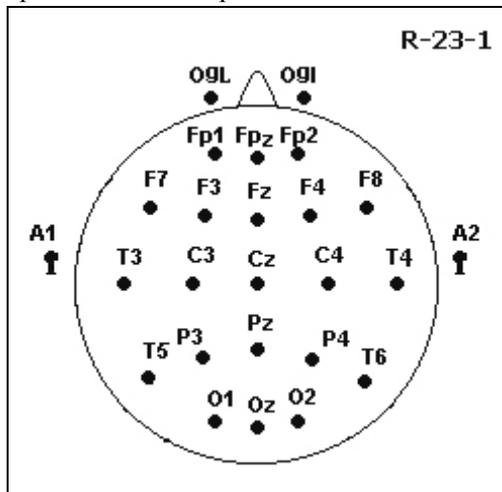


Рис.1. Расположение электродов по системе “10–20”.

Основными оцениваемыми в расчетах параметрами являлись максимальное и минимальное значение экспонент Гельдера (ЭГ), значение экспоненты Гельдера, соответствующее максимуму спектра, и ширина мультифрактального спектра, которая тем больше, чем сильнее выражены мультифрактальные свойства сигнала.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В работе представлены результаты первого исследования авторов в данном направлении. Были оценены данные для 5 здоровых и 5 больных шизофренией для иллюстрации работы метода.

Проведены расчеты для сигналов ЭЭГ теменных (P3, P4) и лобных (F7, F8) отведений здорового испытуемого в состоянии спокойного бодрствования и ментальной нагрузки (обратный счет в уме), результаты представлены в таблице 1, на рисунках 2 и 3.

Анализ спектра сингулярностей  $D(h)$  показывает, что ЭЭГ сигнал здорового испытуемого имеет ярко выраженные мультифрактальные свойства. ЭЭГ сигнал «распадается» на большое количество однородных фрактальных подмножеств, независимо от состояния испытуемого.

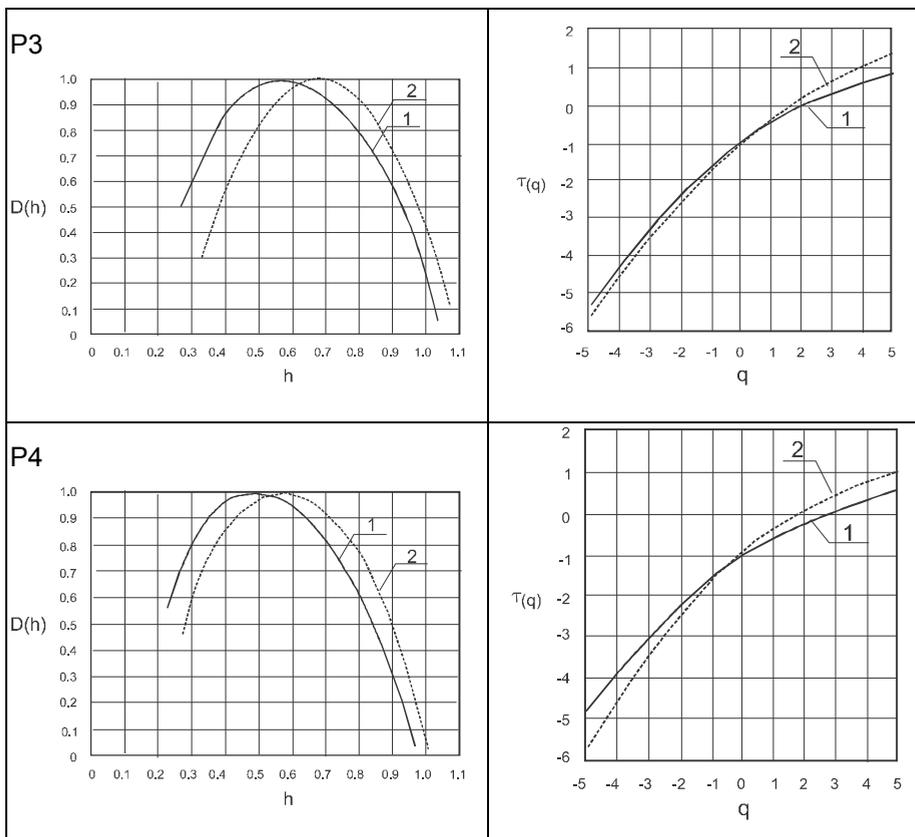


Рис. 2. Спектры сингулярностей  $D(h)$  и скейлинговые функции  $\tau(q)$  теменных отведений: P3 (верхние графики) и P4 (нижние графики) у здорового испытуемого в состоянии спокойного бодрствования (1) и во время ментальной нагрузки — обратный счет в уме (2).

Это подтверждает справедливость гипотезы о том, что мультифрактальность является свойством головного мозга. Такой сигнал, в отличие от монофрактального, для полной его характеристики требует определить множество различных локальных экспонент — спектр сингулярностей  $D(h)$ .

Таблица 1.

*Локальная экспонента Гёльдера ЭЭГ сигналов, соответствующая максимуму мультифрактального спектра, и ширина мультифрактального спектра у здорового испытуемого в состоянии спокойного бодрствования и ментальной нагрузки*

Отведение	Локальная экспонента Гёльдера, соответствующая максимуму спектра		Изменение локальной экспоненты Гёльдера	Ширина мультифрактального спектра		Изменение ширины спектра
	Состояние покоя	Ментальная нагрузка		Состояние покоя	Ментальная нагрузка	
P3	0.54	0.67	0.13 (24%)	0.80	0.76	-0.04 (5%)
P4	0.49	0.59	0.10 (20%)	0.75	0.72	-0.03 (4%)
F7	0.45	0.60	0.15 (33%)	0.73	0.68	-0.05 (7%)
F8	0.52	0.66	0.14 (27%)	0.68	0.65	-0.04 (11%)

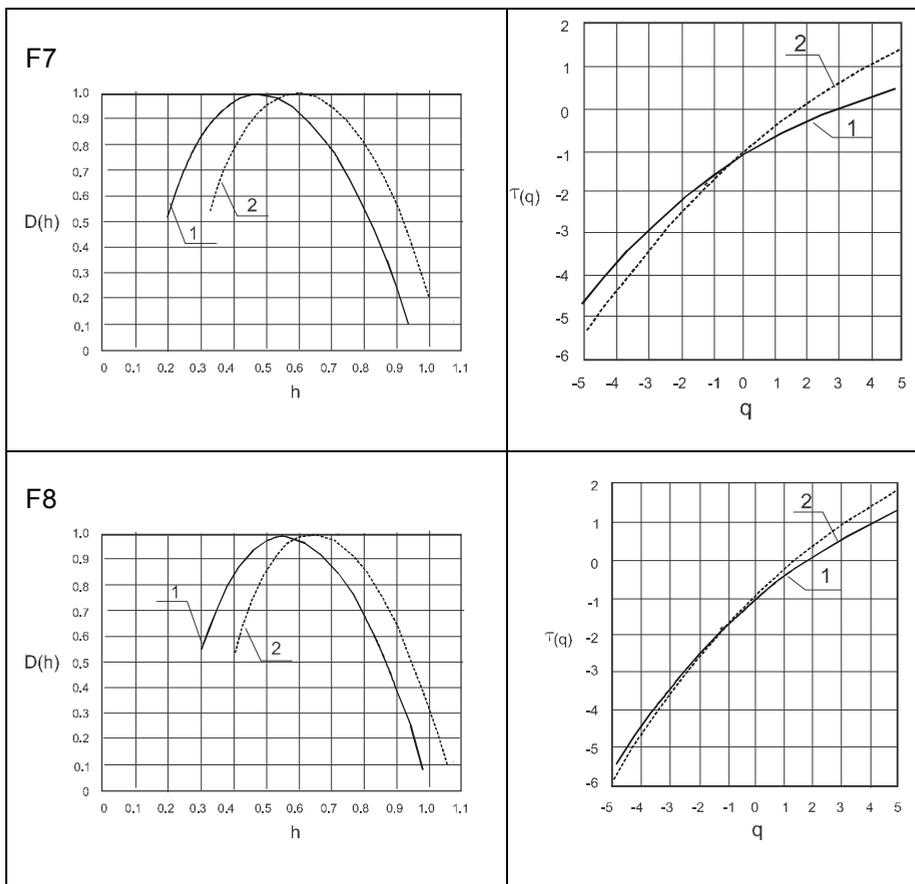


Рис. 3. Спектры сингулярностей  $D(h)$  и скейлинговые функции  $\tau(q)$  лобных отведений:

F7 (верхние графики) и F8 (нижние графики) у здорового испытуемого в состоянии спокойного бодрствования (1) и ментальной нагрузки — обратный счет в уме (2).

При изменении состояния испытуемого наблюдается смещение спектра сингулярностей  $D(h)$ . Так, при переходе к ментальной нагрузке спектр смещается вправо и, кроме того, появляются сегменты с большими амплитудами. На это указывает смещение скейлинговой функции  $\tau(q)$  вверх для положительных значений  $q$  и вниз — для отрицательных.

В состоянии ментальной нагрузки также происходит уменьшение ширины спектра, что свидетельствует об уменьшении мультифрактальности сигнала. Это может указывать на формирование доминирующих возбуждений, концентрацию внимания на выполнении ментальной нагрузки.

На рисунке 4 и в таблице 2 показаны результаты расчетов, проведенных для сигналов с теменных (P3, P4) и лобных (F7, F8) отведений у больного шизофренией в состоянии спокойного бодрствования и ментальной нагрузки (обратный счет в уме).

**Таблица 2.**

*Локальная экспонента Гёльдера, соответствующая максимуму мультифрактального спектра, и ширина мультифрактального спектра у больного шизофренией в состоянии покоя и ментальной нагрузки*

Отведение	Локальная экспонента Гёльдера, соответствующая максимуму спектра		Изменение локальной экспоненты Гёльдера	Ширина мультифрактального спектра		Изменение ширины спектра
	Состояние покоя	Ментальная нагрузка		Состояние покоя	Ментальная нагрузка	
P3	0.65	0.77	0.12 (18%)	0.57	0.58	0.01 (2%)
P4	0.65	0.55	-0.10 (15%)	0.68	0.67	-0.01 (1%)
F7	0.70	0.75	0.05 (7%)	0.57	0.63	0.06 (11%)
F8	0.65	0.60	-0.05 (8%)	0.65	0.63	-0.03 (4%)

Представленные здесь результаты качественно отличаются от аналогичных результатов для здорового испытуемого. Как показано выше, у здорового испытуемого во всех отведениях в состоянии ментальной нагрузки наблюдается сдвиг спектра сингулярностей вправо по сравнению с состоянием покоя. При этом происходит увеличение значения локальной экспоненты Гёльдера, соответствующей максимуму спектра и уменьшение ширины мультифрактального спектра.

Противоположная картина наблюдается у больных шизофренией. В отведениях левого полушария, отвечающего за последовательное логическое мышление и анализ, происходит сдвиг спектра сингулярностей вправо, а в отведениях правого полушария — сдвиг влево.

Таким образом, можно сделать заключение, что у больных шизофренией наблюдается выраженный противоположный характер системной деятельности правого и левого полушарий головного мозга.

Более того, если у здорового испытуемого сдвиг вправо спектра сингулярностей сопровождается некоторым уменьшением ширины спектра, то у больного шизофренией — противоположная картина. Это означает, что при переходе к состоянию ментальной нагрузки у такого больного в левом полушарии не наблюдается снижение мультифрактальности, что, по-видимому, указывает на нарушение процессов формирования доминантного возбуждения. У больного шизофренией это может затруднить процесс последовательного логического мышления во время ментальной нагрузки.

Следует отметить, что в целом степень мультифрактальности (т.е. сложности) ЭЭГ сигнала здорового испытуемого значительно больше, чем величина мультифрактальности больного шизофренией, а локальная экспонента Гёльдера, соответствующая максимуму спектра — значительно меньше.

По сути это означает, что процессы, протекающие в коре головного мозга здорового испытуемого, отличаются большей сложностью, имеют

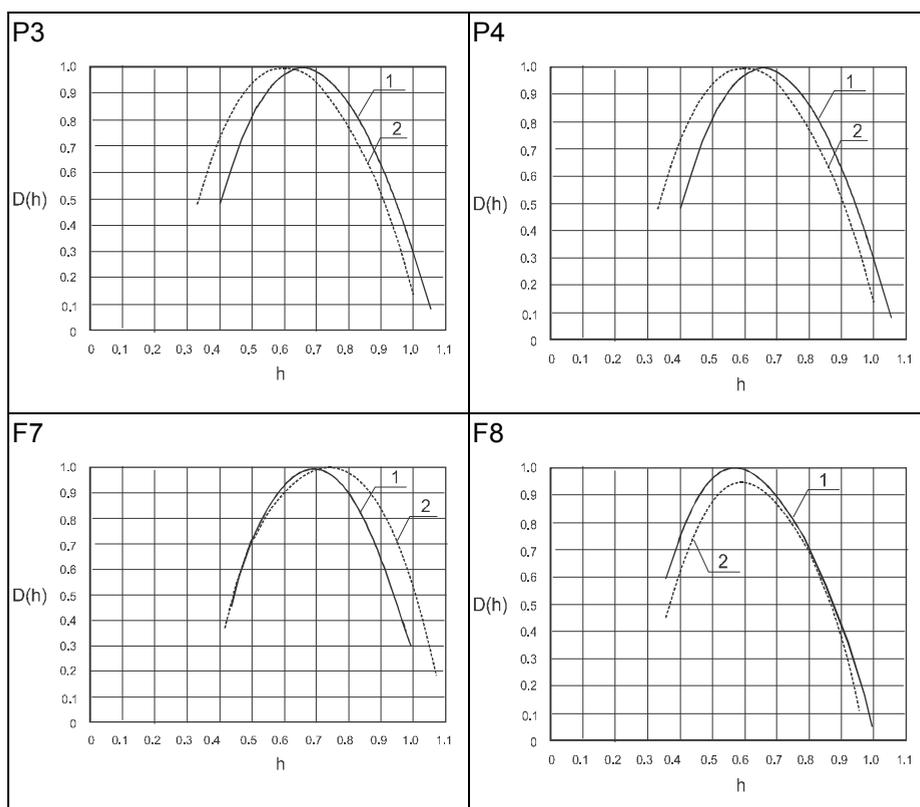


Рис. 4. Спектры сингулярностей  $D(h)$  теменных (P3, P4 — верхние графики) и лобных (F7, F8 — нижние графики) отведений у больного шизофренией в состоянии спокойного бодрствования (1) и ментальной нагрузки — обратный счет в уме (2).

большой информационный ресурс как в состоянии покоя, так и при переходе к состоянию ментальной нагрузки.

## ОБСУЖДЕНИЕ

В настоящее время интенсивно развивается нелинейно-динамический подход к анализу ЭЭГ. Наблюдается устойчивая тенденция и все больший интерес к изучению биоэлектрической активности головного мозга с позиций нелинейной динамики. Однако, надежная методология исследований ЭЭГ методами нелинейного анализа отсутствует и полученные разными авторами результаты зачастую оказываются недостаточно точными и достоверными, а их интерпретация вызывает сомнения. Это является причиной того, что в настоящее время нелинейно-динамический подход к анализу ЭЭГ представляет преимущественно исследовательский интерес, его практическое применение ограничено.

Полученные результаты показывают, что в норме биоэлектрическая активность головного мозга имеет неравновесную динамику в виде мультифрактального поведения. Иными словами, это указывает на

неравновесную динамику многочисленных структур мозга. По нашему мнению, именно игнорирование мультифрактального характера суммарной электрической активности мозга приводит к ограничениям в интерпретации результатов исследований ЭЭГ методами нелинейной динамики. Дело в том, что монофрактальный процесс имеет масштабные свойства, которые характеризуются одним масштабным показателем. Мультифрактальные процессы структурно более сложны, они допускают разложение на участки с различными локальными свойствами и для их описания требуется множество масштабных показателей [22].

Показана перспективность выбранного направления исследований. В дальнейшем будут проведены исследования на большой группе испытуемых с различной патологией, с расчетом достоверности сдвигов спектров сингулярностей и скейлинговых функций. Эти исследования требуют значительного времени, и только после этого можно будет говорить о широком практическом использовании метода. Следует подчеркнуть, что данная статья призвана привлечь внимание к выбранному направлению исследований, а не подводить его итоги.

## Выводы

На основании проведенных исследований найдено подтверждение гипотезы о том, что ЭЭГ представляет собой суперпозицию сигналов, отражающих сложные корково-подкорковые взаимодействия, в ней скрыта активность множества нейросистем, выполняющих разные в данный момент времени функции, каждая из которых характеризуется определенной нейродинамикой. Это свойство описывается мерой мультифрактальности сигнала (шириной мультифрактального спектра).

Ширина мультифрактального спектра может служить индикатором (биомаркером) измененных состояний мозга или патологии.

Характеризовать состояние той или иной области коры головного мозга или подкорковой структуры можно по величине смещения спектра сингулярностей при переходе от одного состояния испытуемого к другому. Анализ значений соответствующих экспонент Гельдера дает при этом тонкий диагностический инструмент и позволяет провести содержательную интерпретацию различных процессов, протекающих в головном мозге.

1. Ivanov P. Ch. Multifractality in human heartbeat dynamics. / P.Ch. Ivanov, L.A.N. Amaral, A.L. Goldberger, S. Havlin, M.G. Rosenblum, Z.R. Struzik, and H.E. Stanley // *Nature (Lond.)*. — 1999. — 399. — P. 461–465.
2. Arneodo A. What can we learn with wavelets about DNA sequences? / A. Arneodo, D'Aubenton-Carafa Y., Audit B., Bacry E., Muzy J.F., Thermes C. // *Physica*. — 1998. — A 249. — P. 439–448.
3. Stanley H.E. Statistical physics and physiology: Monofractal and multifractal approaches. / Stanley H.E., L.A.N. Amaral, Goldberger A.L., Havlin S., Ivanov P.Ch., Peng C.-K. // *Physica A*. — 1999. — 270. — P. 309–324.
4. Nunes A.L.A. Behavioral-Independent Features of Complex Heartbeat Dynamics / Nunes A.L.A., Ivanov P.C., Aoyagi N., Hidaka I., Tomono S., Goldberger A.L., Stanley H.E. and Yamamoto Y. // *Phys. Rev. Lett.* — 2001. — 86. — P. 6026–6029.

5. Ivanov P.Ch. From 1/f noise to multifractal cascades in heartbeat dynamics. / P.Ch. Ivanov, Nunes Amaral L.A., Goldberger A.L., Havlin Sh., Rosenblum M.G., Stanley H.E., Struzik Zbigniew R. // *Chaos*. — 2001. — 11. — P. 641–652.
6. Marrone A. Multiscale analysis of blood pressure signals. / A. Marrone, Polosa A.D., Scioscia G., Stramaglia S. and Zenzola A. // *Phys. Rev. E*. — 1999. — 60. — P. 1088–1091.
7. Muzy J.F. Wavelets and multifractal formalism for singular signals: application to turbulence data. / J.F. Muzy, Bacry E. and Arneodo A. // *Phys. Rev. Lett.* — 1991. — 67. — P. 3515–3518.
8. Muzy J.F. Multifractal formalism for fractal signals: The structure-function approach versus the wavelet-transform modulus-maxima method. / J.F. Muzy, Bacry E., Arneodo A. // *Phys. Rev. E*. — 1993. — 47. — P. 875–884.
9. Muzy J.F. The multifractal formalism revisited with wavelets. / J.F. Muzy, Bacry E., Arneodo A. // *Int. J. Bifurcation Chaos*. — 1994. — 4. — no. 2. — P. 245–302.
10. Kantelhardt J.W. Multifractal detrended fluctuation analysis of non-stationary time series. / J.W. Kantelhardt, Zschiegner S.A., Bunde A., Havlin S., Koscielny-Bunde E., Stanley H.E. // *Physica A*. — 2002. — no. 316. — P. 87–114.
11. Kantelhardt J.W. Detecting long-range correlations with detrended fluctuation analysis. / Kantelhardt J.W., E. Koscielny-Bunde, Rego H.H.A., Havlin S., Bunde A. // *Physica A*. — 2001. — no. 295. — P. 441–454.
12. Mandelbrot B.B. *The Fractal Geometry of Nature*. // San Francisco: W.H. Freeman, 1982. — 468 p.
13. Павлов А.П., Анищенко В.С. Мультифрактальный анализ сложных сигналов. / А.П. Павлов, В.С. Анищенко // *Успехи физических наук*. — 2007. — Т.177. — №8, — С. 859–876.
14. Grassberger P. Generalized dimensions of strange attractors. // *Physics Letters A*. — 1983. — **97**, no. 6. — P. 227–230.
15. Grassberger P. Measuring the strangeness of strange attractors. / P. Grassberger, Procaccia I. // *Physica D*. — 1983. — *Nonlinear Phenomena*. — **9**, no. 1–2. — P. 189–208.
16. Hentschel H.G.E. The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors. / H.G.E. Hentschel, Procaccia I. // *Physica D*. — 1983. *Nonlinear Phenomena*. — **8**, no. 3. — P. 435–444.
17. Grassberger P. Characterization of Strange Attractors. / P. Grassberger, Procaccia I. // *Physical Review Letters*. — 1983. — **50**. — no. 5. — P. 346–349.
18. Oswiecimka P. Wavelet versus detrended fluctuation analysis of multifractal structures. / P. Oswiecimka, Kwapien J., Drozd S. // *Physical Review E*. — 2006. — *Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*. — **74**. — P. 161–203.
19. Veneziano D. Multifractal analysis: pitfalls of standard procedures and alternatives. / Veneziano D., Moglen G.E., Bras R.L. // *Phys. Rev. E*. 1995. — **52**. — P. 1387–1398.
20. Олемской А.И. Синергетика сложных систем: Феноменология и статистическая теория. / А.И. Олемской— М.: Красандр, 2009. — 384 с.
21. Кириченко Л.О. Сравнительный мультифрактальный анализ временных рядов методами детрендированного флуктуационного анализа и максимумов модулей вейвлет-преобразования. / Л.О. Кириченко. — *Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. АСУ и приборы автоматики*. — Х.: Изд-во ХНУРЭ, 2011, — Вып. 157. — С. 66–77.
22. Frish U. On the singularity structure of fully developed turbulence. / U. Frish, Parisi G. // In: *Turbulence and Predictability in Geophysical Fluid Dynamics and Climate Dynamics. Proc. of the Intern. School of Physics "Enrico Fermi"*. — Course 88. / Eds by M. Gil, R. Benzi, G. Parisi. Proc. Amsterdam. North-Holland. — 1985. — P. 84–88.

## MULTIFRACTAL ANALYSIS IN THE STUDY OF BRAIN BIOELECTRIC ACTIVITY

O.Yu. Mayorov<sup>1</sup>, V.N. Fenchenko<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Kharkiv Medical Academy of Postgraduate Education, Kharkiv, Ukraine*

<sup>2</sup>*B. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv*

**Introduction.** A summary electroencephalogram (EEG) is composed of superimposed slow waves. The EEG reflects sophisticated cortical-subcortical interactions and conceals activity of multiple neuronal systems; each of them is characterized by determined neurodynamics.

**The purpose** of work is to create a method of objective quantitative assessment of parameters of multifractal summary bioelectric activity (EEG); to study EEG multifractality in healthy volunteers, subjects in altered states of conscious and pathologic EEGs.

**Results.** For the qualitative estimation of the multifractality of the EEG signal, the use of multifractal spectrum width, which can serve as an indicator of altered and pathologic brain states, is proposed. The state of different brain areas can also be assessed according to the offset value of a singularity spectrum of the transposition between different states. Analysis of Hölder exponents can provide an exact diagnostic tool and allow substantial interpretation of different processes in the brain.

**Keywords:** EEG, summary brain bioelectric activity, multifractality, wavelet transform maximum modulus method, method of multifractal detrended fluctuation analysis, Hölder exponent.

1. Ivanov, P.Ch., Amaral L.A.N., Goldberger A.L., Havlin S., Rosenblum M.G., Struzik Z.R., and Stanley H. E. Multifractality in human heartbeat dynamics. *Nature* (Lond.), 1999. vol. 399. pp. 461–465.
2. Arneodo A., D'Aubenton-Carafa Y., Audit B., Bacry E., Muzy J.F., Thermes C. What can we learn with wavelets about DNA sequences? *Physica*, 1998. vol. A 249. pp. 439–448.
3. Stanley H.E., Amaral L.A.N., Goldberger A.L., Havlin S., Ivanov P.Ch., Peng C.-K. Statistical physics and physiology: Monofractal and multifractal approaches. *Physica A*, 1999. vol. 270. pp. 309–324.
4. Nunes A.L.A., Ivanov P.C., Aoyagi N., Hidaka I., Tomono S., Goldberger A. L., Stanley H.E. and Yamamoto Y. Behavioral-Independent Features of Complex Heartbeat Dynamics. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, vol. 86, pp. 6026–6029.
5. Ivanov P.Ch., Nunes Amaral L.A., Goldberger A.L., Havlin Sh., Rosenblum M.G., Stanley H.E., Struzik Zbigniew R. From 1/f noise to multifractal cascades in heartbeat dynamics. *Chaos*, 2001, vol. 11 pp. 641–652.
6. Marrone A., Polosa A. D., Scioscia G., Stramaglia S. and Zenzola A. Multiscale analysis of blood pressure signals. *Phys. Rev. E*, 1999, vol. 60. pp. 1088–1091.
7. Muzy J.F., Bacry E. and Arneodo A. Wavelets and multifractal formalism for singular signals: application to turbulence data. *Phys. Rev. Lett.*, 1991. vol. 67, pp. 3515–3518.
8. Muzy J.F., Bacry E., Arneodo A. Phys. Multifractal formalism for fractal signals: The structure-function approach versus the wavelet-transform modulus-maxima method. *Phys. Rev. E*, 1993, vol. 47, pp. 875–884.
9. Muzy J.F., Bacry E., Arneodo A. The multifractal formalism revisited with wavelets. *Int. J. Bifurcation Chaos*, 1994. vol. 4, no. 2. p. 245–302.

10. Kantelhardt J.W., Zschiegner S.A., Bunde A., Havlin S., Koscielny-Bunde E., Stanley H.E. Multifractal detrended fluctuation analysis of non-stationary time series. *Physica A*, 2002, no. 316, pp. 87–114.
11. Kantelhardt J.W., Koscielny-Bunde E., Rego H.H.A., Havlin S., Bunde A. Detecting long-range correlations with detrended fluctuation analysis. *Physica A*, 2001, no. 295, pp. 441–454.
12. Mandelbrot B.B. *The Fractal Geometry of Nature*. San Francisco: W.H. Freeman, 1982, 468p.
13. Pavlov A.P., Anischenko V.S. Multifractal analysis of complex signals. *Successes of physical sciences*, 2007, vol. 177, no. 8, pp. 859–876 (in Russian).
14. Grassberger P. Generalized dimensions of strange attractors. *Physics Letters A*, 1983, vol. 97, no. 6, pp. 227–230.
15. Grassberger P., Procaccia I. Measuring the strangeness of strange attractors. *Physica D*, 1983, Nonlinear Phenomena, vol. 9, no. 1–2, pp. 189–208.
16. Hentschel H.G.E., Procaccia I. The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors. *Physica D*, 1983, Nonlinear Phenomena, vol. 8, no. 3, pp. 435–444.
17. Grassberger P., Procaccia I. Characterization of Strange Attractors. *Physical Review Letters*, 1983, vol. 50, no. 5, pp. 346–349.
18. Oswiecimka P., Kwapien J., Drozd S. Wavelet versus detrended fluctuation analysis of multifractal structures. *Physical Review E*, 2006, *Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, vol. 74, pp. 161–203.
19. Veneziano D., Moglen G.E., Bras R.L. Multifractal analysis: pitfalls of standard procedures and alternatives. *Phys. Rev. E*, 1995, vol. 52, pp. 1387–1398.
20. Olemskoy A.I. *Synergetics of complex systems: Phenomenology and statistical theory*. M.: Krasandz Publ., 2009. 384 p. (in Russian).
21. Kirichenko L.O. Comparative multifractal time series analysis by methods of detrending fluctuation analysis and maxima of modulus the wavelet transform. *All-Ukrainian interdep. scientific — technical proceedings of ASM and automation devices*. Kh.: Publ. KhNURE, 2011, Vol. 157. pp. 66–77 (in Russian).
22. Frish U., Parisi G. On the singularity structure of fully developed turbulence. In: *Turbulence and Predictability in Geophysical Fluid Dynamics and Climate Dynamics. Proc. of the Intern. School of Physics "Enrico Fermi"*, Course 88, Eds by M. Gil, R. Benzi, G. Parisi. Proc. Amsterdam. North-Holland, 1985, pp. 84–88.

Получено 27.03.2015

## АВТОРЫ НОМЕРА

*Грищенко Юрий Витальевич,*

кандидат технических наук, доцент кафедры авионики Института аэронавигации Национального авиационного университета, пр. Космонавта Комарова, 1, г. Киев, 03680, e-mail: grischenko\_u@mail.ru

*Данник Юрий Григорьевич,*

доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины; начальник Житомирского военного института имени С.П. Королева, пр. Мира, 22, г. Житомир, 10002, e-mail: zhvinau@ukr.net

*Житецкий Леонид Сергеевич,*

кандидат технических наук, и. о. заведующего отделом автоматизированных систем обработки данных Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН и МОН Украины, пр. Академика Глушкова, 40, г. Киев, 03680 ГСП, e-mail: leonid\_zhiteckii@i.ua

*Майоров Олег Юрьевич,*

доктор медицинских наук, профессор, заведующий кафедрой клинической информатики и информационных технологий в управлении здравоохранением, Харьковская медицинская академия последипломного образования МЗ Украины (ХМАПО), ул. Корчагинцев, 58, г. Харьков, 310176, e-mail: o.y.mayorov@gmail.com

*Мельничук Сергей Викторович,*

младший научный сотрудник отдела управления динамическими системами Института космических исследований НАН Украины, пр. Академика Глушкова, 40, г. Киев, 03680, e-mail: sergvik@ukr.net

*Николаенко Сергей Анатольевич,*

аспирант Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН и МОН Украины, пр. Академика Глушкова, 40, г. Киев, 03680 ГСП, e-mail: s\_nikolaenko@ukr.net

*Ориховская Ксения Борисовна,*

аспирант Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН и МОН Украины, пр. Академика Глушкова, 40, г. Киев, 03680 ГСП, e-mail: kseniaor@gmail.com

*Писарчук Алексей Александрович,*

доктор технических наук, старший научный сотрудник, начальник кафедры радиоэлектронной борьбы и защиты информации Житомирского военного института имени С.П. Королева, пр. Мира, 22, г. Житомир, 10002, e-mail: PlatinumPA@meta.ua

*Скрипец Андрей Васильевич,*

кандидат технических наук, профессор, заведующий кафедрой авионики Института аэронавигации Национального авиационного университета Украины, пр. Космонавта Комарова, 1, г. Киев, 03680, e-mail: avionika2006@ukr.net

*Соловчук Клавдия Юрьевна,*

аспирантка Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН и МОН Украины, пр. Академика Глушкова, 40, г. Киев, 03680 ГСП, e-mail: solovchuk\_ok@mail.ru

*Тимчук Сергей Витальевич,*

адъюнкт научно-организационного отделения Житомирского военного института имени С.П. Королева, пр. Мира, 22, г. Житомир, 10002, e-mail: tsergio89@gmail.com

*Тронько Владимир Дмитриевич,*

доктор физико-математических наук, профессор кафедры авионики Института аэронавигации Национального авиационного университета Украины, пр. Космонавта Комарова, 1, г. Киев, 03680, e-mail: v@tronko.kiev.ua

*Файнзильберг Леонид Соломонович,*

доктор технических наук, доцент,  
главный научный сотрудник отдела  
автоматизированных систем  
обработки данных Международного  
научно-учебного центра  
информационных технологий и  
систем НАН и МОН Украины,  
пр. Академика Глушкова, 40, г. Киев,  
03680 ГСП,  
e-mail: fainzilberg@voliacable.com

*Фенченко Владимир Николаевич,*

кандидат физико-математических  
наук, старший научный сотрудник  
отдела дифференциальных  
уравнений и геометрии Физико-  
технического института низких  
температур им. Б.И.Веркина НАН  
Украины (ФТИНТ), пр. Ленина, 47,  
г. Харьков, 61103,  
e-mail: vfenchenko@ukr.net

## ВНИМАНИЮ АВТОРОВ!

### Требования к рукописям статей

1. Рукопись представляется на белой бумаге в двух экземплярах (язык — русский, 9–10 с.) и электронная версия. К рукописи прилагаются:
  - аннотации — на русском и украинском языках (УДК, фамилия, инициалы автора/ов, название статьи, 5–6 строк текста, ключевые слова), на английском языке (фамилия, инициалы автора/ов, место работы, город, страна, название статьи, от 250 слов, с выделением рубрик: введение, цель, результаты, выводы, ключевые слова);
  - согласие автора/ов на публикацию;
  - сведения об авторе должны включать: ФИО, ученую степень, научное звание, должность, отдел, место работы, почтовый адрес организации, телефон (служ., моб., дом.), E-mail.
2. Текст статьи подается с обязательными рубриками: введение, постановка задачи, цель, результаты, четко сформулированные выводы.
3. Поданные статьи проходят рецензирование ведущими специалистами в данной области.

### Структура статьи в КВТ

#### УДК

#### НАЗВАНИЕ

**И.О.Фамилия / и**

**Организация/и**

Аннотация (русс., 5-10 строк)

Ключевые слова: (5-8 слов)

Анотація (укр., 5-10 рядків)

Ключові слова: (5-8 слів)

#### **Введение**

#### **Цель**

#### **Постановка задачи**

#### **Результаты (1-3 раздела с названиями)**

#### **Выводы**

Список литературы на языке оригинала (в порядке упоминания в тексте, по стандарту ДСТУ ГОСТ 7.1 : 2006, ДСТУ ГОСТ 7.80 : 2007).

**Abstract** 0,5-0,7 с.

ФИО, Название статьи на англ языке

*Название организации – на англ языке.*

С обязательными рубриками:

**Introduction.**

**Purpose.**

**Results.**

**Conclusion.**

**Keywords:**

Список литературы - перевод источников на английский язык, фамилии и инициалы авторов — транслитерация

(Author A.A. Article. *Journal*, 2000, vol. 1, no. 2, pp. 111–112.  
Author A.A., Author B.B. *Book*. City: Publisher, 2000. 111 p. (in Russian).

### **Требования к текстовому файлу**

Формат файла \*.doc, \*.rtf. Файл должен быть подготовлен с помощью текстового редактора Microsoft Word 2003.

Используемые стили: шрифт Times New Roman, высота 12 пт, межстрочное расстояние — полуторное. Формат бумаги А4, поля (слева, справа, сверху, внизу) 2 см.

*Формулы* набираются в редакторе формул Microsoft Equation Editor 3.0.

Опции редактора формул — (10,5; 8,5; 7,5; 14; 10). Ширина формул не более 12 см.

*Рисунки* должны быть достаточно качественными, созданы встроенным редактором рисунков Word Picture либо иными Windows-приложениями (в этом случае рисунки должны быть представлены отдельными файлами соответствующих форматов). Ширина рисунков не более 12 см.

*Таблицы* выполняются стандартным встроенным в Word инструментарием «Таблица».

В розничную продажу журнал не поступает

### **Оформление подписки для желающих опубликовать статьи в нашем журнале обязательно.**

Подписка осуществляется:

- „Каталог видань України”, подписной индекс 86598
- в агентстве «Укринформнаука» НАН Украины [ukrinformnauka@gmail.com](mailto:ukrinformnauka@gmail.com)

Підп. до друку 29.09.2015. Формат 70×108/16. Папір офсетний.  
Ум. друк. арк. 10,33. Обл. вид. арк. 9,84. Тираж 100. Зам. №3211

---

Видавничий дім “Академперіодика” НАН України  
01004, Київ 4, вул. Терещенківська, 4.  
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб’єкта видавничої справи  
Серії ДК №544 від 27.07.2001 р.