

# Медицинская и биологическая кибернетика

УДК 616.007:517.988

## МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ В ИССЛЕДОВАНИИ БИОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ МОЗГА

О.Ю. Майоров<sup>1</sup>, В.Н. Фенченко<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Харьковская медицинская академия последипломного образования  
МЗ Украины (Харьков)*

<sup>2</sup>*Физико-технический институт низких температур им. Б.И.Веркина  
НАН Украины (Харьков)*

Разработана методика оценивания ЭЭГ с позиций мультифрактального анализа для изучения масштабных свойств ЭЭГ в норме, при патологии и измененных состояниях. Предложено использовать ширину мультифрактального спектра, которая может служить индикатором измененных состояний мозга или патологии. Состояние той или иной области коры головного мозга или подкорковой структуры предложено оценивать по величине смещения спектра сингулярностей при переходе от одного состояния к другому. Анализ значений экспонент Гельдера дает диагностический инструмент и позволяет провести содержательную интерпретацию процессов, протекающих в головном мозге.

**Ключевые слова:** ЭЭГ, метод максимумов модулей вейвлет-преобразования, мультифрактальный детрендрованный флуктуационный анализ, экспонента Гельдера.

Розроблено методику оцінювання ЕЕГ з позицій мультифрактального аналізу для вивчення масштабних властивостей ЕЕГ в нормі, при патології та змінених станах. Запропоновано використовувати ширину мультифрактального спектру, яка може служити індикатором змінених станів мозку або патології. Стан тієї чи іншої області кори головного мозку або підкоркової структури запропоновано оцінювати за величиною зсуву спектру сингулярностей при переході від одного стану до іншого. Аналіз значень експонент Гельдера дає діагностичний інструмент і дозволяє провести змістовну інтерпретацію процесів, що протікають в головному мозку.

**Ключові слова:** ЕЕГ, метод максимумів модулів вейвлет-перетворення, мультифрактальний детрендрований флуктуаційний аналіз, експонента Гельдера.

## ВВЕДЕНИЕ

Суммарная электроэнцефалограмма (ЭЭГ), состоит из наложенных друг на друга медленных колебаний. На суммарную биоэлектрическую активность оказывают влияние неспецифическая и специфическая афферентные системы, подкорковые структуры. ЭЭГ отражает не только функциональное

состояние коры головного мозга, но и сложные корково-подкорковые взаимодействия.

Иными словами, в ней представлена активность множества нейросистем, каждая из которых характеризуется собственной нейродинамикой. Для тонкой оценки и интерпретации происходящих нейродинамических процессов необходимы специальные подходы, реализация которых стала возможной с развитием компьютерной ЭЭГ.

Применение классических методов для обработки результатов медико-биологических измерений ограничивала нестационарность анализируемых процессов [1–6]. Это стимулировало поиск новых подходов и использование мультифрактального анализа, базирующегося на «методе максимумов модулей вейвлет-преобразования» [7–9] или детрендированного флуктуационного анализа [10–11].

В настоящее время эти методы являются наиболее эффективными инструментами для описания неоднородных процессов, а наличие мультифрактальной структуры обнаружено в динамике многих систем различной природы, в том числе — в ритме сердца по ЭКГ [1].

К настоящему времени установлено, что нормальная биоэлектрическая активность мозга является хаотической, также обнаружено снижение или увеличение степени хаотичности при возникновении патологии и измененных состояний мозга. Однако, исследование мультифрактальной динамики суммарной биоэлектрической активности (ЭЭГ) практически не проводилось. Между тем, можно предполагать, что церебральные механизмы в норме характеризуются мультифрактальной динамикой. Иными словами, мультифрактальность является особенностью нормально функционирующих церебральных механизмов. Изменение параметров мультифрактальности (или ее отсутствие) может оказаться эффективным биомаркером для диагностики состояния мозга и его реакции на внешние воздействия.

**Цель исследования** — создание методики для объективной количественной оценки параметров мультифрактальности суммарной биоэлектрической активности (ЭЭГ) для исследования мультифрактальной природы ЭЭГ у здоровых испытуемых, при измененных состояниях и патологии.

## **Постановка задачи. МЕТОДОЛОГИЯ**

Наши предыдущие исследования ЭЭГ методами нелинейного анализа (эксперименты на животных по моделированию эмоционального стресса, обследования здоровых субъектов, больных шизофренией и депрессией, с врожденной и приобретенной патологией зрения, коматозных больных — апалический синдром и некоторые другие) показали, что суммарная ЭЭГ имеет мультифрактальный характер. Проведенный нами анализ ЭЭГ в отдельных частотных диапазонах ( $\delta$ ,  $\Theta$ ,  $\alpha$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ), в которых отражается деятельность разных нейросистем (лимбико-ретикулярной, таламокортикальной, ретикулярной и т.п.), выявил особенности, которые были скрыты в суммарной ЭЭГ. Эти исследования показали необходимость

разработки методики для объективной количественной оценки параметров мультифрактальности суммарной биоэлектрической активности (ЭЭГ).

Электроэнцефалограммы описываются непрерывными, но негладкими (сингулярными) функциями. Для количественной характеристики степени сингулярности таких функций служат локальные экспоненты Гёльдера (Otto Hölder) [12].

Обозначим исследуемую функцию  $F = F(t)$  и представим ее в окрестности точки  $t = t_0$  в виде суммы регулярной компоненты — полинома  $n$ -ой степени  $P_n(t - t_0)$ , и слагаемого, которое определяет нерегулярное поведение функции

$$F(t) \approx P_n(t - t_0) + C|t - t_0|^{h(t_0)},$$

где  $n < h(t_0) < n + 1$  — локальная экспонента Гёльдера. В частности, если  $h(t_0) = 1$ , то  $F(t)$  — гладкая дифференцируемая в точке  $t_0$  функция, если  $h(t_0) < 1$  — то  $F(t)$  непрерывна, но не дифференцируемая функция.

Так как сингулярности маскированы полиномиальными трендами, основная трудность состоит в том, чтобы выявить местоположение всех сингулярностей и оценить значение локальной экспоненты Гёльдера для каждой из них. Эффективным приемом для устранения полиномиальных трендов является технология непрерывного вейвлетного преобразования, а именно, “метод максимумов модулей вейвлет-преобразования” (“*wavelet transform modulus maxima*” — WTMM анализ) [7–9].

Алгоритм WTMM анализа предполагает исследование нерегулярного поведения функции  $F(t)$  в два этапа. На первом — проводится вейвлет-преобразование функции, которое определяется формулой [9]

$$W(s, t) = \frac{1}{s} \int_{-\infty}^{\infty} F(\tau) \psi\left(\frac{\tau - t}{s}\right) d\tau,$$

где  $s$  — параметр масштаба,  $t$  — время,  $\psi$  — солитоноподобная функция (вейвлет), сконструированная, как правило, на основе производных функции Гаусса:

$$\psi^{(m)}(\tau) = (-1)^m \frac{\partial^m}{\partial \tau^m} e^{-\frac{\tau^2}{2}}.$$

Обычно ограничиваются случаем  $m = 1$  (wave — вейвлет) или  $m = 2$  (mhat-вейвлет) [13]. В частности, mhat-вейвлет (вейвлет — «мексиканская шляпа»), обеспечивает локальное устранение полиномиальных вкладов нулевого и первого порядков, т.е. постоянную составляющую и линейный тренд.

Если функция  $F(t)$  имеет особенность в точке  $t = t_0$ , то наблюдается зависимость

$$W(s, t_0) \approx s^{h(t_0)} \text{ при } s \rightarrow 0,$$

если же  $F(t)$  в точке  $t_0$   $n$  раз непрерывно дифференцируема, то

$$W(s, t_0) \leq s^n \text{ при } s \rightarrow 0.$$

Следовательно, вся информация об особенностях функции  $F(t)$  отражается в асимптотическом поведении вейвлет-коэффициентов при малых масштабах, а именно, в так называемом «скелетоне» или линиях локальных экстремумов вейвлет-коэффициентов, поиск которых проводится на каждом масштабе. Построением скелетона заканчивается первый этап *Wavelet Transform Modulus Maxima* (WTMM) алгоритма.

Второй этап WTMM алгоритма состоит в построении так называемых частичных сумм по формуле:

$$Z(q, s) = \sum_{l \in L(s)} \left( \sup_{\tilde{s} \leq s} |W(\tilde{s}, t_l(\tilde{s}))| \right)^q,$$

где  $L(s)$  — множество всех линий  $l$  локальных максимумов модулей вейвлет-коэффициентов на масштабе  $s$ , а точка  $t_l(s)$  соответствует положению максимума на линии  $l$ . Согласно [7–8],

$$Z(q, s) \approx s^{\tau(q)}.$$

При  $q < 0$  частичные суммы характеризуют особенности скейлинга для слабых сингулярностей (малых флуктуаций), при  $q > 0$  — для сильных сингулярностей (больших флуктуаций).

Величину  $\tau(q)$  для каждого значения  $q$  определяют путем вычисления наклона зависимости  $\ln Z(q, s) / \ln s$  и называют скейлинговой экспонентой. Для монофрактала  $\tau(q)$  линейно зависит от  $q$ :

$$H = \frac{d\tau}{dq} = \text{const},$$

для мультифрактала получим нелинейную зависимость:

$$\tau(q) = qh - D(h)$$

с гёльдеровскими экспонентами:

$$h(q) = \frac{d\tau}{dq} \neq \text{const},$$

где  $D(h)$  называют обобщенными фрактальными размерностями [14–17].

Однако выбор подходящего диапазона изменения масштаба вейвлет-преобразования представляет собой сложную задачу, и в случае, если исследование нерегулярного поведения функции  $F = F(t)$  проводится на относительно коротком интервале, полученные оценки могут демонстрировать ложные мультифрактальные свойства [18–19]. Возникает необходимость проведения дополнительных исследований и построения достоверных интервалов выборочных характеристик для подтверждения

наличия мультифрактальных свойств. Для этого, как отмечено в [20, 21], целесообразно использовать метод мультифрактального детрендированного флуктуационного анализа (“*multifractal detrended fluctuation analysis*” — MDFA) [10–11]. В этом случае из исходного временного ряда, представляющего значения исследуемой функции, через равные промежутки времени выделяем флуктуационный профиль, отсчитанный от среднего. Затем разбиваем флуктуационный профиль на непересекающиеся сегменты длины  $s$ . Так как длина ряда не всегда кратна выбранной шкале  $s$ , то в общем случае последний участок содержит число точек меньше  $s$ . Для учета этого остатка следует повторить процедуру деления на сегменты, начиная с противоположного конца ряда. Для каждого сегмента находим локальный полиномиальный тренд, обеспечивающий интерполяцию с ошибкой, не превышающей заданный предел, и определяем дисперсию  $\sigma_n(s)$  для каждого сегмента, где  $n=1,2,\dots,N$  — номер сегмента. Далее вводим

«деформированную» дисперсию  $\sigma_q(s) = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sigma_n^2(s) \right\}^{\frac{1}{q}}$ , которая получается

на каждом сегменте возведением дисперсии в ту или иную степень  $q$  с

последующим усреднением по всем сегментам  $\sigma_0(s) = e^{\frac{1}{2N} \sum_{n=1}^N \ln \sigma_n^2(s)}$ . Если

исследуемый ряд сводится к самоподобному множеству, проявляющему дальнедействующие корреляции, то  $\sigma_q(s)$  представляется степенной

зависимостью  $\sigma_q(s) \approx s^{h(q)}$ . Для временных рядов, которые отвечают

монофрактальному множеству,  $\sigma_n^2(s)$  одинакова для всех сегментов, для мультифрактальных рядов при положительных  $q$  основной вклад в  $\sigma_q(s)$

дают сегменты, проявляющие большие отклонения  $\sigma_n^2(s)$ , а при

отрицательных  $q$  доминируют сегменты с малыми дисперсиями  $\sigma_n^2(s)$ . Т.е.

при отрицательных значениях  $q$  показатель  $h(q)$  описывает сегменты,

проявляющие малые флуктуации, а при положительных — большие [20]. В

качестве статистического критерия для принятия или отбрасывания гипотезы о наличии монофрактальных свойств можно использовать разность

$\Delta h = h(q_1) - h(q_2)$ , которая, как показано в [21], имеет нормальное распределение, с параметрами, зависящими от длины реализации и выбранных значений  $q$ .

## МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ.

Регистрацию ЭЭГ осуществляли по общепринятой методике с помощью компьютерного электроэнцефалографа «DX-5000» (Харьков, Украина) с частотой дискретизации 400 Гц и 16-разрядным разрешением. ЭЭГ отводили монополярно от 23 отведений по международной системе «10–20» с

«усредненным» референтным электродом (по D. Goldman, 1950) с симметричных областей полушарий, каждое событие записывалось в течение 150 с. У здоровых испытуемых и у больных шизофренией проводилась регистрация ЭЭГ в состоянии спокойного бодрствования и во время ментальной нагрузки (обратный счет в уме — 1000, 999, 998 и т. д.), предназначенной для выполнения последовательных мыслительных операций. Запись проводилась с закрытыми глазами.

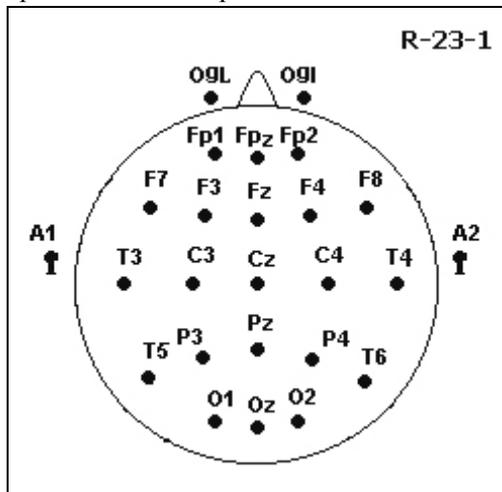


Рис.1. Расположение электродов по системе “10–20”.

Основными оцениваемыми в расчетах параметрами являлись максимальное и минимальное значение экспонент Гельдера (ЭГ), значение экспоненты Гельдера, соответствующее максимуму спектра, и ширина мультифрактального спектра, которая тем больше, чем сильнее выражены мультифрактальные свойства сигнала.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В работе представлены результаты первого исследования авторов в данном направлении. Были оценены данные для 5 здоровых и 5 больных шизофренией для иллюстрации работы метода.

Проведены расчеты для сигналов ЭЭГ теменных (P3, P4) и лобных (F7, F8) отведений здорового испытуемого в состоянии спокойного бодрствования и ментальной нагрузки (обратный счет в уме), результаты представлены в таблице 1, на рисунках 2 и 3.

Анализ спектра сингулярностей  $D(h)$  показывает, что ЭЭГ сигнал здорового испытуемого имеет ярко выраженные мультифрактальные свойства. ЭЭГ сигнал «распадается» на большое количество однородных фрактальных подмножеств, независимо от состояния испытуемого.

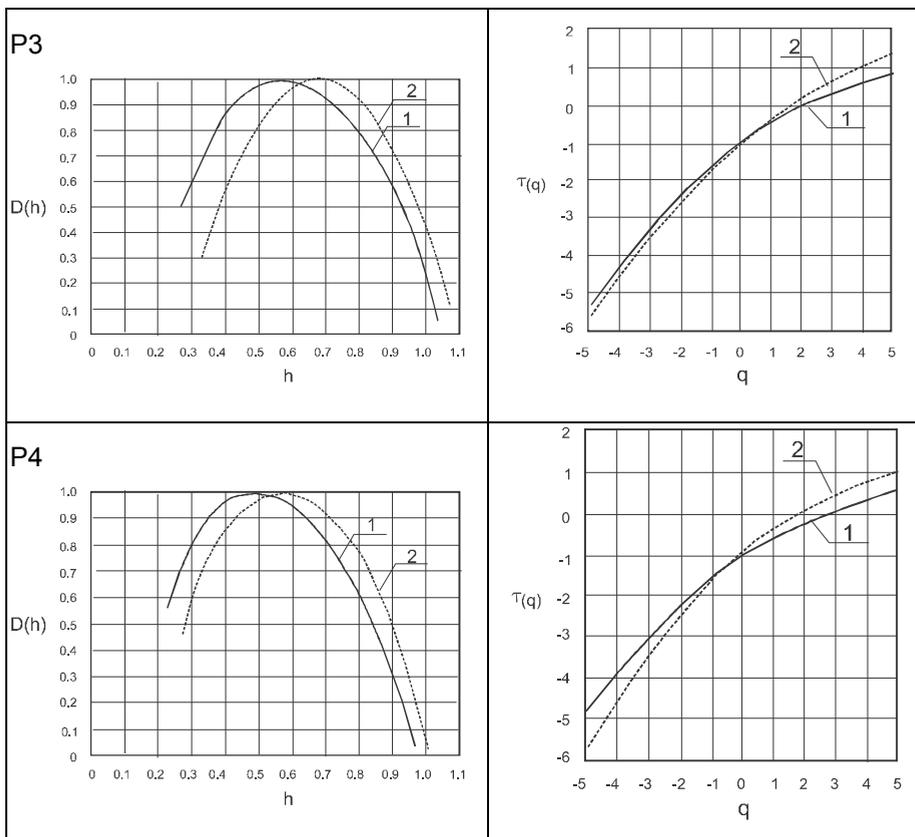


Рис. 2. Спектры сингулярностей  $D(h)$  и скейлинговые функции  $\tau(q)$  теменных отведений: P3 (верхние графики) и P4 (нижние графики) у здорового испытуемого в состоянии спокойного бодрствования (1) и во время ментальной нагрузки — обратный счет в уме (2).

Это подтверждает справедливость гипотезы о том, что мультифрактальность является свойством головного мозга. Такой сигнал, в отличие от монофрактального, для полной его характеристики требует определить множество различных локальных экспонент — спектр сингулярностей  $D(h)$ .

Таблица 1.

*Локальная экспонента Гёльдера ЭЭГ сигналов, соответствующая максимуму мультифрактального спектра, и ширина мультифрактального спектра у здорового испытуемого в состоянии спокойного бодрствования и ментальной нагрузки*

Отведение	Локальная экспонента Гёльдера, соответствующая максимуму спектра		Изменение локальной экспоненты Гёльдера	Ширина мультифрактального спектра		Изменение ширины спектра
	Состояние покоя	Ментальная нагрузка		Состояние покоя	Ментальная нагрузка	
P3	0.54	0.67	0.13 (24%)	0.80	0.76	-0.04 (5%)
P4	0.49	0.59	0.10 (20%)	0.75	0.72	-0.03 (4%)
F7	0.45	0.60	0.15 (33%)	0.73	0.68	-0.05 (7%)
F8	0.52	0.66	0.14 (27%)	0.68	0.65	-0.04 (11%)

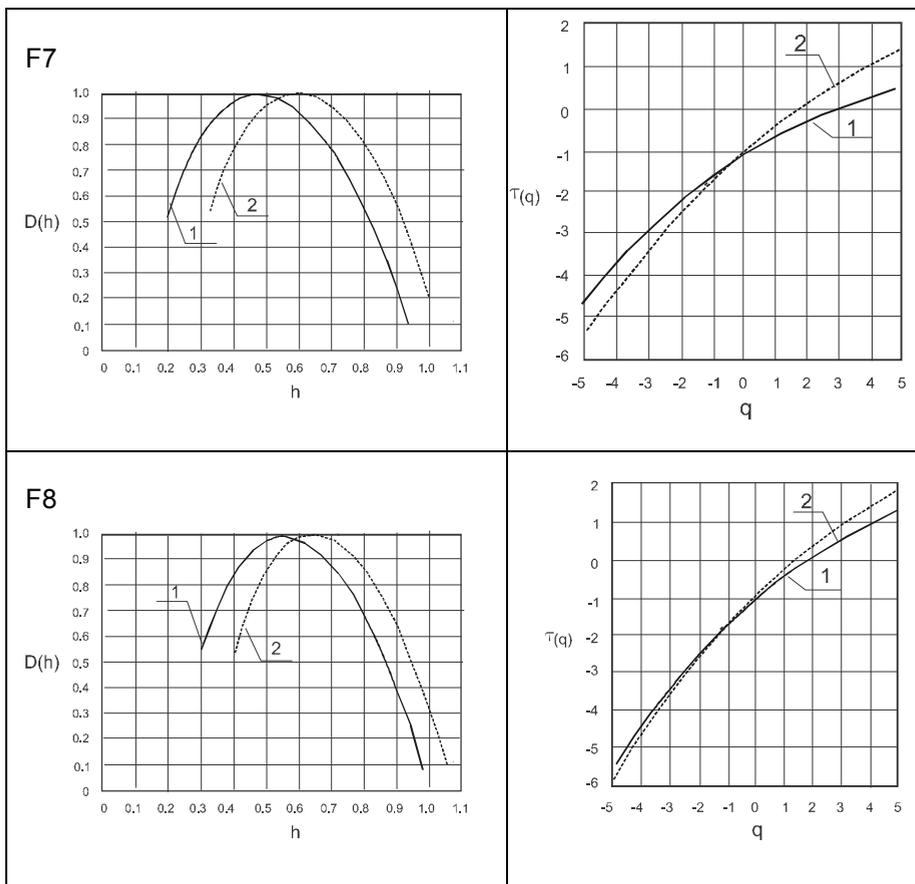


Рис. 3. Спектры сингулярностей  $D(h)$  и скейлинговые функции  $\tau(q)$  лобных отведений:

F7 (верхние графики) и F8 (нижние графики) у здорового испытуемого в состоянии спокойного бодрствования (1) и ментальной нагрузки — обратный счет в уме (2).

При изменении состояния испытуемого наблюдается смещение спектра сингулярностей  $D(h)$ . Так, при переходе к ментальной нагрузке спектр смещается вправо и, кроме того, появляются сегменты с большими амплитудами. На это указывает смещение скейлинговой функции  $\tau(q)$  вверх для положительных значений  $q$  и вниз — для отрицательных.

В состоянии ментальной нагрузки также происходит уменьшение ширины спектра, что свидетельствует об уменьшении мультифрактальности сигнала. Это может указывать на формирование доминирующих возбуждений, концентрацию внимания на выполнении ментальной нагрузки.

На рисунке 4 и в таблице 2 показаны результаты расчетов, проведенных для сигналов с теменных (P3, P4) и лобных (F7, F8) отведений у больного шизофренией в состоянии спокойного бодрствования и ментальной нагрузки (обратный счет в уме).

**Таблица 2.**

*Локальная экспонента Гёльдера, соответствующая максимуму мультифрактального спектра, и ширина мультифрактального спектра у больного шизофренией в состоянии покоя и ментальной нагрузки*

Отведение	Локальная экспонента Гёльдера, соответствующая максимуму спектра		Изменение локальной экспоненты Гёльдера	Ширина мультифрактального спектра		Изменение ширины спектра
	Состояние покоя	Ментальная нагрузка		Состояние покоя	Ментальная нагрузка	
P3	0.65	0.77	0.12 (18%)	0.57	0.58	0.01 (2%)
P4	0.65	0.55	-0.10 (15%)	0.68	0.67	-0.01 (1%)
F7	0.70	0.75	0.05 (7%)	0.57	0.63	0.06 (11%)
F8	0.65	0.60	-0.05 (8%)	0.65	0.63	-0.03 (4%)

Представленные здесь результаты качественно отличаются от аналогичных результатов для здорового испытуемого. Как показано выше, у здорового испытуемого во всех отведениях в состоянии ментальной нагрузки наблюдается сдвиг спектра сингулярностей вправо по сравнению с состоянием покоя. При этом происходит увеличение значения локальной экспоненты Гёльдера, соответствующей максимуму спектра и уменьшение ширины мультифрактального спектра.

Противоположная картина наблюдается у больных шизофренией. В отведениях левого полушария, отвечающего за последовательное логическое мышление и анализ, происходит сдвиг спектра сингулярностей вправо, а в отведениях правого полушария — сдвиг влево.

Таким образом, можно сделать заключение, что у больных шизофренией наблюдается выраженный противоположный характер системной деятельности правого и левого полушарий головного мозга.

Более того, если у здорового испытуемого сдвиг вправо спектра сингулярностей сопровождается некоторым уменьшением ширины спектра, то у больного шизофренией — противоположная картина. Это означает, что при переходе к состоянию ментальной нагрузки у такого больного в левом полушарии не наблюдается снижение мультифрактальности, что, по-видимому, указывает на нарушение процессов формирования доминантного возбуждения. У больного шизофренией это может затруднить процесс последовательного логического мышления во время ментальной нагрузки.

Следует отметить, что в целом степень мультифрактальности (т.е. сложности) ЭЭГ сигнала здорового испытуемого значительно больше, чем величина мультифрактальности больного шизофренией, а локальная экспонента Гёльдера, соответствующая максимуму спектра — значительно меньше.

По сути это означает, что процессы, протекающие в коре головного мозга здорового испытуемого, отличаются большей сложностью, имеют

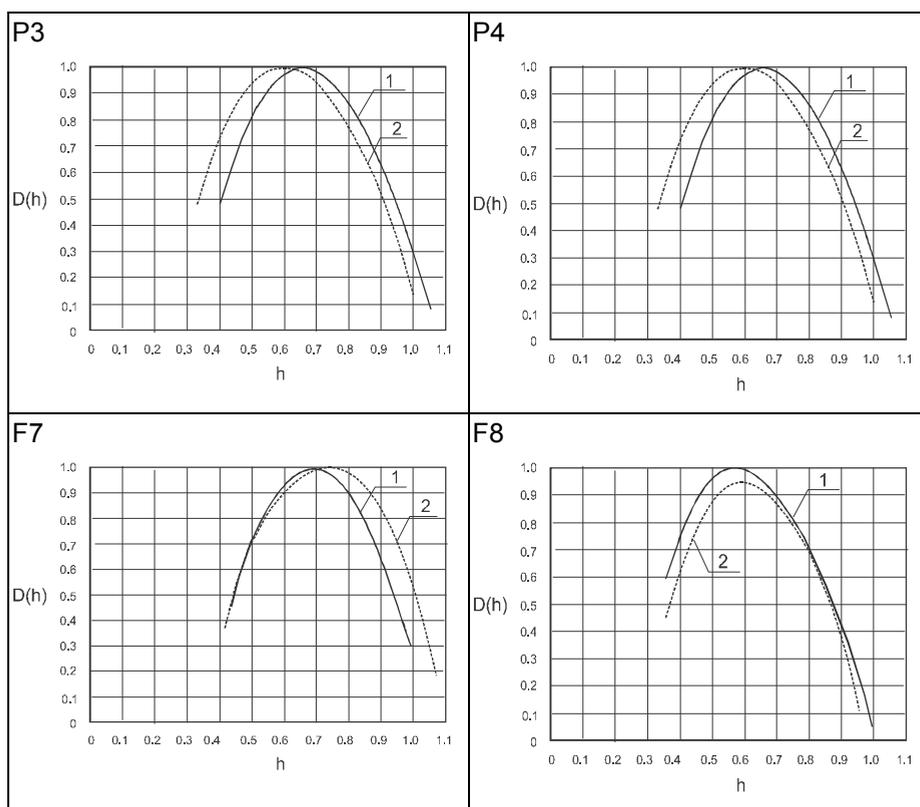


Рис. 4. Спектры сингулярностей  $D(h)$  теменных (P3, P4 — верхние графики) и лобных (F7, F8 — нижние графики) отведений у больного шизофренией в состоянии спокойного бодрствования (1) и ментальной нагрузки — обратный счет в уме (2).

большой информационный ресурс как в состоянии покоя, так и при переходе к состоянию ментальной нагрузки.

## ОБСУЖДЕНИЕ

В настоящее время интенсивно развивается нелинейно-динамический подход к анализу ЭЭГ. Наблюдается устойчивая тенденция и все больший интерес к изучению биоэлектрической активности головного мозга с позиций нелинейной динамики. Однако, надежная методология исследований ЭЭГ методами нелинейного анализа отсутствует и полученные разными авторами результаты зачастую оказываются недостаточно точными и достоверными, а их интерпретация вызывает сомнения. Это является причиной того, что в настоящее время нелинейно-динамический подход к анализу ЭЭГ представляет преимущественно исследовательский интерес, его практическое применение ограничено.

Полученные результаты показывают, что в норме биоэлектрическая активность головного мозга имеет неравновесную динамику в виде мультифрактального поведения. Иными словами, это указывает на

неравновесную динамику многочисленных структур мозга. По нашему мнению, именно игнорирование мультифрактального характера суммарной электрической активности мозга приводит к ограничениям в интерпретации результатов исследований ЭЭГ методами нелинейной динамики. Дело в том, что монофрактальный процесс имеет масштабные свойства, которые характеризуются одним масштабным показателем. Мультифрактальные процессы структурно более сложны, они допускают разложение на участки с различными локальными свойствами и для их описания требуется множество масштабных показателей [22].

Показана перспективность выбранного направления исследований. В дальнейшем будут проведены исследования на большой группе испытуемых с различной патологией, с расчетом достоверности сдвигов спектров сингулярностей и скейлинговых функций. Эти исследования требуют значительного времени, и только после этого можно будет говорить о широком практическом использовании метода. Следует подчеркнуть, что данная статья призвана привлечь внимание к выбранному направлению исследований, а не подводить его итоги.

## Выводы

На основании проведенных исследований найдено подтверждение гипотезы о том, что ЭЭГ представляет собой суперпозицию сигналов, отражающих сложные корково-подкорковые взаимодействия, в ней скрыта активность множества нейросистем, выполняющих разные в данный момент времени функции, каждая из которых характеризуется определенной нейродинамикой. Это свойство описывается мерой мультифрактальности сигнала (шириной мультифрактального спектра).

Ширина мультифрактального спектра может служить индикатором (биомаркером) измененных состояний мозга или патологии.

Характеризовать состояние той или иной области коры головного мозга или подкорковой структуры можно по величине смещения спектра сингулярностей при переходе от одного состояния испытуемого к другому. Анализ значений соответствующих экспонент Гельдера дает при этом тонкий диагностический инструмент и позволяет провести содержательную интерпретацию различных процессов, протекающих в головном мозге.

1. Ivanov P. Ch. Multifractality in human heartbeat dynamics. / P.Ch. Ivanov, L.A.N. Amaral, A.L. Goldberger, S. Havlin, M.G. Rosenblum, Z.R. Struzik, and H.E. Stanley // *Nature (Lond.)*. — 1999. — 399. — P. 461–465.
2. Arneodo A. What can we learn with wavelets about DNA sequences? / A. Arneodo, D'Aubenton-Carafa Y., Audit B., Bacry E., Muzy J.F., Thermes C. // *Physica*. — 1998. — A 249. — P. 439–448.
3. Stanley H.E. Statistical physics and physiology: Monofractal and multifractal approaches. / Stanley H.E., L.A.N. Amaral, Goldberger A.L., Havlin S., Ivanov P.Ch., Peng C.-K. // *Physica A*. — 1999. — 270. — P. 309–324.
4. Nunes A.L.A. Behavioral-Independent Features of Complex Heartbeat Dynamics / Nunes A.L.A., Ivanov P.C., Aoyagi N., Hidaka I., Tomono S., Goldberger A.L., Stanley H.E. and Yamamoto Y. // *Phys. Rev. Lett.* — 2001. — 86. — P. 6026–6029.

5. Ivanov P.Ch. From 1/f noise to multifractal cascades in heartbeat dynamics. / P.Ch. Ivanov, Nunes Amaral L.A., Goldberger A.L., Havlin Sh., Rosenblum M.G., Stanley H.E., Struzik Zbigniew R. // *Chaos*. — 2001. — 11. — P. 641–652.
6. Marrone A. Multiscale analysis of blood pressure signals. / A. Marrone, Polosa A.D., Scioscia G., Stramaglia S. and Zenzola A. // *Phys. Rev. E*. — 1999. — 60. — P. 1088–1091.
7. Muzy J.F. Wavelets and multifractal formalism for singular signals: application to turbulence data. / J.F. Muzy, Bacry E. and Arneodo A. // *Phys. Rev. Lett.* — 1991. — 67. — P. 3515–3518.
8. Muzy J.F. Multifractal formalism for fractal signals: The structure-function approach versus the wavelet-transform modulus-maxima method. / J.F. Muzy, Bacry E., Arneodo A. // *Phys. Rev. E*. — 1993. — 47. — P. 875–884.
9. Muzy J.F. The multifractal formalism revisited with wavelets. / J.F. Muzy, Bacry E., Arneodo A. // *Int. J. Bifurcation Chaos*. — 1994. — 4. — no. 2. — P. 245–302.
10. Kantelhardt J.W. Multifractal detrended fluctuation analysis of non-stationary time series. / J.W. Kantelhardt, Zschiegner S.A., Bunde A., Havlin S., Koscielny-Bunde E., Stanley H.E. // *Physica A*. — 2002. — no. 316. — P. 87–114.
11. Kantelhardt J.W. Detecting long-range correlations with detrended fluctuation analysis. / Kantelhardt J.W., E. Koscielny-Bunde, Rego H.H.A., Havlin S., Bunde A. // *Physica A*. — 2001. — no. 295. — P. 441–454.
12. Mandelbrot B.B. *The Fractal Geometry of Nature*. // San Francisco: W.H. Freeman, 1982. — 468 p.
13. Павлов А.П., Анищенко В.С. Мультифрактальный анализ сложных сигналов. / А.П. Павлов, В.С. Анищенко // *Успехи физических наук*. — 2007. — Т.177. — №8, — С. 859–876.
14. Grassberger P. Generalized dimensions of strange attractors. // *Physics Letters A*. — 1983. — **97**, no. 6. — P. 227–230.
15. Grassberger P. Measuring the strangeness of strange attractors. / P. Grassberger, Procaccia I. // *Physica D*. — 1983. — *Nonlinear Phenomena*. — **9**, no. 1–2. — P. 189–208.
16. Hentschel H.G.E. The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors. / H.G.E. Hentschel, Procaccia I. // *Physica D*. — 1983. *Nonlinear Phenomena*. — **8**, no. 3. — P. 435–444.
17. Grassberger P. Characterization of Strange Attractors. / P. Grassberger, Procaccia I. // *Physical Review Letters*. — 1983. — **50**. — no. 5. — P. 346–349.
18. Oswiecimka P. Wavelet versus detrended fluctuation analysis of multifractal structures. / P. Oswiecimka, Kwapien J., Drozd S. // *Physical Review E*. — 2006. — *Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*. — **74**. — P. 161–203.
19. Veneziano D. Multifractal analysis: pitfalls of standard procedures and alternatives. / Veneziano D., Moglen G.E., Bras R.L. // *Phys. Rev. E*. 1995. — **52**. — P. 1387–1398.
20. Олемской А.И. Синергетика сложных систем: Феноменология и статистическая теория. / А.И. Олемской— М.: Красандр, 2009. — 384 с.
21. Кириченко Л.О. Сравнительный мультифрактальный анализ временных рядов методами детрендированного флуктуационного анализа и максимумов модулей вейвлет-преобразования. / Л.О. Кириченко. — *Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. АСУ и приборы автоматики*. — Х.: Изд-во ХНУРЭ, 2011, — Вып. 157. — С. 66–77.
22. Frish U. On the singularity structure of fully developed turbulence. / U. Frish, Parisi G. // In: *Turbulence and Predictability in Geophysical Fluid Dynamics and Climate Dynamics. Proc. of the Intern. School of Physics "Enrico Fermi"*. — Course 88. / Eds by M. Gil, R. Benzi, G. Parisi. Proc. Amsterdam. North-Holland. — 1985. — P. 84–88.

## MULTIFRACTAL ANALYSIS IN THE STUDY OF BRAIN BIOELECTRIC ACTIVITY

O.Yu. Mayorov<sup>1</sup>, V.N. Fenchenko<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Kharkiv Medical Academy of Postgraduate Education, Kharkiv, Ukraine*

<sup>2</sup>*B. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv*

**Introduction.** A summary electroencephalogram (EEG) is composed of superimposed slow waves. The EEG reflects sophisticated cortical-subcortical interactions and conceals activity of multiple neuronal systems; each of them is characterized by determined neurodynamics.

**The purpose** of work is to create a method of objective quantitative assessment of parameters of multifractal summary bioelectric activity (EEG); to study EEG multifractality in healthy volunteers, subjects in altered states of conscious and pathologic EEGs.

**Results.** For the qualitative estimation of the multifractality of the EEG signal, the use of multifractal spectrum width, which can serve as an indicator of altered and pathologic brain states, is proposed. The state of different brain areas can also be assessed according to the offset value of a singularity spectrum of the transposition between different states. Analysis of Hölder exponents can provide an exact diagnostic tool and allow substantial interpretation of different processes in the brain.

**Keywords:** EEG, summary brain bioelectric activity, multifractality, wavelet transform maximum modulus method, method of multifractal detrended fluctuation analysis, Hölder exponent.

1. Ivanov, P.Ch., Amaral L.A.N., Goldberger A.L., Havlin S., Rosenblum M.G., Struzik Z.R., and Stanley H. E. Multifractality in human heartbeat dynamics. *Nature* (Lond.), 1999. vol. 399. pp. 461–465.
2. Arneodo A., D'Aubenton-Carafa Y., Audit B., Bacry E., Muzy J.F., Thermes C. What can we learn with wavelets about DNA sequences? *Physica*, 1998. vol. A 249. pp. 439–448.
3. Stanley H.E., Amaral L.A.N., Goldberger A.L., Havlin S., Ivanov P.Ch., Peng C.-K. Statistical physics and physiology: Monofractal and multifractal approaches. *Physica A*, 1999. vol. 270. pp. 309–324.
4. Nunes A.L.A., Ivanov P.C., Aoyagi N., Hidaka I., Tomono S., Goldberger A. L., Stanley H.E. and Yamamoto Y. Behavioral-Independent Features of Complex Heartbeat Dynamics. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, vol. 86, pp. 6026–6029.
5. Ivanov P.Ch., Nunes Amaral L.A., Goldberger A.L., Havlin Sh., Rosenblum M.G., Stanley H.E., Struzik Zbigniew R. From 1/f noise to multifractal cascades in heartbeat dynamics. *Chaos*, 2001, vol. 11 pp. 641–652.
6. Marrone A., Polosa A. D., Scioscia G., Stramaglia S. and Zenzola A. Multiscale analysis of blood pressure signals. *Phys. Rev. E*, 1999, vol. 60. pp. 1088–1091.
7. Muzy J.F., Bacry E. and Arneodo A. Wavelets and multifractal formalism for singular signals: application to turbulence data. *Phys. Rev. Lett.*, 1991. vol. 67, pp. 3515–3518.
8. Muzy J.F., Bacry E., Arneodo A. Phys. Multifractal formalism for fractal signals: The structure-function approach versus the wavelet-transform modulus-maxima method. *Phys. Rev. E*, 1993, vol. 47, pp. 875–884.
9. Muzy J.F., Bacry E., Arneodo A. The multifractal formalism revisited with wavelets. *Int. J. Bifurcation Chaos*, 1994. vol. 4, no. 2. p. 245–302.

10. Kantelhardt J.W., Zschiegner S.A., Bunde A., Havlin S., Koscielny-Bunde E., Stanley H.E. Multifractal detrended fluctuation analysis of non-stationary time series. *Physica A*, 2002, no. 316, pp. 87–114.
11. Kantelhardt J.W., Koscielny-Bunde E., Rego H.H.A., Havlin S., Bunde A. Detecting long-range correlations with detrended fluctuation analysis. *Physica A*, 2001, no. 295, pp. 441–454.
12. Mandelbrot B.B. *The Fractal Geometry of Nature*. San Francisco: W.H. Freeman, 1982, 468p.
13. Pavlov A.P., Anischenko V.S. Multifractal analysis of complex signals. *Successes of physical sciences*, 2007, vol. 177, no. 8, pp. 859–876 (in Russian).
14. Grassberger P. Generalized dimensions of strange attractors. *Physics Letters A*, 1983, vol. 97, no. 6, pp. 227–230.
15. Grassberger P., Procaccia I. Measuring the strangeness of strange attractors. *Physica D*, 1983, Nonlinear Phenomena, vol. 9, no. 1–2, pp. 189–208.
16. Hentschel H.G.E., Procaccia I. The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors. *Physica D*, 1983, Nonlinear Phenomena, vol. 8, no. 3, pp. 435–444.
17. Grassberger P., Procaccia I. Characterization of Strange Attractors. *Physical Review Letters*, 1983, vol. 50, no. 5, pp. 346–349.
18. Oswiecimka P., Kwapien J., Drozd S. Wavelet versus detrended fluctuation analysis of multifractal structures. *Physical Review E*, 2006, *Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, vol. 74, pp. 161–203.
19. Veneziano D., Moglen G.E., Bras R.L. Multifractal analysis: pitfalls of standard procedures and alternatives. *Phys. Rev. E*, 1995, vol. 52, pp. 1387–1398.
20. Olemskoy A.I. *Synergetics of complex systems: Phenomenology and statistical theory*. M.: Krasandz Publ., 2009. 384 p. (in Russian).
21. Kirichenko L.O. Comparative multifractal time series analysis by methods of detrending fluctuation analysis and maxima of modulus the wavelet transform. *All-Ukrainian interdep. scientific — technical proceedings of ASM and automation devices*. Kh.: Publ. KhNURE, 2011, Vol. 157. pp. 66–77 (in Russian).
22. Frish U., Parisi G. On the singularity structure of fully developed turbulence. In: *Turbulence and Predictability in Geophysical Fluid Dynamics and Climate Dynamics. Proc. of the Intern. School of Physics "Enrico Fermi"*, Course 88, Eds by M. Gil, R. Benzi, G. Parisi. Proc. Amsterdam. North-Holland, 1985, pp. 84–88.

Получено 27.03.2015